

Entrelazamiento en mecánica cuántica

Hanne Van Den Bosch ¹

8 de junio de 2014

¹este trabajo cuenta con el apoyo de la Iniciativa Científica Milenio, ICM (Chile), a través del Núcleo Milenio RC120002 “Física Matemática”

- La paradoja EPR
- Variables “escondidas”
- Las desigualdades de Bell
- Tests experimentales

La Paradoja EPR

A. Einstein, B. Podolsky, N. Rosen, *Phys. Rev* **47** (1935) Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete ?

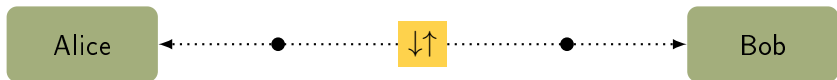
- Función de onda = descripción completa de la realidad
- Observables que no conmutan \rightsquigarrow no tienen realidad simultánea

La Paradoja EPR

A. Einstein, B. Podolsky, N. Rosen, *Phys. Rev* **47** (1935) Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete ?

- Función de onda = descripción completa de la realidad
- Observables que no conmutan \rightsquigarrow no tienen realidad simultánea
- Ejemplo : partícula de spin $\frac{1}{2}$

La Paradoja EPR

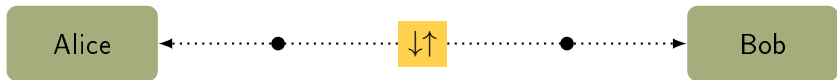


Ejemplo

Dos partículas con spin $\frac{1}{2}$ en estado singlet (entrelazados)

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|+\rangle|-\rangle + |-\rangle|+\rangle)$$

La Paradoja EPR



Ejemplo

Dos partículas con spin $\frac{1}{2}$ en estado singlet (entrelazados)

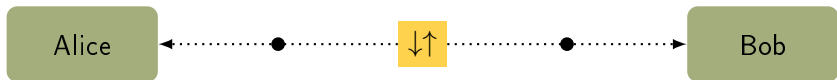
$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|+\rangle|-\rangle + |-\rangle|+\rangle)$$

Argumento EPR :

Medir spin 1 según $z \rightarrow$ conocemos spin 2 según $z \rightarrow$ ya existía

Medir spin 1 según $x \rightarrow$ conocemos spin 2 según $x \rightarrow$ ya existía

La Paradoja EPR



Ejemplo

Dos partículas con spin $\frac{1}{2}$ en estado singlet (entrelazados)

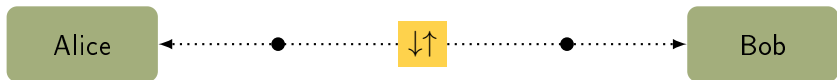
$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|+\rangle|-\rangle + |-\rangle|+\rangle)$$

Conclusión

Falta algo

variables escondidas

La Paradoja EPR



Ejemplo

Dos partículas con spin $\frac{1}{2}$ en estado singlet (entrelazados)

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|+\rangle|-\rangle + |-\rangle|+\rangle)$$

Conclusión

Falta algo

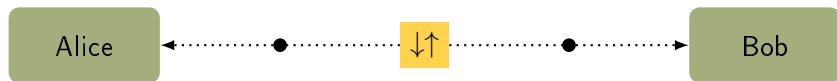
variables escondidas

o

Acción a la distancia

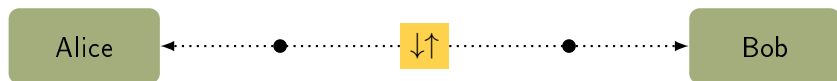
contradice relatividad

Variables escondidas



pos. D1	pos. D2	resultado	prob.
\hat{x}	\hat{x}	(+, +)	0
		(+, -)	0.5
		(-, +)	0.5
		(-, -)	0
\hat{x}	\hat{z}	(+, +)	0.25
		(+, -)	0.25
		(-, +)	0.25
		(-, -)	0.25

Variables escondidas

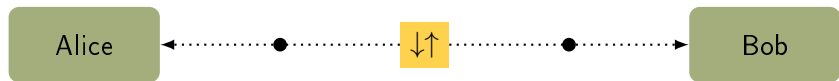


pos. D1	pos. D2	resultado	prob.	
\hat{x}	\hat{x}	(+, +)	0	$\vec{\lambda} \cdot \hat{x} > 0$ y $\vec{\lambda} \cdot \hat{x} < 0$
		(+, -)	0,5	$\vec{\lambda} \cdot \hat{x} > 0$ y $\vec{\lambda} \cdot \hat{x} > 0$
		(-, +)	0,5	$\vec{\lambda} \cdot \hat{x} < 0$ y $\vec{\lambda} \cdot \hat{x} < 0$
		(-, -)	0	$\vec{\lambda} \cdot \hat{x} < 0$ y $\vec{\lambda} \cdot \hat{x} > 0$
\hat{x}	\hat{z}	(+, +)	0,25	$\vec{\lambda} \cdot \hat{x} > 0$ y $\vec{\lambda} \cdot \hat{z} < 0$
		(+, -)	0,25	$\vec{\lambda} \cdot \hat{x} > 0$ y $\vec{\lambda} \cdot \hat{z} > 0$
		(-, +)	0,25	$\vec{\lambda} \cdot \hat{x} < 0$ y $\vec{\lambda} \cdot \hat{z} < 0$
		(-, -)	0,25	$\vec{\lambda} \cdot \hat{x} < 0$ y $\vec{\lambda} \cdot \hat{z} > 0$

$$\langle \Psi, \vec{\lambda} | \vec{a} \cdot \vec{\sigma}_1 | \Psi, \vec{\lambda} \rangle = \text{sign}(\vec{a} \cdot \vec{\lambda}), \quad \langle \Psi, \vec{\lambda} | \vec{b} \cdot \vec{\sigma}_2 | \Psi, \vec{\lambda} \rangle = -\text{sign}(\vec{b} \cdot \vec{\lambda})$$

- Causa común *local* de las correlaciones
- No lo podemos detectar
- Podemos utilizar mecánica cuántica como si no estuvieran allí

Desigualdad de Bell (CHSH)



En mecánica cuántica

$$C_{\text{qm}}(\vec{a}, \vec{b}) = \langle \Psi | (\vec{a} \cdot \vec{\sigma}_1)(\vec{b} \cdot \vec{\sigma}_2) | \Psi \rangle = -\vec{a} \cdot \vec{b}$$

Buscamos $A(\lambda, \vec{a}) = \pm 1$, $B(\lambda, \vec{b}) = \pm 1$ tales que

$$C(\vec{a}, \vec{b}) = \int A(\lambda, \vec{a})B(\lambda, \vec{b})d\rho(\lambda)$$

Desigualdad de Bell (CHSH)

$$\begin{aligned}C(\vec{a}, \vec{b}) - C(\vec{a}', \vec{b}) &= \int \left(A(\lambda, \vec{a})B(\lambda, \vec{b}) - A(\lambda, \vec{a}')B(\lambda, \vec{b}) \right) d\rho(\lambda) \\ &= \int \left(A(\lambda, \vec{a})B(\lambda, \vec{b})(1 \pm A(\lambda, \vec{a}')B(\lambda, \vec{b}')) \right) d\rho(\lambda) \\ &\quad - \int \left(A(\lambda, \vec{a}')B(\lambda, \vec{b})(1 \pm A(\lambda, \vec{a})B(\lambda, \vec{b}')) \right) d\rho(\lambda)\end{aligned}$$

Desigualdad de Bell (CHSH)

$$\begin{aligned}C(\vec{a}, \vec{b}) - C(\vec{a}', \vec{b}) &= \int \left(A(\lambda, \vec{a})B(\lambda, \vec{b}) - A(\lambda, \vec{a}')B(\lambda, \vec{b}) \right) d\rho(\lambda) \\ &= \int \left(A(\lambda, \vec{a})B(\lambda, \vec{b})(1 \pm A(\lambda, \vec{a}')B(\lambda, \vec{b}')) \right) d\rho(\lambda) \\ &\quad - \int \left(A(\lambda, \vec{a}')B(\lambda, \vec{b})(1 \pm A(\lambda, \vec{a})B(\lambda, \vec{b}')) \right) d\rho(\lambda)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}|C(a, b) - C(a', b)| &\leq \int 1 \pm A(\lambda, \vec{a}')B(\lambda, \vec{b}') d\rho(\lambda) \\ &\quad + \int 1 \pm A(\lambda, \vec{a})B(\lambda, \vec{b}') d\rho(\lambda) \\ &\leq 2 \pm (C(a', b') + C(a, b'))\end{aligned}$$

Desigualdad de Bell (CHSH)

$$\begin{aligned}C(\vec{a}, \vec{b}) - C(\vec{a}', \vec{b}) &= \int \left(A(\lambda, \vec{a})B(\lambda, \vec{b}) - A(\lambda, \vec{a}')B(\lambda, \vec{b}) \right) d\rho(\lambda) \\ &= \int \left(A(\lambda, \vec{a})B(\lambda, \vec{b})(1 \pm A(\lambda, \vec{a}')B(\lambda, \vec{b}')) \right) d\rho(\lambda) \\ &\quad - \int \left(A(\lambda, \vec{a}')B(\lambda, \vec{b})(1 \pm A(\lambda, \vec{a})B(\lambda, \vec{b}')) \right) d\rho(\lambda)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}|C(a, b) - C(a', b)| &\leq \int 1 \pm A(\lambda, \vec{a}')B(\lambda, \vec{b}') d\rho(\lambda) \\ &\quad + \int 1 \pm A(\lambda, \vec{a})B(\lambda, \vec{b}') d\rho(\lambda) \\ &\leq 2 \pm (C(a', b') + C(a, b'))\end{aligned}$$

Desigualdad de Bell (Clauser, Holt, Shimony, Horne)

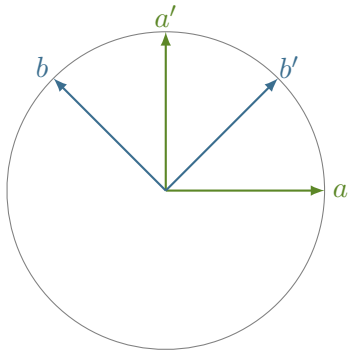
$$|C(a, b) - C(a', b)| + |C(a', b') + C(a, b')| \leq 2$$

Desigualdad de Bell (CHSH)

Desigualdad de Bell

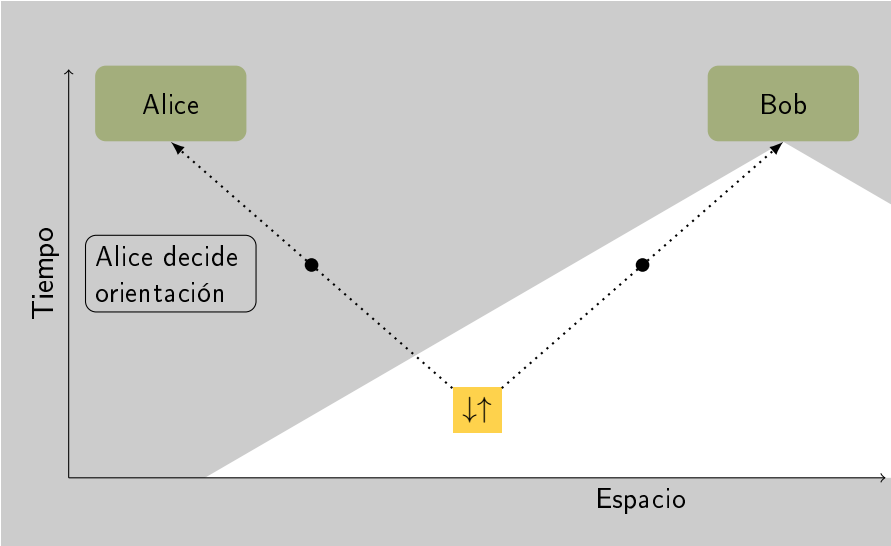
$$|C(a, b) - C(a', b)| + |C(a, b') + C(a', b')| \leq 2$$

Mecánica cuántica



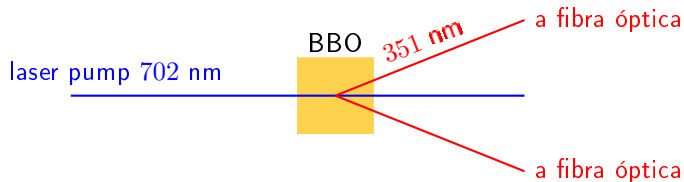
$$\begin{aligned} & |C(a, b) - C(a', b)| + |C(a, b') + C(a', b')| \\ &= \left| \cos \frac{3\pi}{4} - \cos \frac{\pi}{4} \right| + \left| \cos \frac{\pi}{4} + \cos \frac{3\pi}{4} \right| \\ &= 4 \frac{\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2} \end{aligned}$$

Condición de localidad



Experimento

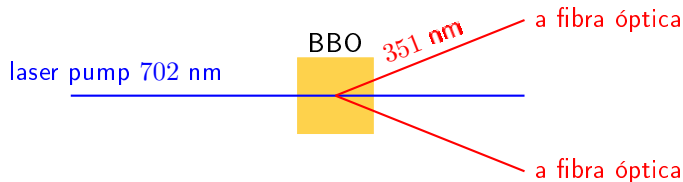
Creación de dos fotones entrelazados en cristal



$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|H_1\rangle |V_2\rangle - |V_1\rangle |H_2\rangle)$$

Experimento

Creación de dos fotones entrelazados en cristal



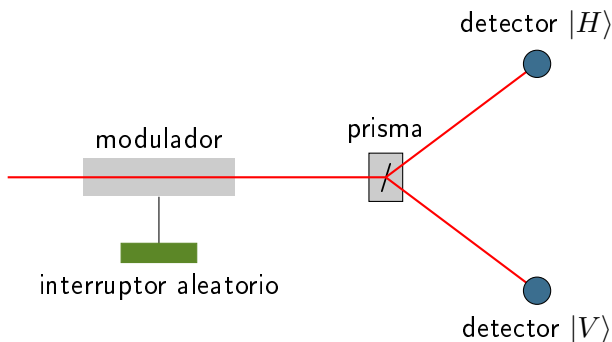
$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|H_1\rangle |V_2\rangle - |V_1\rangle |H_2\rangle)$$

Distancia entre Alice y Bob : 400 m

Tiempo para definir dirección detector : 1,3 μ s

Experimento

En cada detector : medición de polarización lineal con respecto a eje aleatoria



Ángulo de Alice = α , Ángulo Bob = β

$$C(\alpha, \beta) = f_{HH}(\alpha, \beta) + f_{VV}(\alpha, \beta) - f_{HV}(\alpha, \beta) - f_{VH}(\alpha, \beta)$$

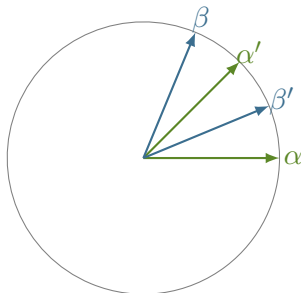
Experimento

Predicción mecánica cuántica

$$\begin{aligned}f_{H,H}(\alpha, \beta) &= f_{V,V}(\alpha, \beta) \\ &= \frac{1}{2} \sin^2(\alpha - \beta)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}f_{H,V}(\alpha, \beta) &= f_{V,H}(\alpha, \beta) \\ &= \frac{1}{2} \cos^2(\alpha - \beta)\end{aligned}$$

$$C(\alpha, \beta) = \cos(2\alpha - 2\beta)$$



G. Weihs et al. *Phys. Rev. Lett.* **81** (1999) Violation of Bell's inequality under strict Einstein locality conditions

$$|C(\alpha, \beta) - C(\alpha', \beta)| + |C(\alpha, \beta') + C(\alpha', \beta')| = 2,73 \pm 0,02$$

- Acción que contradice relatividad

G. Weihs et al. *Phys. Rev. Lett.* **81** (1999) Violation of Bell's inequality under strict Einstein locality conditions

$$|C(\alpha, \beta) - C(\alpha', \beta)| + |C(\alpha, \beta') + C(\alpha', \beta')| = 2,73 \pm 0,02$$

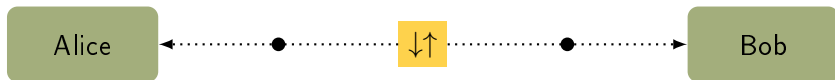
- Acción que contradice relatividad
- pero no sirve para pasar información a velocidad $> c$

G. Weihs et al. *Phys. Rev. Lett.* **81** (1999) Violation of Bell's inequality under strict Einstein locality conditions

$$|C(\alpha, \beta) - C(\alpha', \beta)| + |C(\alpha, \beta') + C(\alpha', \beta')| = 2,73 \pm 0,02$$

- Acción que contradice relatividad
- pero no sirve para pasar información a velocidad $> c$
- y puede servir para otras cosas






Aplicación : criptografía



t	α	spin
1	0	+
2	90	-
3	0	-
4	0	+
5	90	-
6	90	+
\vdots	\vdots	\vdots

t	β	spin
1	90	-
2	90	+
3	90	-
4	0	+
5	0	-
6	90	-
\vdots	\vdots	\vdots

Bibliografía

-  A. Einstein, B. Podolsky, N. Rosen. Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete ? *Phys. Rev* **47** (1935).
-  G. Weihs et al. Violation of Bell's inequality under strict Einstein locality conditions. *Phys. Rev. Lett.* **81** (1999).
-  J. S. Bell. *Speakable and Unspeakable in Quantum Mechanics*, 2nd ed. Cambridge University Press, 2004
-  N. Gisin et al. Quantum Cryptography. *Rev. Mod. Phys.* **74** (2002)
-  P. Kwiat et al. New High-intensity source of Entangled Photon Pairs. *Phys. Rev. Lett.* **75** (1995).