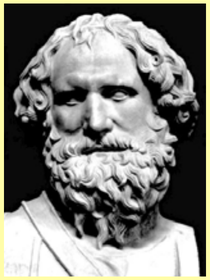
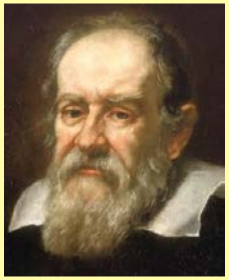
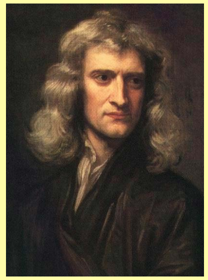
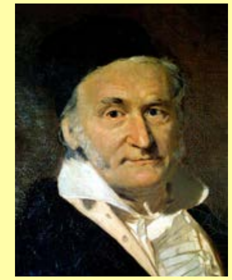
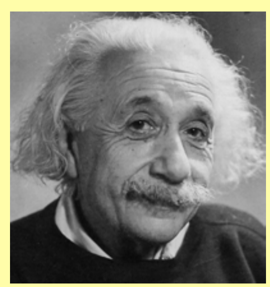
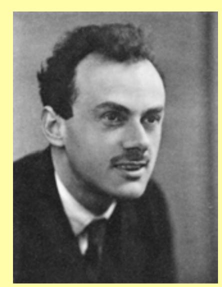
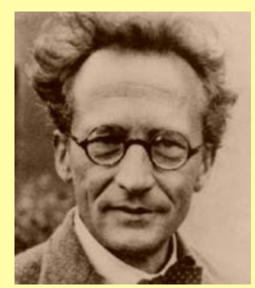
      

# ¿Es la matemática el lenguaje de la naturaleza?

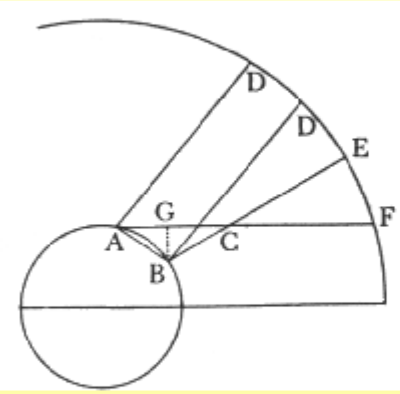
**Rafael Benguria D.**
**Departamento de Física, PUC**

**Ciclo de Charlas: "Física para las Tardes de Invierno"**
**Centro de Extensión, PUC, Lunes 8 de Mayo de 2009**

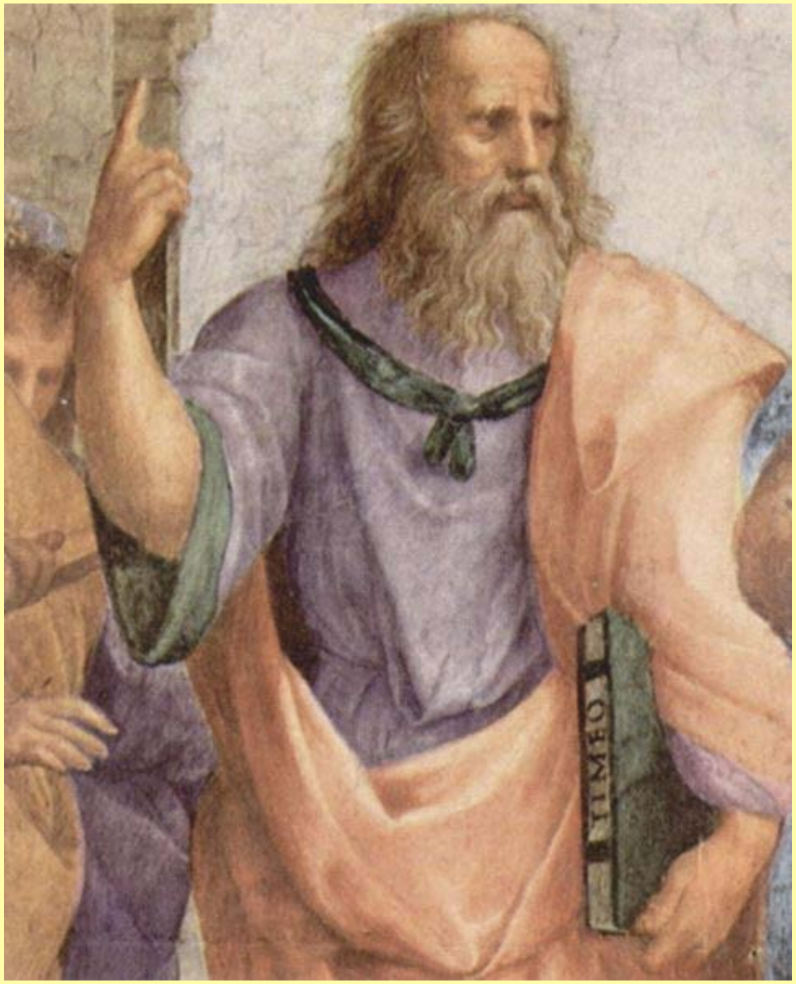

**Nuestro viaje empieza en Florencia en el siglo XVII**


**Galileo Galilei, "Il Saggiatore" 1623**




**La filosofia è scritta in questo grandissimo libro che continuamente ci sta aperto innanzi a gli occhi (io dico l'universo), ma non si può intendere se prima non s'impara a intender la lingua, e conoscer i caratteri, ne' quali è scritto. Egli è scritto in lingua matematica, e i caratteri son triangoli, cerchi, ed altre figure geometriche, senza i quali mezi è impossibile a intenderne umanamente parola; senza questi è un aggirarsi vanamente per un oscuro laberinto.**

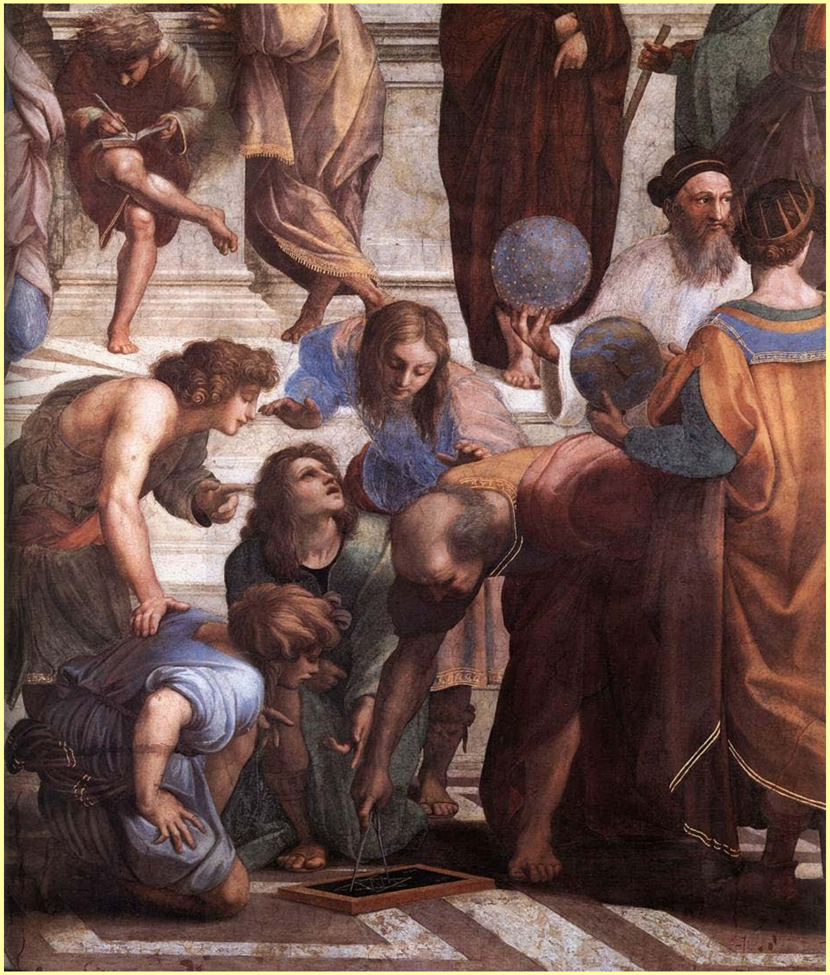
**"La Escuela de Atenas", de Rafael Sanzio,**
**en la *Stanza della Segnatura*, El Vaticano.**

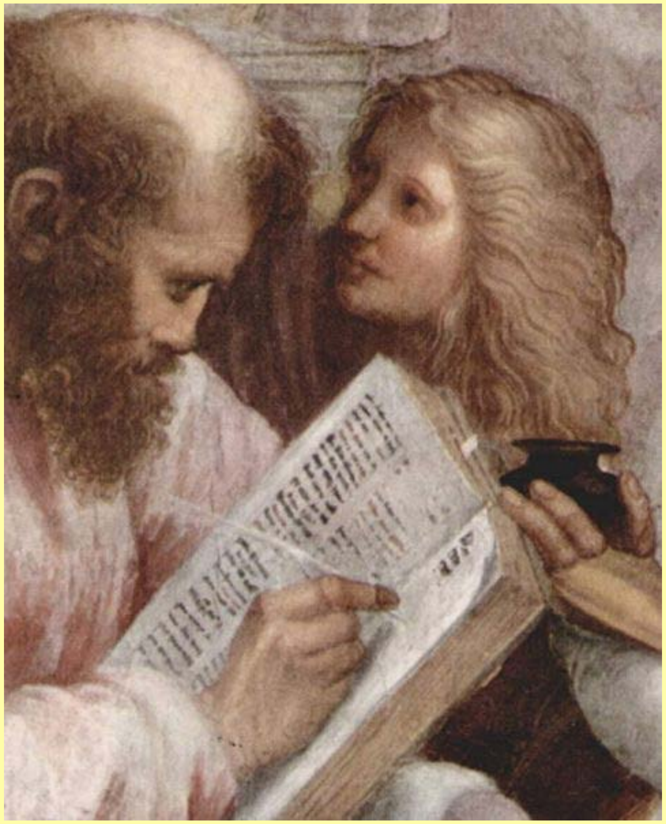



Leonardo da Vinci, como
Platón (con su “Timeo”).

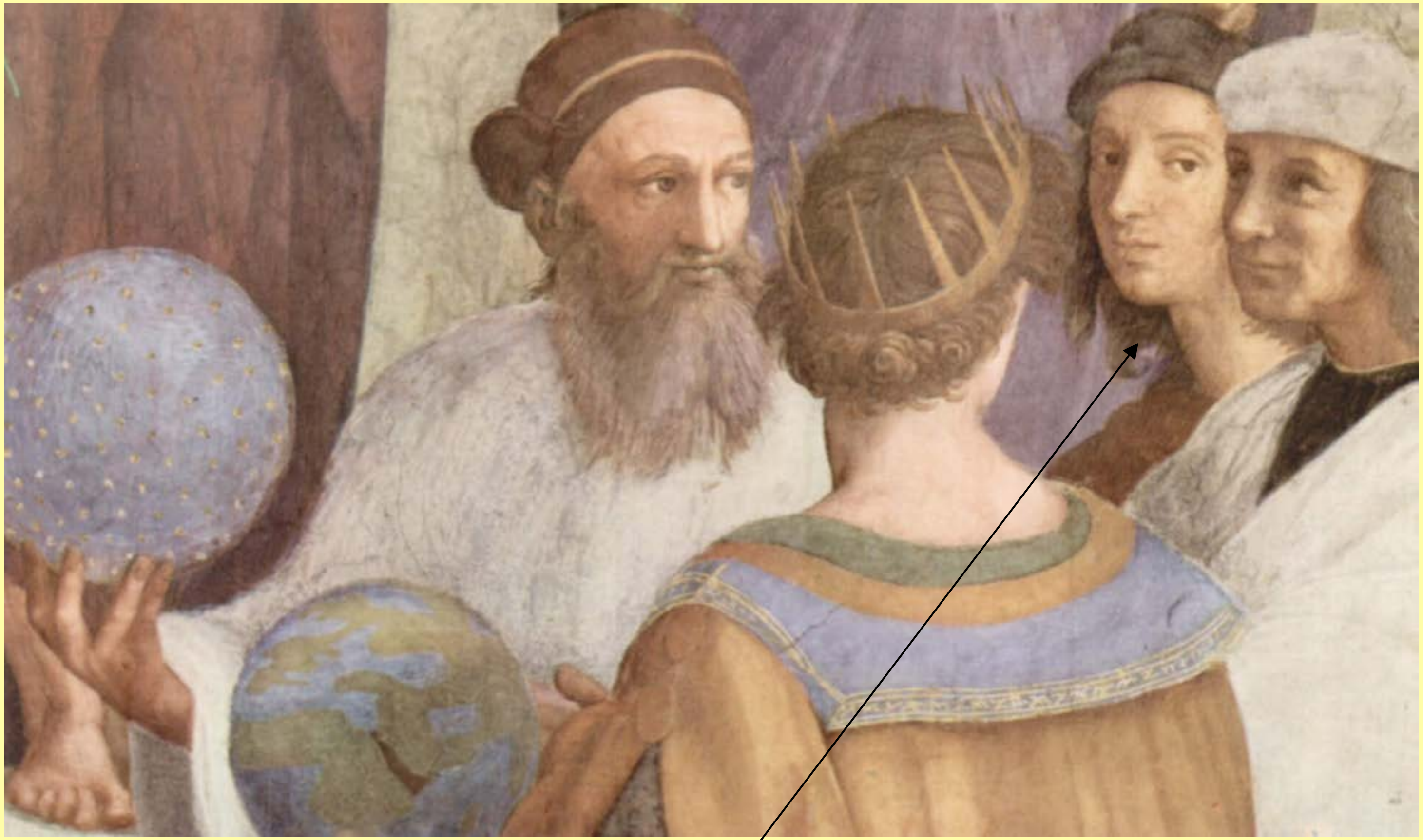

Aristóteles, con la “Etica”.

**Bramante, como Euclides.**

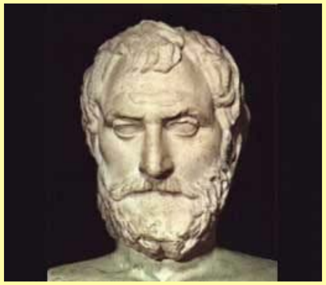


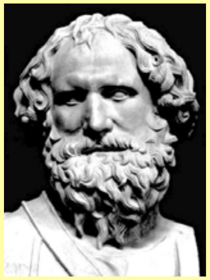
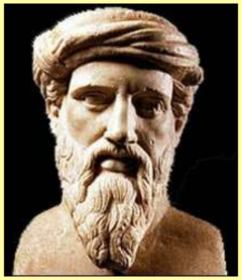
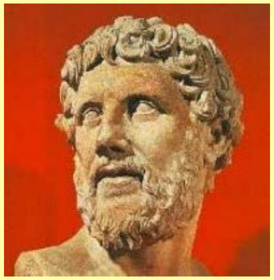


**Pitágoras**



**Rafael Sanzio**

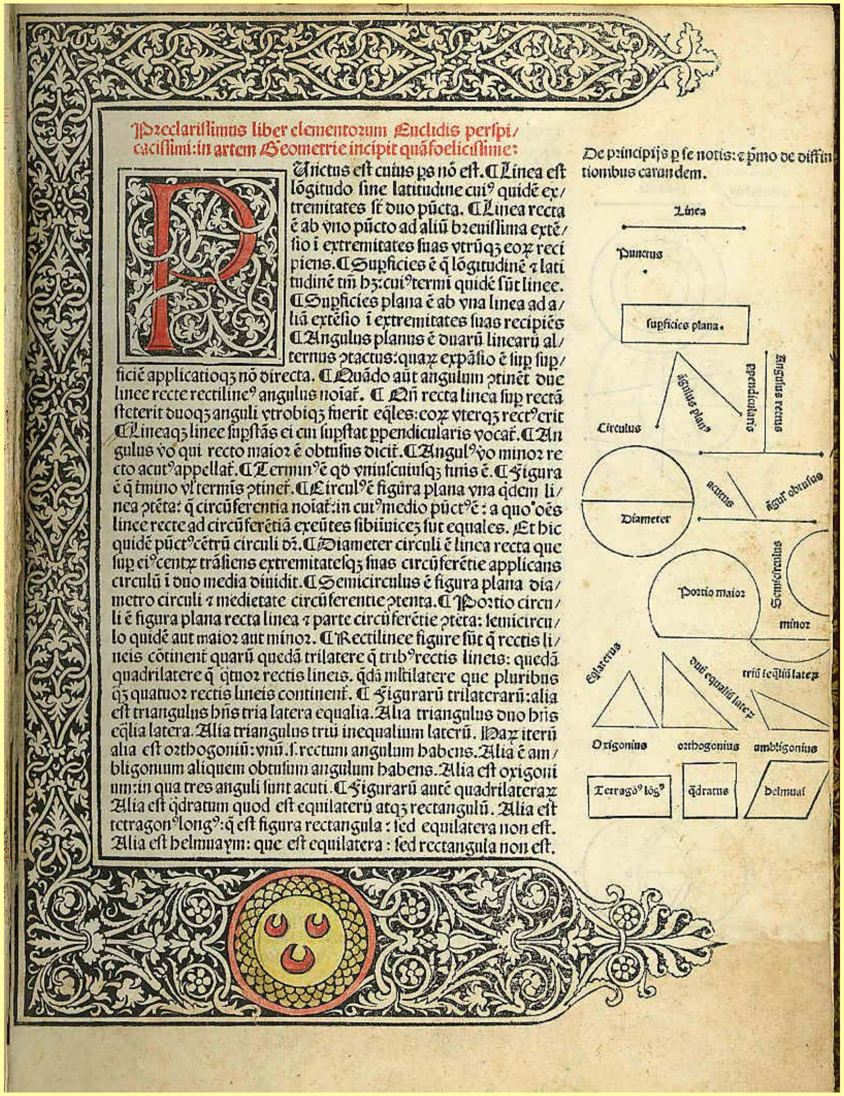


# GEOMETRIA



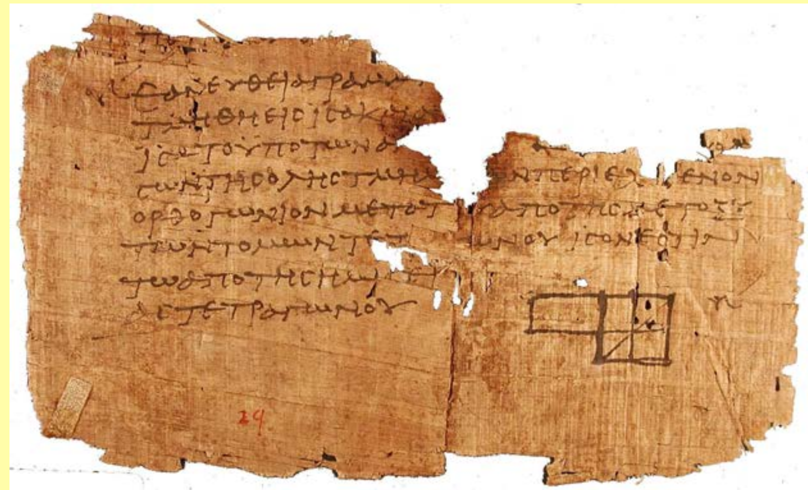

PAPPI
ALEXANDRINI
MATHEMATICAE
Collectiones.
A FEDERICO
COMMANDINO
VRBINATÆ
In Latinum Conuersæ, & Commentarijs
Illustratæ.
VENETIIS.
Apud Franciscum de Franciscis Senensem.
M. D. LXXXIX.



Preclarissimus liber elementorum Euclidis perspi-
cacissimi: in artem Geometrie incipit quãfoelicissime:

Punctus est cuius ps nõ est. Linea est lõgitudo sine latitudine cui⁹ quidẽ extremitates sũt duo pũcta. Linea recta ẽ ab vno pũcto ad aliũ breuissima extẽsio i extremitates suas vtrũqз eorum recipiens. Supficies ẽ q̃ lõgitudinẽ ꝛ latitudinẽ tñ hз: cui⁹ termi quidẽ sũt linee. Supficies plana ẽ ab vna linea ad aliã extẽsio i extremitates suas recipiẽs. Angulus planus ẽ duarũ linearũ alternus ɔtactus: quarum expãsio ẽ sup supficiẽ applicatioqз nõ directa. Quãdo aũt angulum ɔtinẽt due linee recte rectiline⁹ angulus noiat. Qñ recta linea sup rectã steterit duoqз anguli vtrobiqз fuerit eq̃les: eorum vterqз rect⁹ erit. Lineaqз linee supstãs ei cui supstat ppendicularis vocat. Angulus vo qui recto maior ẽ obtusus dicit. Angul⁹ vo minor recto acut⁹ appellat. Termin⁹ ẽ qđ vniuscuiusqз finis ẽ. Figura ẽ q̃ tmino vl termis ɔtinet. Circul⁹ ẽ figura plana vna q̃dem linea ɔtẽta: q̃ circũferentia noiat: in cui⁹ medio pũct⁹ ẽ: a quo oẽs linee recte ad circũferẽtiã exeũtes sibiinuicẽ sũt equales. Et hic quidẽ pũct⁹ cẽtrũ circuli dr. Diameter circuli ẽ linea recta que sup ei⁹ centrum trãsiens extremitatesqз suas circũferẽtie applicans circulũ i duo media diuidit. Semicirculus ẽ figura plana diametro circuli ꝛ medietate circũferentie ɔtenta. Portio circuli ẽ figura plana recta linea ꝛ parte circũferẽtie ɔtẽta: semicirculo quidẽ aut maior aut minor. Rectilinee figure sũt q̃ rectis lineis cõtinent quarũ quedã trilatere q̃ trib⁹ rectis lineis: quedã quadrilatere q̃ q̃tuor rectis lineis. q̃dã mltilatere que pluribus q̃з quatuor rectis lineis continent. Figurarũ trilaterarũ: alia est triangulus hñs tria latera equalia. Alia triangulus duo hñs eq̃lia latera. Alia triangulus triũ inequalium laterũ. Harum iterũ alia est orthogoniũ: vnũ .s. rectum angulum habens. Alia ẽ ambligonium aliquem obtusum angulum habens. Alia est oxigonium: in qua tres anguli sunt acuti. Figurarũ autẽ quadrilaterarum Alia est q̃dratum quod est equilaterũ atqз rectangulũ. Alia est tetragon⁹ long⁹: q̃ est figura rectangula: sed equilatera non est. Alia est helmuaym: que est equilatera: sed rectangula non est.

De principijs p se notis: e pmo de diffinitionibus earundem.





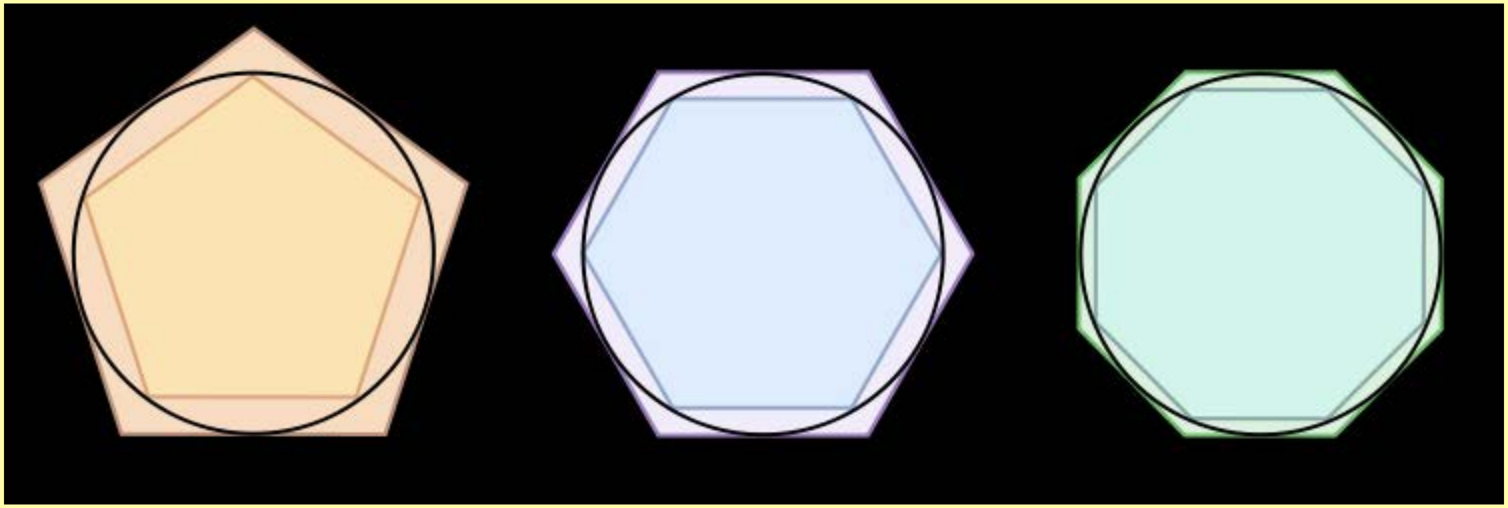
**Proposición 5, del Libro II, “Papiro de Oxyrhincus”**

**Bajorrelieve de “Euclides” en el Campanil del Giotto, Florencia**

Siracusa

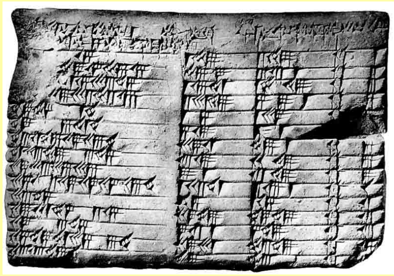
Una página del “Código C” de Arquímedes

El “Stomachion”

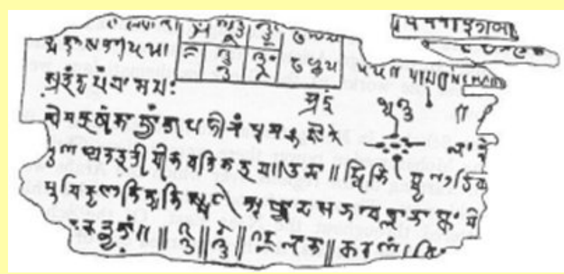


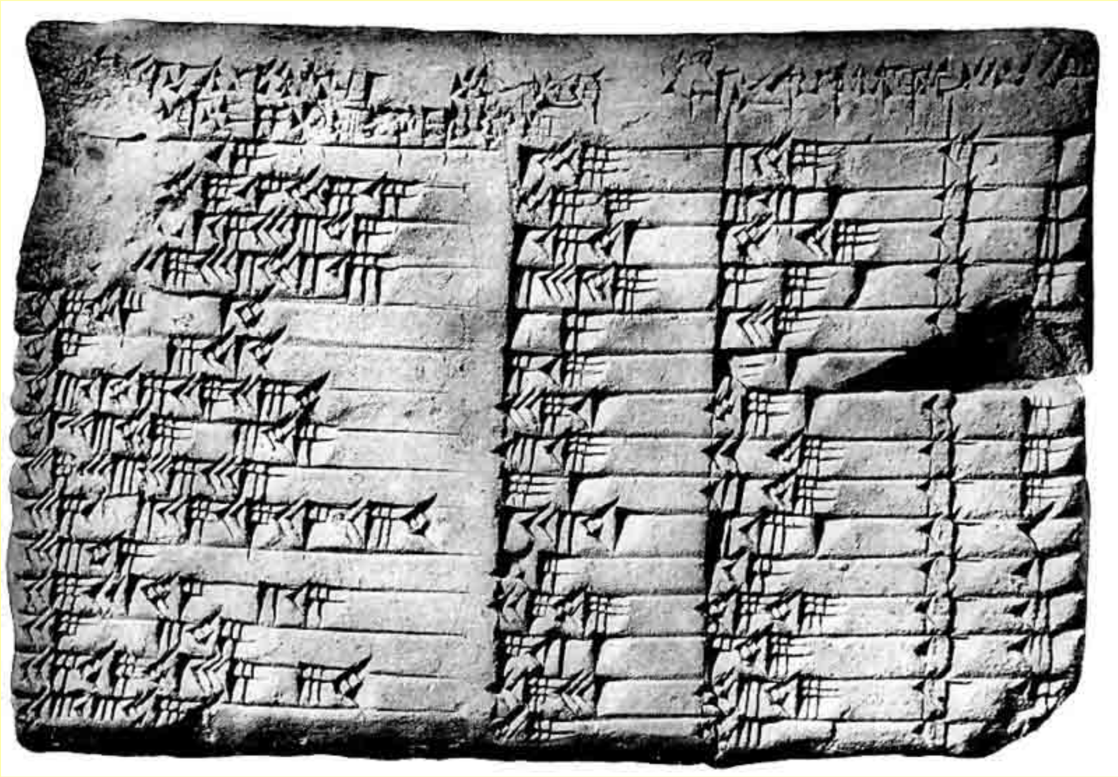
**Método de Arquímedes para calcular "Pi", mediante el cálculo del perímetro de polígonos inscritos y circunscritos al círculo.**

Arquímedes también demostró que $\sqrt{2}$ no es un racional, i.e., no puede ser escrito como el cuociente entre dos enteros.

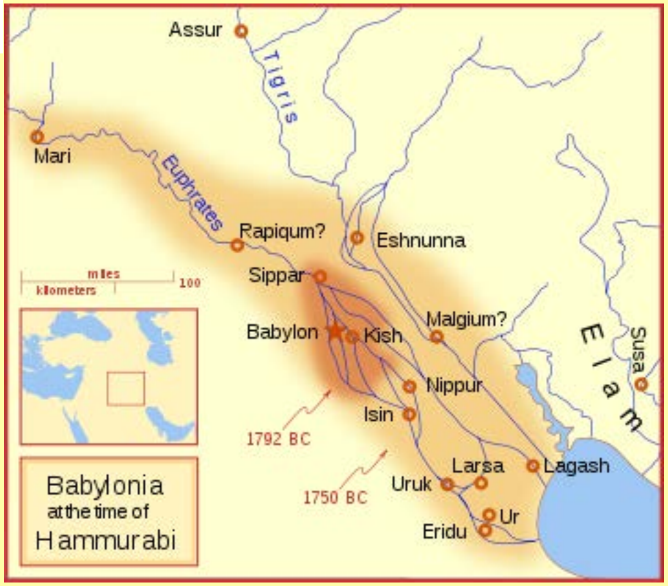


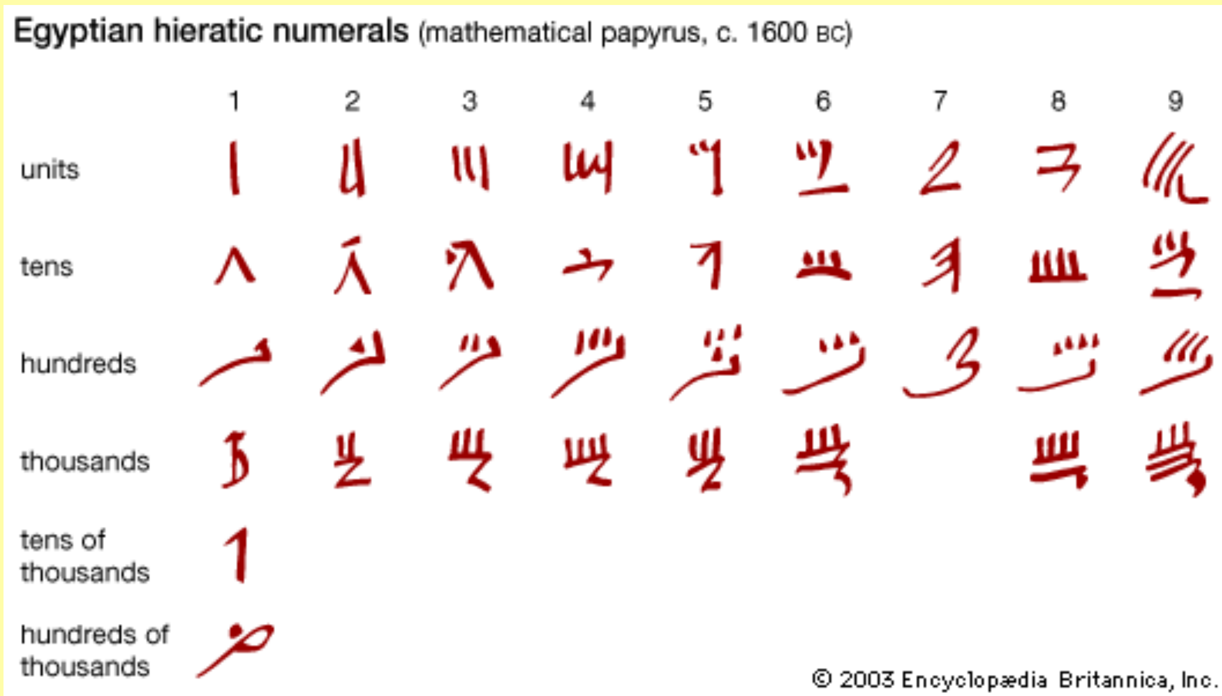

# ARITMETICA



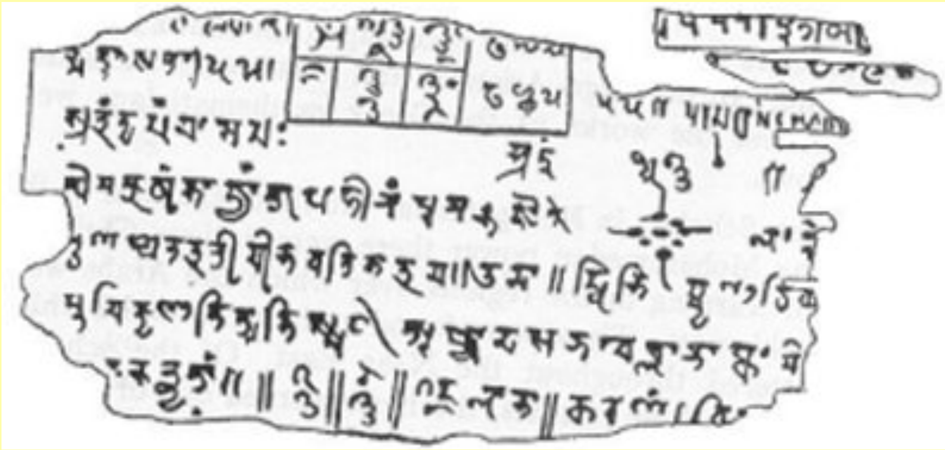



**Las Tablillas Matemáticas de Nippur (escritura cuneiforme)**






**Los números en la escritura hierática egipcia**




**El manuscrito de Bakhshali, encontrado en 1881.**

Cálculo de raices de números no cuadrados,

$$\sqrt{Q} = \sqrt{A^2 + b} \approx A + \frac{b}{2A} - \left(\frac{b}{2A}\right)^2 \frac{1}{2(A + (b/(2A))}$$

Ejemplo: $Q = 41$, $A = 6$, $b = 5$. La aproximación da: $6,403138$, que se compara muy bien con el valor exacto $6,403124$.


# ALGEBRA



Die Coss
Christoffs Rudolffs
Mit schönen Exempeln der Coss
Durch
Michael Stifel
Gebessert vnd sehr gemehrt.


Khiva
Cuaresmia (Khwarezm)
Bakhshali
Russia
Kazakhstan
Syr Darya
Aral Sea
Amu Darya
Kyrgyz Rep.
Naryn
Uzbekistan
Caspian Sea
Tajikistan
China
Turkmenistan
Iran
Afghanistan
Pakistan
India

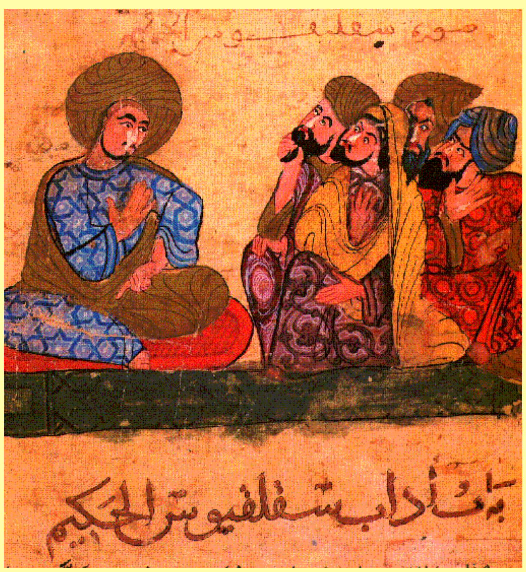

**Estatua de Al-Khwarizmi en Khiva**
**(hoy Uzbekistán).**


*Al-Kitāb al-mukhtaṣar fī ḥisāb al-jabr wa-l-muqābala*

**Texto de “Algebra y Mukhabala” de Al-Kwharizmi**

**Harun al-Rashid (cuadro de J. Köchert)**

**Harún al Rashid, Califa de Bagdad**



**Bait al-Hikmah, “La Casa del Saber” (reconstrucción, Bagdad)**

## El **Liber Abacus** y el **Liber Quadratorum**, de Leonardo Pisano Fibonacci

eginning of *Liber quadratorum* by Leonardo Pisano. From "Il Libro dei Quadrati di eonardo Pisano" in *Physis: Revista Internazionale di Storia della Scienza*, 1979, p. 197. eprinted with permission of the author, Ettore Picutti.

and 7, which have sum 16, which is a square, which added to 9 will yield 25, which is a square number. And if we wish a geometric demonstration, any number of odd numbers from the unity in ascending order are adjoined, making the end be square; and let $.ab.$ be 1, $.bc.$ be 3, $.cd.$ be 5, $.de.$ be 7, $.ef.$ be 9; and because $.ef.$, 9, is a square and $.ae.$ 16, is a square, created from the sum of the odd numbers $.ab.$ and $.bc.$ and $.cd.$ and $.de.$, the total number $.af.$ is likewise square; and thus from the sum of the two squares $.ae.$ and $.ef.$ is made the square $.af.$.

a b c d e f

Also, alternatively, I shall take some even square, and shall let half of it be also even, as 36 of which half is 18; and I shall take from it 1, and to it shall add 1, to yield 17 and 19, which are odd numbers and consecutive, with no odd number falling between them; their addition yields 36, which is square, and the addition of the remaining odd numbers from 1 up to 15 yields 64; the addition of the two squares yields 100, which is square, and is the sum of the odd numbers from 1 up to 19. As well, I shall take an odd

**Comments on Proposition 1**

Leonardo applies immediately the formula on the sum of consecutive odd numbers to get solutions to the Pythagorean problem: Find two square numbers which sum to a square number. Leonardo's first numerical example, which illustrates the principle, is

$$(1 + 3 + 5 + 7) + 9 = (1 + 3 + 5 + 7 + 9).$$
$$4^2 + 3^2 = 5^2.$$

With line segments representing successive odd numbers, Leonardo argues that

$$(ab + bc + cd + de) + ef = (ab + bc + cd + de + ef).$$
$$ae + ef = af.$$

In the equations $ae$, $ef$ and $af$ are all square numbers.

The same argument in modern notation goes as follows. Let the square of $(2n - 1)$ represent any odd number squared. Noting that odd numbers squared make odd numbers and even numbers squared make even numbers, the odd numbers coming before the square of $(2n - 1)$ are

$$1, 3, 5, \ldots, (2n - 1)^2 - 2.$$

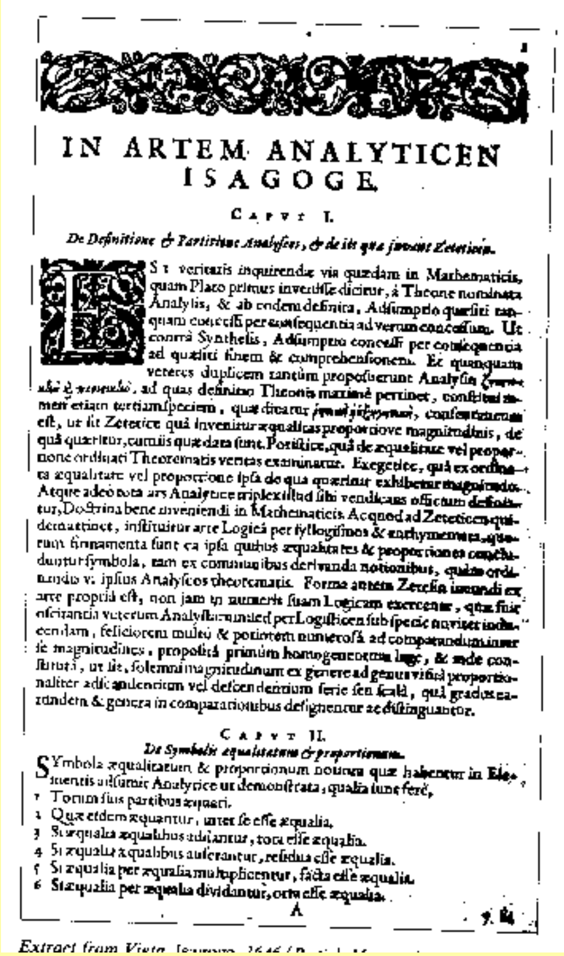
**"Vieja"** **"Nueva"**

# Notación algebraica:

**Ejemplo tomado de la Primera Proposición del "Libro de los Cuadrados"**

# Francois Viete

**En 1591, Francois Viete, publicó su libro "In Artem Analyticen Isagoge", i.e., "Introducción al Arte Analítico". En este libro Viete introdujo la notación moderna que usamos hasta hoy.**



IN ARTEM ANALYTICEN ISAGOGE.

CAPUT I.

*De Definitione & Partitione Analyseos, & de iis quæ juvant Zeteticen.*

st veritatis inquirendæ via quædam in Mathematicis, quam Plato primus invenisse dicitur, à Theone nominata Analysis, & ab eodem definita, Adsumptio quæsiti tanquam concessi per consequentia ad verum concessum. Ut contrà Synthesis, Adsumptio concessi per consequentia ad quæsiti finem & comprehensionem. Et quanquam veteres duplicem tantùm proposuerunt Analysin [illegible], ad quas definitio Theonis maximè pertinet, constitui tamen etiam tertiam speciem, quæ dicatur [illegible], consentaneum est, ut sit Zetetice quâ invenitur æqualitas proportiove magnitudinis, de quâ quæritur, cum iis quæ data sunt. Poristice, quâ de æqualitate vel proportione ordinati Theorematis veritas examinatur. Exegetice, quâ ex ordinata æqualitate vel proportione ipsa de qua quæritur exhibetur magnitudo. Atque adeò tota ars Analytice triplex illud sibi vendicans officium definiatur, Doctrina bene inveniendi in Mathematicis. Ac quod ad Zeteticen quidem attinet, instituitur arte Logicâ per syllogismos & enthymemata, quorum firmamenta sunt ea ipsa quibus æqualitates & proportiones concluduntur symbola, tam ex communibus derivanda notionibus, quàm ordinandis vi ipsius Analyseos theorematis. Forma autem Zetesin ineundi ex arte propria est, non jam in numeris suam Logicam exercente, quæ fuit oscitantia veterum Analystarum: sed per Logisticen sub specie noviter inducendam, feliciorem multò & potiorem numerosâ ad comparandum inter se magnitudines, propositâ primùm homogeneorum lege, & inde constitutâ, ut fit, solemni magnitudinum ex genere ad genus vi suâ proportionaliter adscendentium vel descendentium serie seu scalâ, quâ gradus earundem & genera in comparationibus designentur ac distinguantur.

CAPUT II.

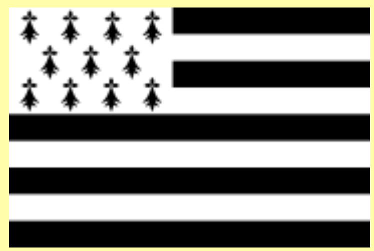
*De Symbolis æqualitatum & proportionum.*

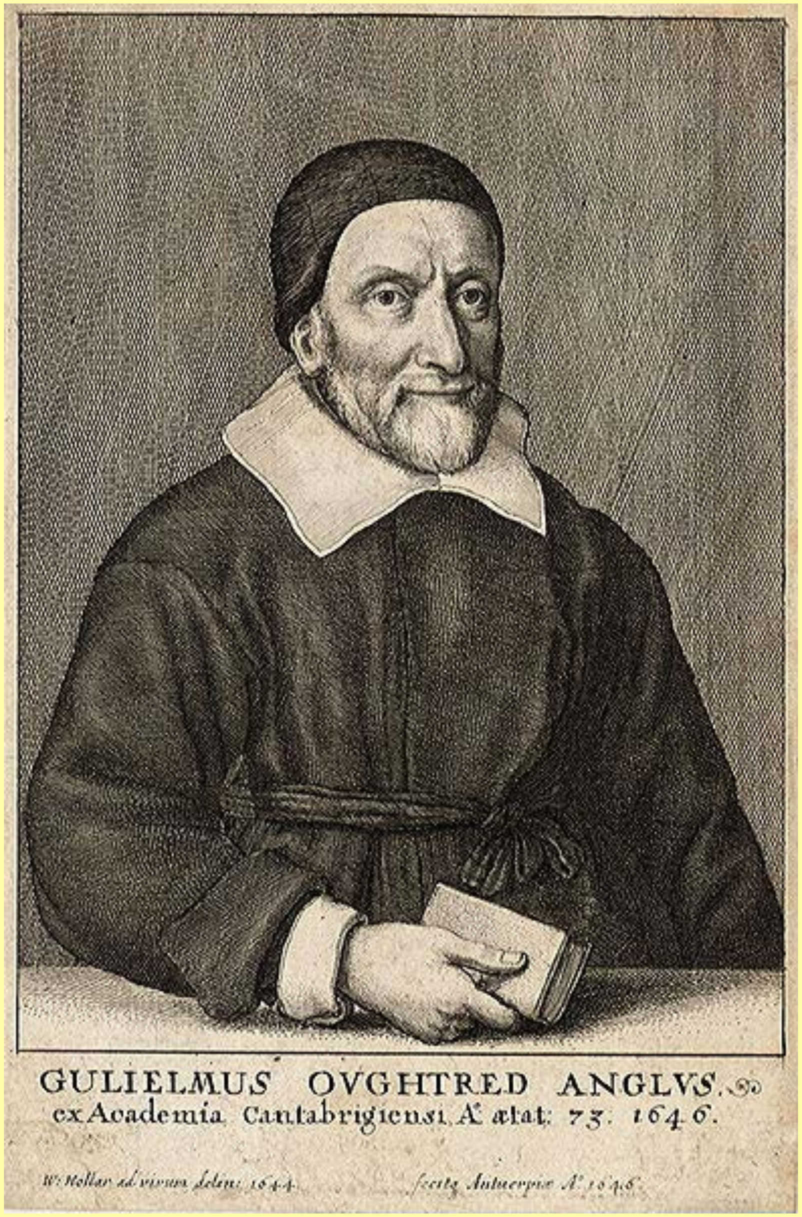
Symbola æqualitatum & proportionum notata quæ habentur in Elementis adsumit Analytice ut demonstrata, qualia sunt ferè,

1 Totum suis partibus æquari.
2 Quæ eidem æquantur, inter se esse æqualia.
3 Si æqualia æqualibus adjiciantur, tota esse æqualia.
4 Si æqualia æqualibus auferantur, residua esse æqualia.
5 Si æqualia per æqualia multiplicentur, facta esse æqualia.
6 Si æqualia per æqualia dividantur, orta esse æqualia.

A

**Castillo de los Duques de Bretaña (Nantes).**

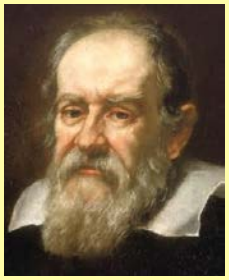
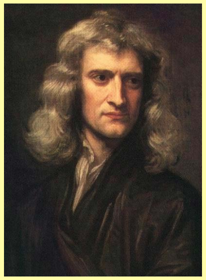


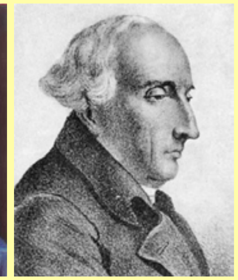




**William Oughtred introdujo el símbolo de multiplicación:**

**X**

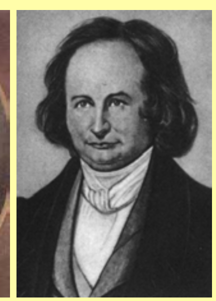
**que representa la Cruz de San Andrés.**

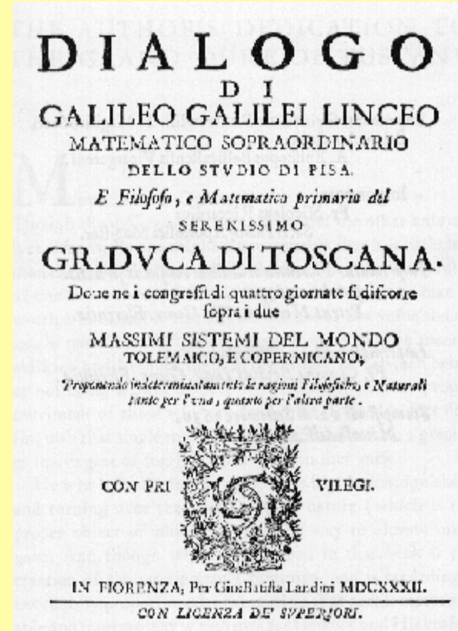



# MECANICA



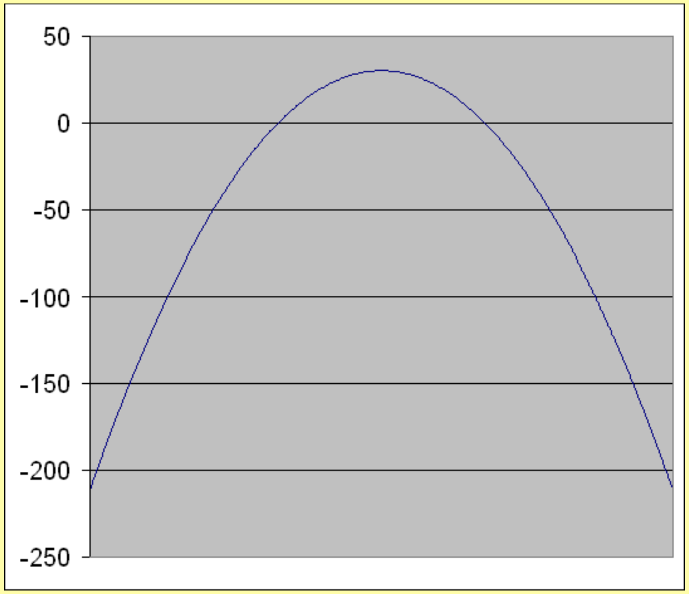






DIALOGO
DI
GALILEO GALILEI LINCEO
MATEMATICO SOPRAORDINARIO
DELLO STVDIO DI PISA.
E Filosofo, e Matematico primario del
SERENISSIMO
GR.DVCA DI TOSCANA.
Doue ne i congressi di quattro giornate si discorre
sopra i due
MASSIMI SISTEMI DEL MONDO
TOLEMAICO, E COPERNICANO;
Proponendo indeterminatamente le ragioni Filosofiche, e Naturali
tanto per l'una, quanto per l'altra parte.
CON PRI VILEGI.
IN FIORENZA, Per Gio:Batista Landini MDCXXXII.
CON LICENZA DE' SVPERIORI.


**Además del Saggiatore, Galileo Galilei, escribió varios otros libros, en los que expuso sus ideas de Mecánica.**

**Galileo introdujo el principio de relatividad (la física es la misma en dos sistemas que se mueven relativamente con velocidad constante).**




**Galileo demostró que en lanzamiento de proyectiles, la trayectoria es una parábola.**

**Galileo demostró que los cuerpos caen al mismo tiempo independiente de su masa.**

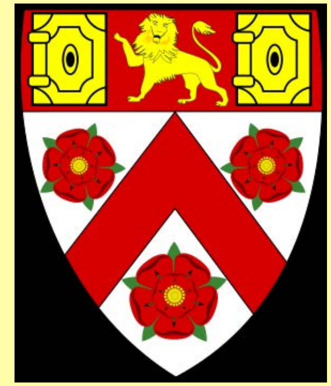
También encontró la expresión del período del péndulo:

$$T = c\sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

El valor de la constante $c = 2\pi$ fue encontrado mas tarde por C. Huygens.

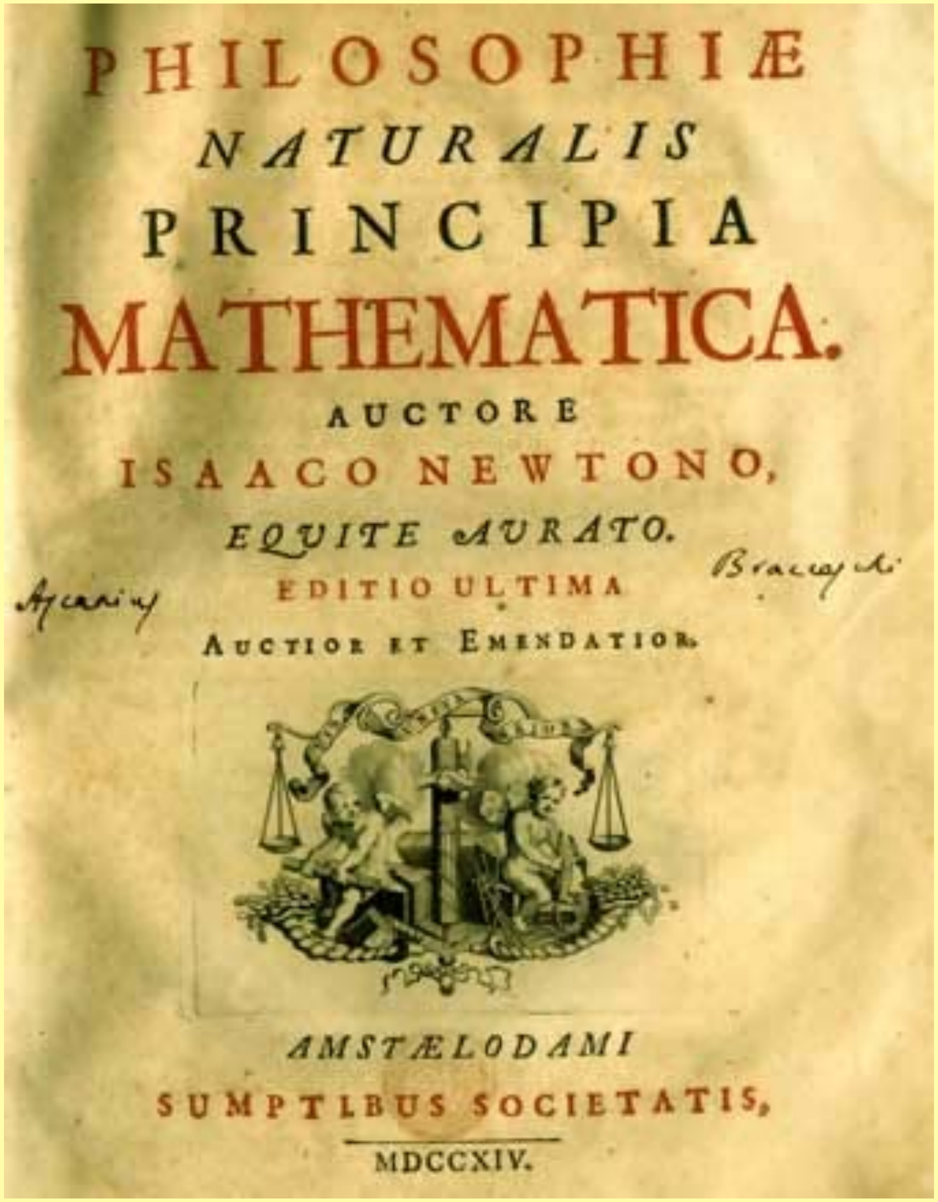
**Además Galileo fue el primero en considerar la forma que adquiere una cadena por su propio peso (la catenaria). En este problema obtuvo la solución equivocada.**

**Una "Catenaria" invertida: "The Gate to the West", St. Louis, MO, EE.UU.**



Universidad de Cambridge
Capilla del Trinity College


**Isaac Newton (1642-1727)**




**Segunda Edición del Principia de Newton**

**En 1687, Isaac Newton publicó el "Principia Mathematica Philosophiae Naturalis", libro en el que estableció los fundamentos de la Mecánica (las tres leyes de Newton)**

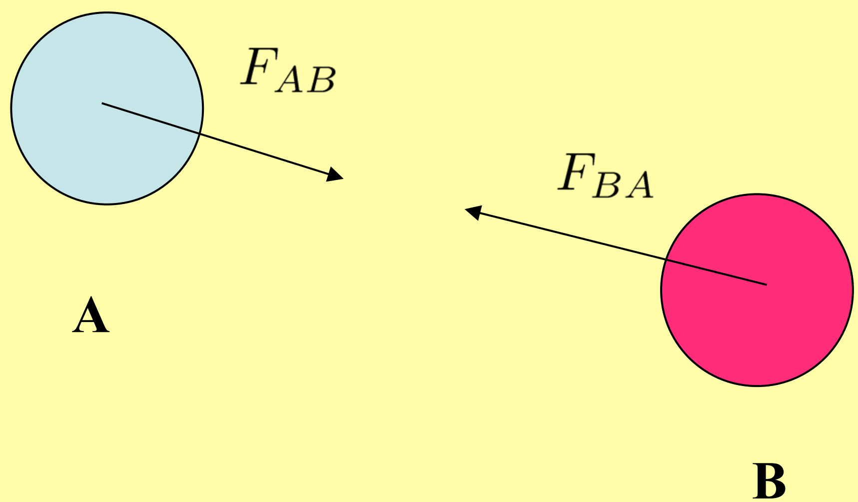
## Las Leyes de Newton:

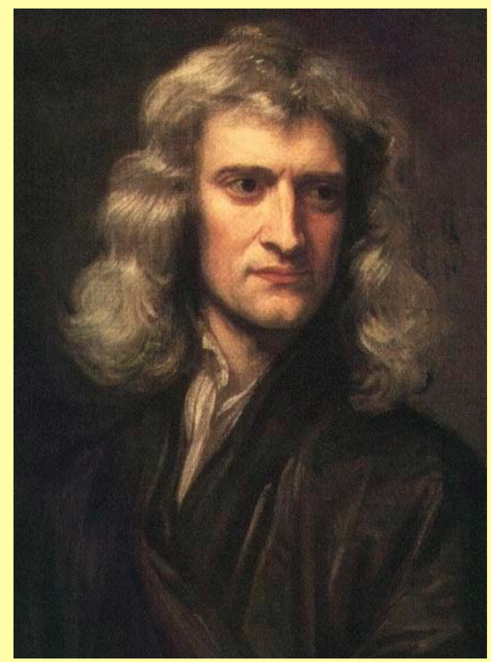
i) El principio de relatividad de Galileo.

ii)

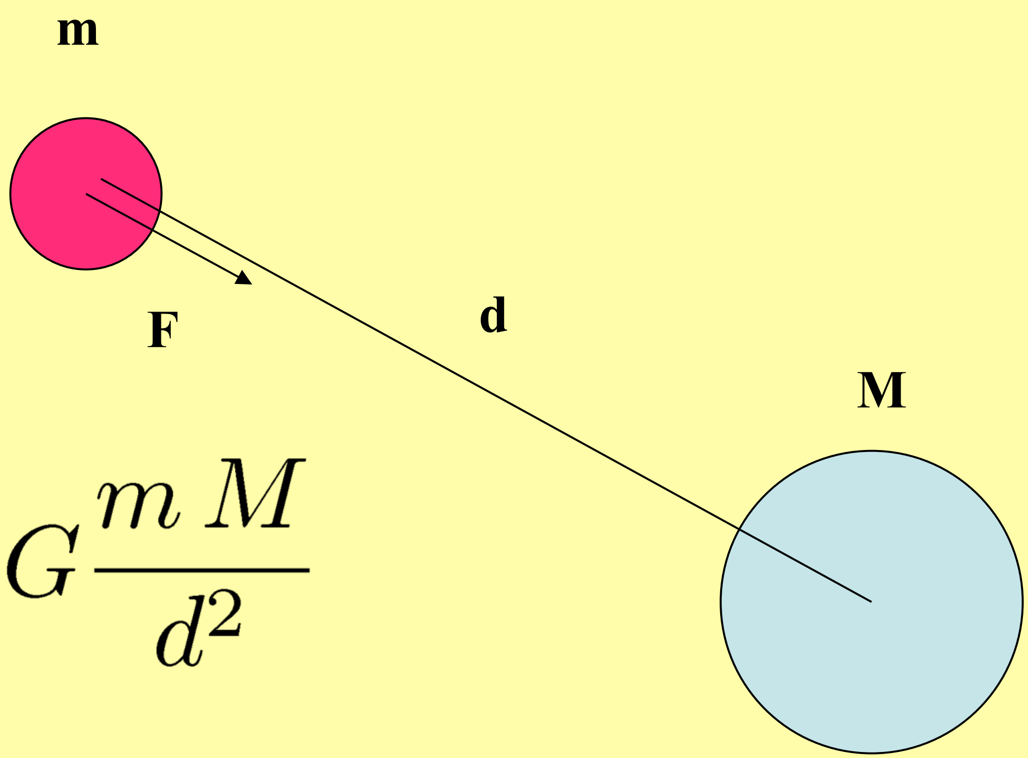
$$F = \frac{dp}{dt}, \qquad p = mv.$$

iii) La *Ley de Acción y Reacción*: $F_{AB} = -F_{BA}$



**Además, en el Principia, Newton introdujo la Ley de Gravitación Universal:**




$$F = G\frac{m\,M}{d^2}$$

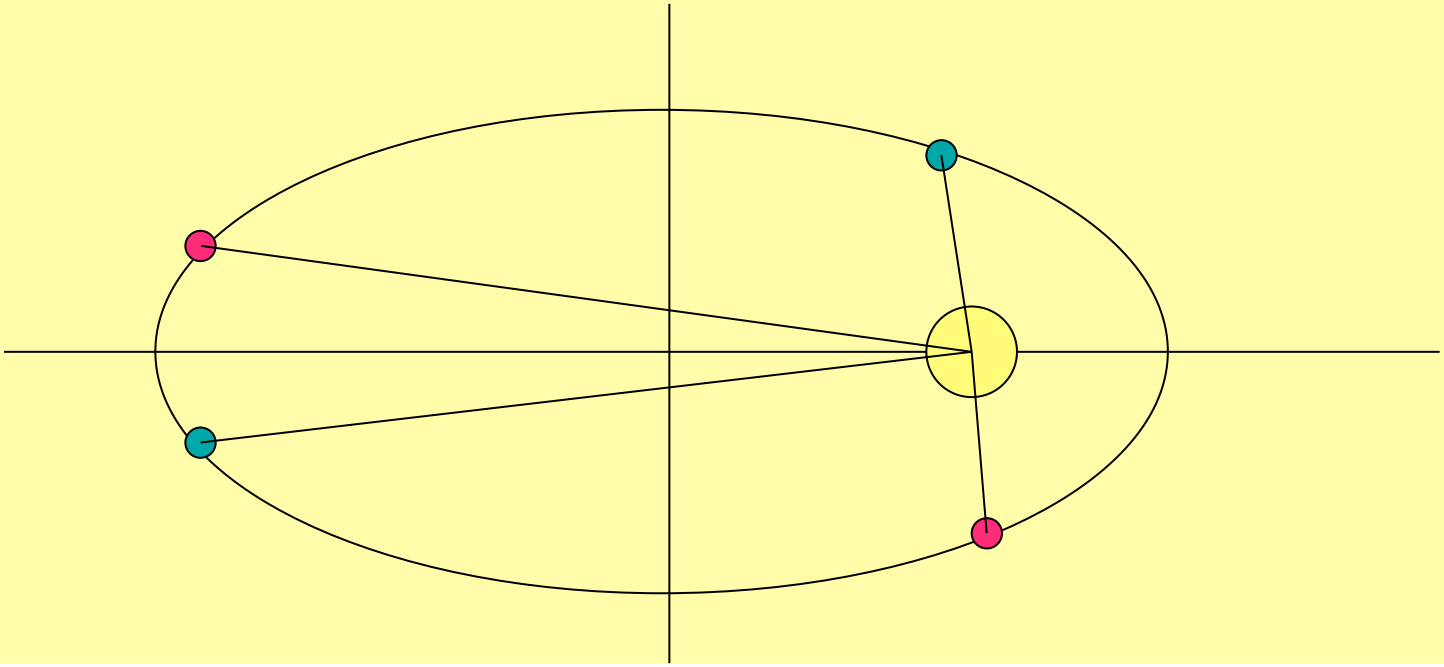
Johannes Kepler

## Las Leyes de J. Kepler (1609-1619):

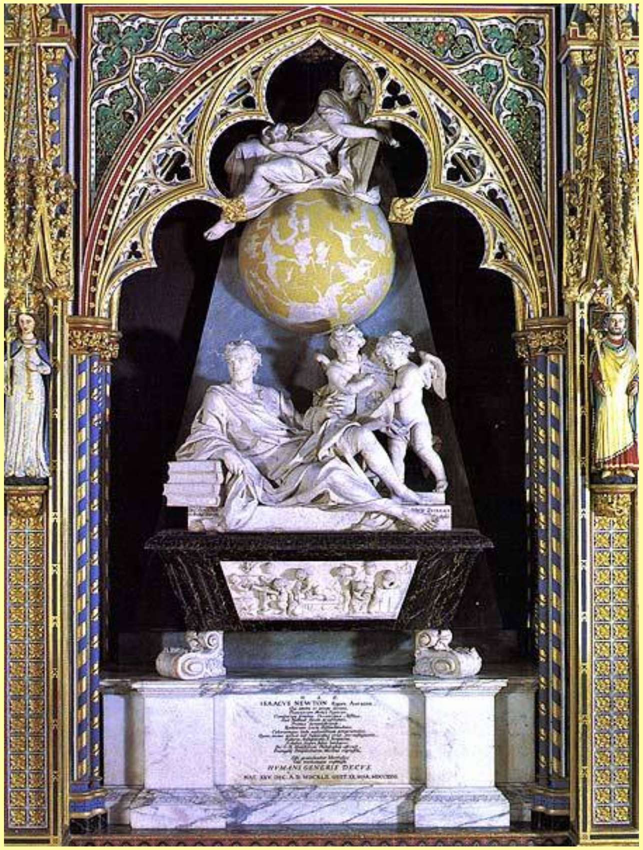
i) Los planetas se mueven en órbitas elípticas, y el sol está en uno de sus focos.

ii) El movimiento de los planetas es tal que “áreas barridas en tiempos iguales son iguales”

iii) El período al cuadrado dividido por el cubo de los semiejes es el mismo para todos los planetas.

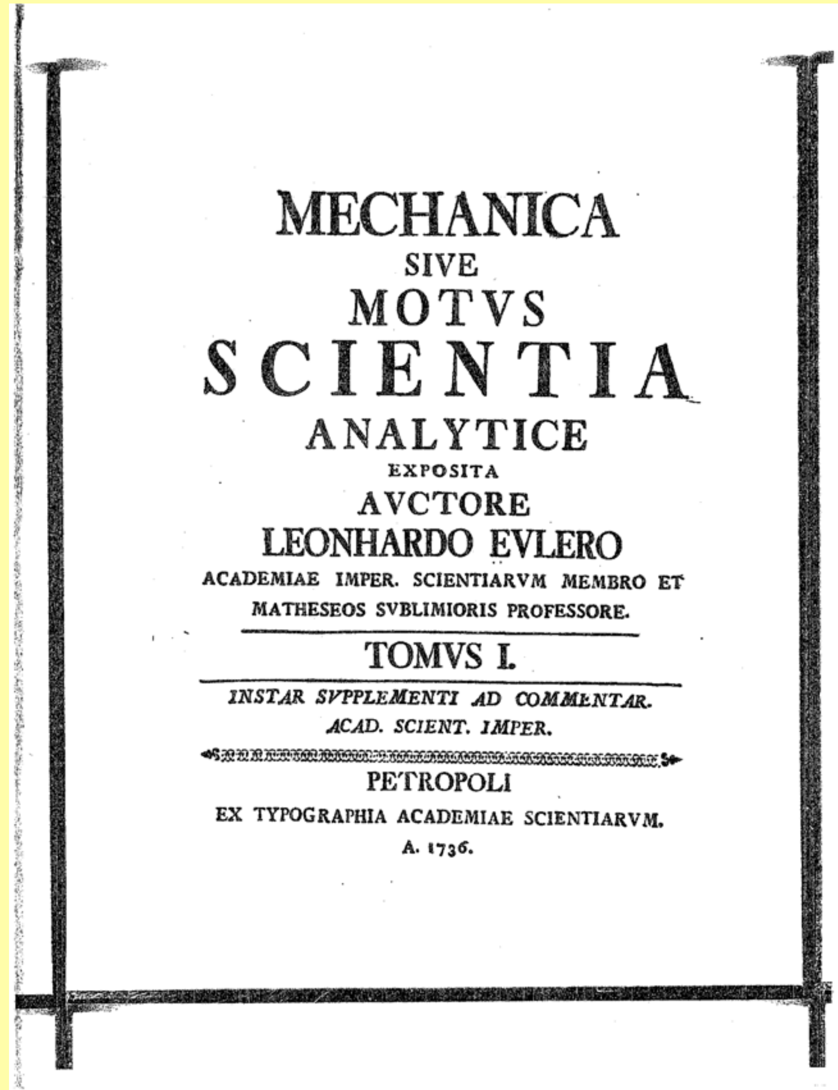


**En el Principia, Newton, a partir de la Ley de Gravitación Universal y de las Tres Leyes de Newton, dedujo las Leyes de Kepler.**
**Esto fue un éxito enorme, que marcó toda una época!**



Tumba de Issac Newton,
Abadía deWestminster, Londres

**El Principia fue traducido a muchos idiomas. La primera edición francesa fue hecha por Emilie, Marquise, du Châtelet**



MECHANICA
SIVE
MOTVS
SCIENTIA
ANALYTICE
EXPOSITA
AVCTORE
LEONHARDO EVLERO
ACADEMIAE IMPER. SCIENTIARVM MEMBRO ET
MATHESEOS SVBLIMIORIS PROFESSORE.

TOMVS I.

*INSTAR SVPPLEMENTI AD COMMENTAR.*
*ACAD. SCIENT. IMPER.*

PETROPOLI
EX TYPOGRAPHIA ACADEMIAE SCIENTIARVM.
A. 1736.

**Leonhard Euler,**
**“Mechanica” (1736)**

# TRANSMISION DEL CALOR
# (Análisis Armónico)

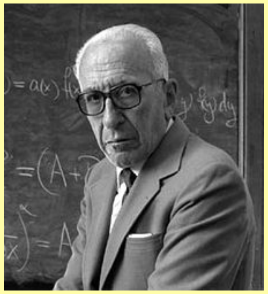
 

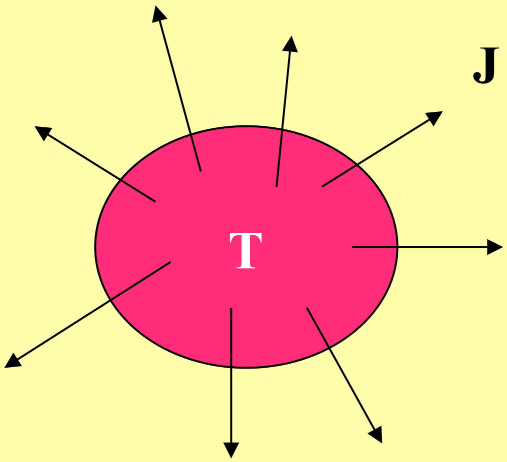
**FIGURE 1.4** Baron Jean Baptiste Joseph Fourier (1768–1830). (Photo courtesy *Appl. Mech. Revs.*, vol. 26, Feb 1973.)

**Grenoble, Francia**

La ecuación del Calor:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{J} = 0,$$

$$\vec{J} = -k\nabla T$$




.

La ecuación del Calor se puede transformar en una ecuación algebraica usando la *Transformada de Fourier*,

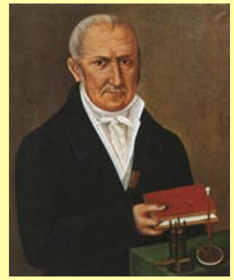
$$F(k) = \int f(x) e^{ikx} \, dx$$

**De este modo se puede resolver la ecuación del calor, y calcular e.g., el tiempo que tarda un cuerpo en enfriarse, etc.**

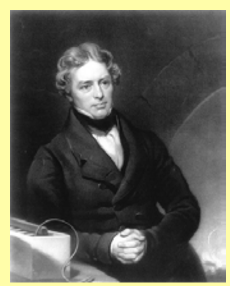
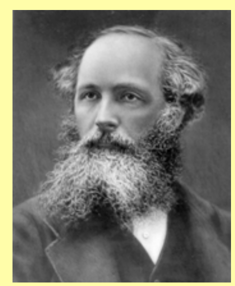
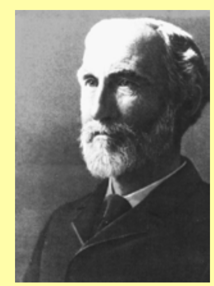
**La técnica de Fourier dio origen a toda un área de las matemáticas que se conoce como análisis armónico.**

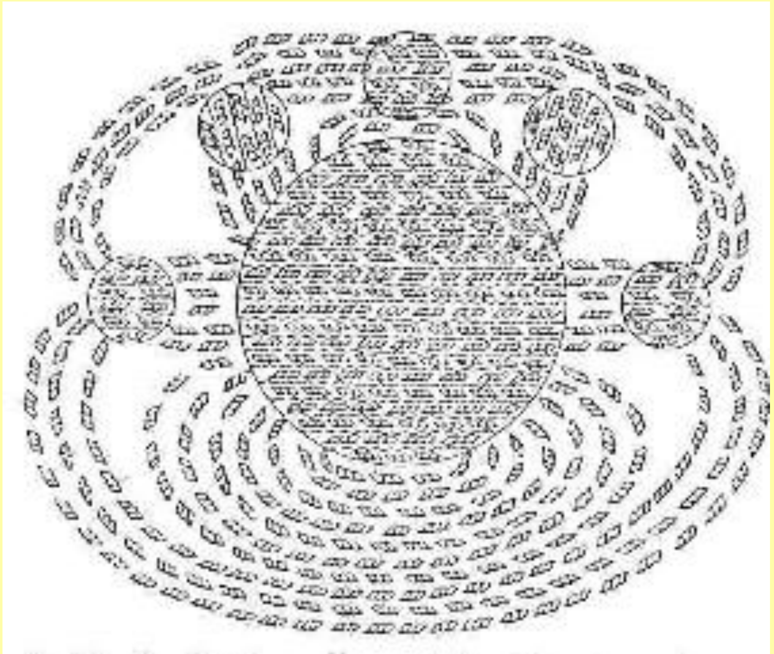
**Estas herramientas son fundamentales actualmente para la compresión almacenamiento y tratamiento de imágenes (en especial para el procesamiento de imágenes médicas)**



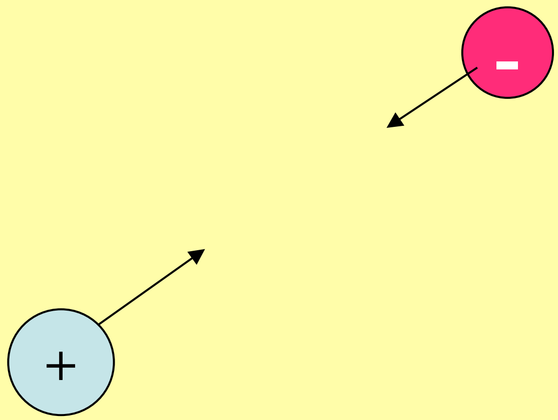


# Electricidad y Magnetismo

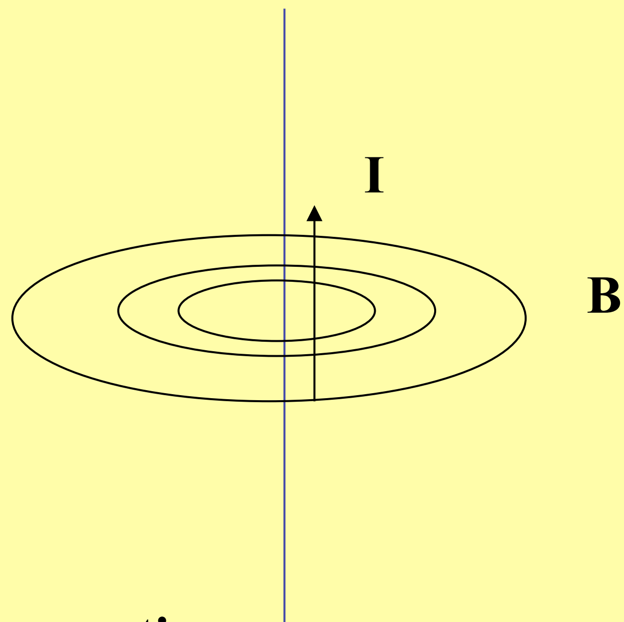







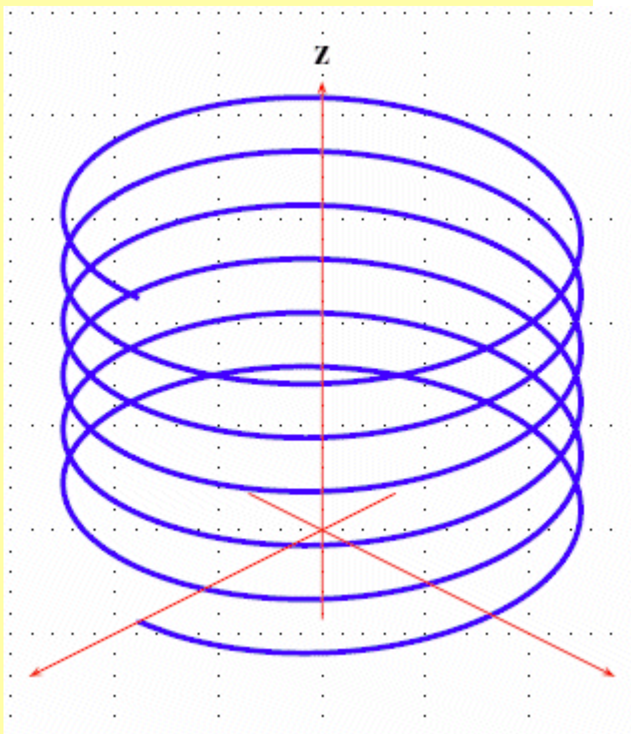

**Una visión del campo magnético segun René Descartes**

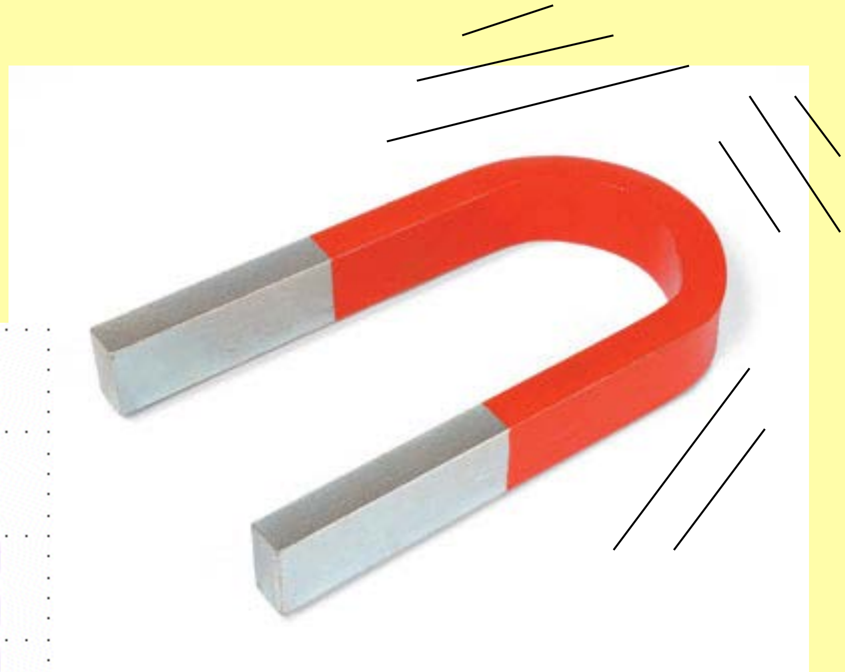


Atracción de Cargas según Coulomb (1785)




**Oersted, 1820**
**Una corriente**
**crea un campo magnetico**



**En 1831, Faraday demostró experimentalmente que se puede generar una corriente moviendo un imán frente a un enrollado conductor (Inducción Electromagnética)**

**James Clerk Maxwell demostró que el campo eléctrico y el campo magnético satisfacen la ecuación de ondas (en lenguaje moderno, introducido por J. W. Gibbs),**

Coulomb,

$$\nabla \cdot E = \rho,$$

Faraday

$$\nabla \times E = -\frac{\partial B}{\partial t}$$

$$\nabla \cdot B = 0$$

Oersted, Ampère,

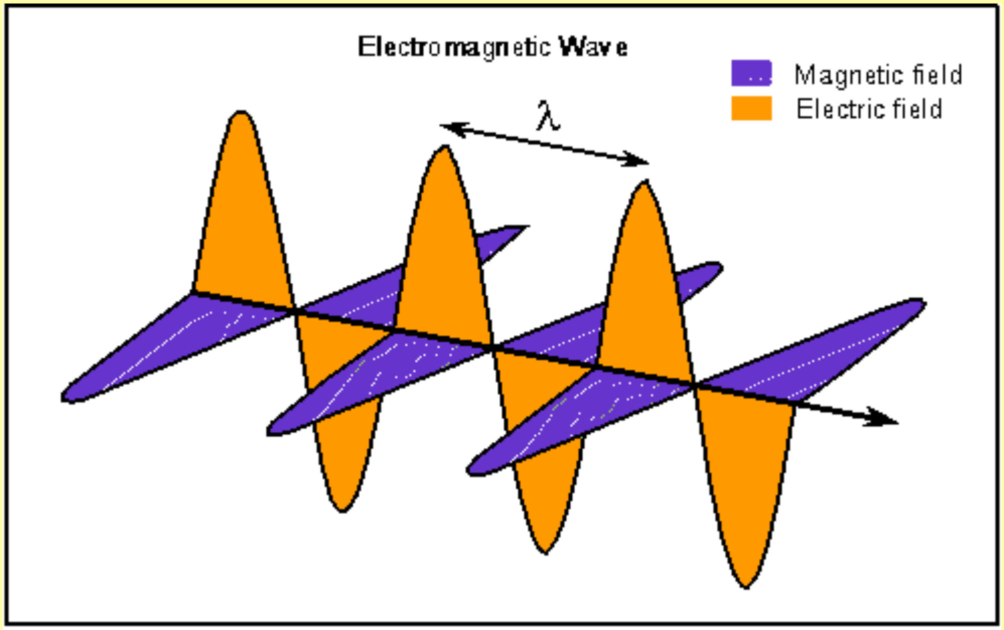
$$\nabla \times B = J + \frac{\partial E}{\partial t}$$

En vacío, si $\rho = 0$ y $J = 0$,

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = \nabla^2 E,$$

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 B}{\partial t^2} = \nabla^2 B,$$

y $c \approx 300.000$ [km/seg] es la velocidad de la luz.



**De esta manera, Maxwell unión la Electricidad y Magnetismo con la Óptica, pero esto trajo nuevos problemas y muy interesantes soluciones:**

**Las ecuaciones de Maxwell no satisfacen el principio de relatividad de Galileo, i.e., no son compatibles con la Mecánica Clásica.**

**Este problema fue resuelto por Lorentz, Poincaré y especialmente por Einstein (1905) quién para resolverlo introdujo la Relatividad Especial.**

**Ya es tarde...**
**"dejemos estas interrogantes para las próximas charlas".**

**Antes de regresar al punto de donde partimos nuestro viaje, recordemos las palabras de Poincaré:**

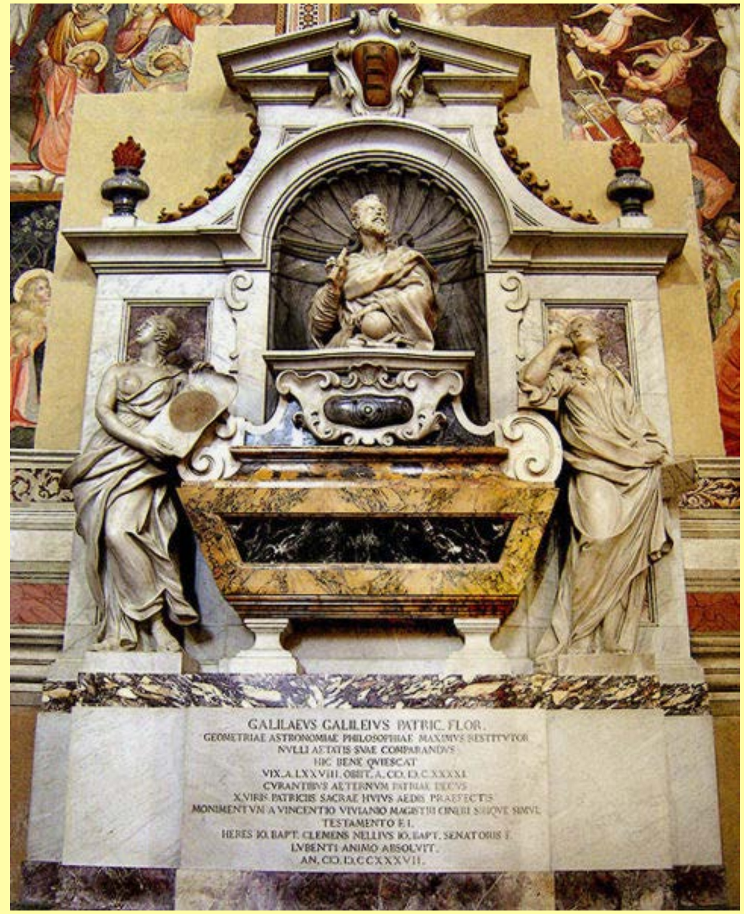
**Ya es tarde...**
**"dejemos estas interrogantes para las próximas charlas".**

**Antes de regresar al punto de donde partimos nuestro viaje,**
**recordemos las palabras de Poincaré (1882):**

**... "La physique ne nous donne pas seulement l'ocassion de résoudre des problèmes... elle nous fait presentir la solution"**

## El fin de un viaje: de regreso a Florencia

Basílica de la Santa Crocce
Florencia




Tumba de Galileo,
Santa Crocce,
Florencia


**Palazzio Vecchio, Piazza della Signoria**

**El David de Miguel Angel**

**Sandro Botticelli, "Alegoría de la Primavera" (1482)**
**(Galería de los Uffizi, Florencia)**

**FIN**