

# Rompimiento espontáneo de la simetría

Sebastián Urrutia Quiroga

FIM8440 – Mecánica Cuántica Avanzada

1er. semestre 2014

# Rompimiento espontáneo versus explícito

- **Explícito:** El lagrangiano pierde la simetría
- **Espotáneo:** El lagrangiano mantiene la simetría



(a) Unbroken symmetry: the rod in its original state is rotationally invariant



(b) Explicitly broken symmetry: the rod bends due to an external force and loses rotational invariance



(c) Spontaneously broken symmetry: the rod bends in an arbitrary direction and loses rotational invariance

# Simetrías: locales, globales y de gauge

## Simetría global

El parámetro de transformación es constante a través del espacio-tiempo. Ejemplos:

- 1 *Rotaciones en un espacio euclídeo  $N$ -dimensional:  $SO(N)$*
- 2 *Transformación de fase con  $\alpha$  constante:  $U(1)$*

## Simetría local

El parámetro de la transformación depende del espacio-tiempo. Por ejemplo, en el caso del grupo  $U(1)$ , la transformación dependería de  $\alpha(x)$ .

## Simetría de gauge

Los estados relacionados mediante la simetría son físicamente equivalentes.

# Un poco de historia...

1940s | Finalización de QED y su comprobación experimental: momento anómalo del electrón, efecto Lamb

# Un poco de historia...

- 1940s | Finalización de QED y su comprobación experimental: momento anómalo del electrón, efecto Lamb
- 1950s | Primeras ideas sobre las interacciones débiles y la necesidad de una partícula mediadora *con masa*

# Un poco de historia...

- 1940s | Finalización de QED y su comprobación experimental: momento anómalo del electrón, efecto Lamb
- 1950s | Primeras ideas sobre las interacciones débiles y la necesidad de una partícula mediadora *con masa*
- 1954 | Teoría de Yang-Mills para simetrías de gauge no abelianas

# Un poco de historia...

- 1940s Finalización de QED y su comprobación experimental: momento anómalo del electrón, efecto Lamb
- 1950s Primeras ideas sobre las interacciones débiles y la necesidad de una partícula mediadora *con masa*
- 1954 Teoría de Yang-Mills para simetrías de gauge no abelianas
- 1957 Teoría BCS para superconductividad

# Un poco de historia...

- 1940s Finalización de QED y su comprobación experimental: momento anómalo del electrón, efecto Lamb
- 1950s Primeras ideas sobre las interacciones débiles y la necesidad de una partícula mediadora *con masa*
- 1954 Teoría de Yang-Mills para simetrías de gauge no abelianas
- 1957 Teoría BCS para superconductividad
- 1962 Teorema de Goldstone. Paper de Anderson



# Un poco de historia...

- 1940s Finalización de QED y su comprobación experimental: momento anómalo del electrón, efecto Lamb
- 1950s Primeras ideas sobre las interacciones débiles y la necesidad de una partícula mediadora *con masa*
- 1954 Teoría de Yang-Mills para simetrías de gauge no abelianas
- 1957 Teoría BCS para superconductividad
- 1962 Teorema de Goldstone. Paper de Anderson
- 1964 Mecanismo de Higgs

# Un poco de historia...

- 1940s Finalización de QED y su comprobación experimental: momento anómalo del electrón, efecto Lamb
- 1950s Primeras ideas sobre las interacciones débiles y la necesidad de una partícula mediadora *con masa*
- 1954 Teoría de Yang-Mills para simetrías de gauge no abelianas
- 1957 Teoría BCS para superconductividad
- 1962 Teorema de Goldstone. Paper de Anderson
- 1964 Mecanismo de Higgs
- 1967 Modelo electrodébil

# Un poco de historia...

- 1940s Finalización de QED y su comprobación experimental: momento anómalo del electrón, efecto Lamb
- 1950s Primeras ideas sobre las interacciones débiles y la necesidad de una partícula mediadora *con masa*
- 1954 Teoría de Yang-Mills para simetrías de gauge no abelianas
- 1957 Teoría BCS para superconductividad
- 1962 Teorema de Goldstone. Paper de Anderson
- 1964 Mecanismo de Higgs
- 1967 Modelo electrodébil
- 1971 t'Hooft & Veltman demuestran la renormalizabilidad de las teorías de gauge no abelianas

# Un poco de historia...

- 1940s Finalización de QED y su comprobación experimental: momento anómalo del electrón, efecto Lamb
- 1950s Primeras ideas sobre las interacciones débiles y la necesidad de una partícula mediadora *con masa*
- 1954 Teoría de Yang-Mills para simetrías de gauge no abelianas
- 1957 Teoría BCS para superconductividad
- 1962 Teorema de Goldstone. Paper de Anderson
- 1964 Mecanismo de Higgs
- 1967 Modelo electrodébil
- 1971 t'Hooft & Veltman demuestran la renormalizabilidad de las teorías de gauge no abelianas
- 1983 Descubrimiento de los bosones  $W^\pm$  y  $Z$  en el CERN

# Un poco de historia...

- 1940s Finalización de QED y su comprobación experimental: momento anómalo del electrón, efecto Lamb
- 1950s Primeras ideas sobre las interacciones débiles y la necesidad de una partícula mediadora *con masa*
- 1954 Teoría de Yang-Mills para simetrías de gauge no abelianas
- 1957 Teoría BCS para superconductividad
- 1962 Teorema de Goldstone. Paper de Anderson
- 1964 Mecanismo de Higgs
- 1967 Modelo electrodébil
- 1971 t'Hooft & Veltman demuestran la renormalizabilidad de las teorías de gauge no abelianas
- 1983 Descubrimiento de los bosones  $W^\pm$  y  $Z$  en el CERN
- 2012 Descubrimiento de una partícula *Higgs-like* en el CERN

# Rompimiento espontáneo de la simetría $U(1)$

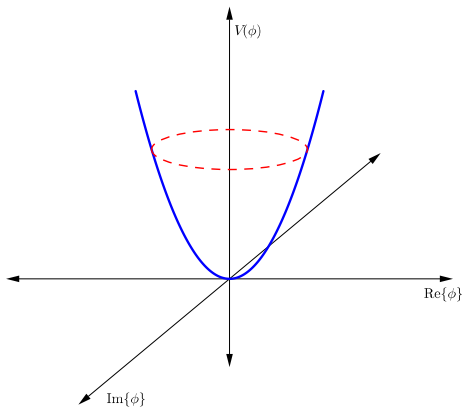
Consideremos un lagrangiano para un campo escalar complejo, en el sentido de la teoría  $\lambda\phi^4$ :

$$\mathcal{L} = \partial_\mu\phi\partial^\mu\phi^* - \mu^2\phi\phi^* - \lambda(\phi\phi^*)^2$$

Es fácil probar que el lagrangiano es invariante bajo la transformación global

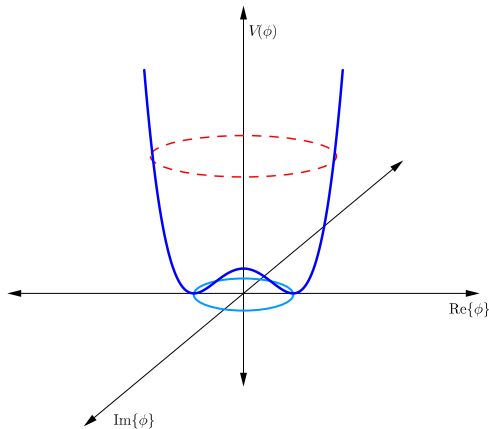
$$\phi(x) \rightarrow \phi'(x) = e^{i\alpha}\phi(x)$$

que corresponde al grupo  $U(1)$ . En una teoría sin rompimiento espontáneo de la simetría, el segundo término es el **término de masa**, con  $\mu^2 > 0$ , y el potencial  $V = \mu^2\phi\phi^* + \lambda(\phi\phi^*)^2$  tiene la forma de una parábola:



Existe un único vacío que es simétrico: perturbaciones alrededor del *ground state* son simétricas bajo  $U(1)$ .

¿Qué ocurre si  $\mu^2 < 0$ ? El potencial tiene la forma de un **sombrero mexicano**:



En este caso, no existe un único *ground state*:

$$0 = \frac{\partial^2 V}{\partial \phi \partial \phi^*} = \mu^2 + 2\lambda \phi \phi^* \quad \rightarrow \quad \phi \phi^* = -\frac{\mu^2}{2\lambda}$$



Todos los *ground-state* poseen la misma amplitud:

$$v \equiv |\phi_0| = \sqrt{\phi_0 \phi_0^*} = \sqrt{-\frac{\mu^2}{2\lambda}}$$

Nos encontramos ante un **rompimiento espontáneo de la simetría**:

- Diferentes orientaciones en el plano complejo definen diferentes estados
- Cada *ground state* tiene igual probabilidad de ser el *ground state* del sistema físico, y los *ground states* están relacionados entre sí mediante la simetría  $U(1)$  del lagrangiano
- Diferencias entre QM y QFT debido a los **grados de libertad**

Analicemos el lagrangiano, perturbando en torno al *ground state*. Dado que éste es no nulo, escribimos el campo de la siguiente forma:

$$\phi(x) = \left( v + \eta(x) \right) e^{i\xi(x)} \approx \left( v + \eta(x) + i v \xi(x) + \dots \right)$$

donde  $\eta(x)$  y  $\xi(x)$  son campos reales. Con esto, el lagrangiano queda de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= \partial_\mu \eta \partial^\mu \eta + (v + \eta)^2 \partial_\mu \xi \partial^\mu \xi - \mu^2 (v + \eta)^2 - \lambda (v + \eta)^4 \\ &= \partial_\mu \eta \partial^\mu \eta + (v + \eta)^2 \partial_\mu \xi \partial^\mu \xi - 4\lambda v^2 \eta^2 + \lambda v^4 - 4\lambda v \eta^3 - 4\lambda \eta^4 \end{aligned}$$

y ahora el campo  $\eta(x)$  adquiere masa:  $m_\eta^2 = 4\lambda v^2 > 0$ . El campo  $\xi$  no adquiere masa, y corresponde al llamado **bosón de Goldstone** asociado al rompimiento de la simetría.

# Teorema de Goldstone

- Demostrado por primera vez, en su forma general, por Goldstone, Salam y Weinberg (1962)
- Prueba la existencia de bosones sin masa en una teoría con una simetría **global** espontáneamente rota
- ¿Cuántos bosones de Goldstone? Si hay  $M$  generadores, y  $N$  de ellos preservan el vacío escogido (*little group*), entonces hay  $M - N$  bosones sin masa

# Teorema de Goldstone

- Demostrado por primera vez, en su forma general, por Goldstone, Salam y Weinberg (1962)
- Prueba la existencia de bosones sin masa en una teoría con una simetría **global** espontáneamente rota
- ¿Cuántos bosones de Goldstone? Si hay  $M$  generadores, y  $N$  de ellos preservan el vacío escogido (*little group*), entonces hay  $M - N$  bosones sin masa

Invariancia bajo cambios de fase → un bosón de Goldstone

# Rompimiento de una simetría de gauge local

Generalizemos la idea anterior al caso de una simetría local de gauge  $U(1)$ :

$$\phi \rightarrow \phi' = e^{-i\alpha(x)}\phi$$

Como sabemos, el lagrangiano invariante de gauge requiere de la introducción de un campo de gauge  $A^\mu$ :

$$\mathcal{L} = D_\mu\phi^* D^\mu\phi - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} - V(\phi^*\phi)$$

donde:

$$\begin{aligned}D_\mu &= \partial_\mu + iqA_\mu \\F_{\mu\nu} &= \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu \\V(\phi\phi^*) &= \mu^2\phi^*\phi + \lambda(\phi^*\phi)^2 \\A_\mu &\rightarrow A'_\mu = A_\mu - 1/q\partial_\mu\alpha\end{aligned}$$

Si  $\mu^2 < 0$ , estamos en la situación del *sombrero mexicano* y escribimos la descomposición polar –al igual que en el caso de la simetría global– para el campo:

$$\begin{aligned}\phi(x) &= (\rho(x) + v) e^{i\xi(x)/v} / \sqrt{2} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} (v + \rho + i\xi + \text{términos de orden superior})\end{aligned}$$

donde, ahora,  $v = \sqrt{-\mu^2/\lambda}$ , y  $\rho, \xi$  son campos reales. Así, el lagrangiano queda como:

$$\begin{aligned}\mathcal{L} &= -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + \frac{1}{2} \partial_\mu \rho \partial^\mu \rho + \frac{1}{2} \partial_\mu \xi \partial^\mu \xi + \frac{q^2 v^2}{2} A_\mu A^\mu - qv A_\mu \partial^\mu \xi \\ &\quad + \mu^2 \rho^2 + \text{términos cúbicos y cuárticos}\end{aligned}$$

## Algunas conclusiones interesantes:

- 1 El campo  $\rho(x)$  adquiere una masa igual a  $-2\mu^2$
- 2 Los campos  $A_\mu$  y  $\xi$  están mezclados, por lo que no es directo interpretar su masa
- 3 Es posible interpretar al campo  $\xi$  como una libertad de gauge mediante la transformación:

## Algunas conclusiones interesantes:

- 1 El campo  $\rho(x)$  adquiere una masa igual a  $-2\mu^2$
- 2 Los campos  $A_\mu$  y  $\xi$  están mezclados, por lo que no es directo interpretar su masa
- 3 Es posible interpretar al campo  $\xi$  como una libertad de gauge mediante la transformación:

$$\phi \rightarrow \phi' = \exp \{ -i\xi(x)/v \} \phi = (v + \rho)/\sqrt{2}$$

$$A_\mu \rightarrow A'_\mu = A_\mu - \frac{1}{qv} \partial_\mu \xi$$



Dado que el lagrangiano es invariante bajo estas transformaciones,

$$\begin{aligned}
 \mathcal{L} &= \frac{1}{2} \left[ (\partial_\mu + iqA'_\mu)(v + \rho) \right] \left[ (\partial^\mu - iqA'^\mu)(v + \rho) \right] - \frac{\mu^2}{2} (v + \rho)^2 \\
 &\quad - \frac{\lambda}{4} (v + \rho)^4 - \frac{1}{4} F'_{\mu\nu} F'^{\mu\nu} \\
 &= -\frac{1}{4} F'_{\mu\nu} F'^{\mu\nu} + \frac{1}{2} \partial_\mu \rho \partial^\mu \rho + \frac{q^2 v^2}{2} A'_\mu A'^\mu + \frac{q^2}{2} A'_\mu A'^\mu \rho (2v + \rho) \\
 &\quad - \frac{(3\lambda v^2 + \mu^2)}{2} \rho^2 - \lambda v \rho^3 - \frac{\lambda}{4} \rho^4
 \end{aligned}$$

# Mecanismo de Higgs

Con el mecanismo antes descrito, se consigue que:

- Desaparece el bosón de Goldstone
- El campo  $\phi$ , llamado **campo de Higgs** tiene una componente masiva:  $m_\rho^2 = 3\lambda v^2 + \mu^2$
- La teoría dota de masa al bosón de Gauge, con masa igual a  $qv$

# Mecanismo de Higgs

Con el mecanismo antes descrito, se consigue que:

- Desaparece el bosón de Goldstone
- El campo  $\phi$ , llamado **campo de Higgs** tiene una componente masiva:  $m_\rho^2 = 3\lambda v^2 + \mu^2$
- La teoría dota de masa al bosón de Gauge, con masa igual a  $qv$

*En el mecanismo de Higgs, se dice que el bosón de gauge adquiere masa al absorber al bosón de Goldstone*

# Mecanismo de Higgs

Con el mecanismo antes descrito, se consigue que:

- Desaparece el bosón de Goldstone
- El campo  $\phi$ , llamado **campo de Higgs** tiene una componente masiva:  $m_\rho^2 = 3\lambda v^2 + \mu^2$
- La teoría dota de masa al bosón de Gauge, con masa igual a  $qv$

*En el mecanismo de Higgs, se dice que el bosón de gauge adquiere masa al absorber al bosón de Goldstone*

<b>Sin SSB:</b> campo complejo + bosón de gauge sin masa	<b>Con SSB:</b> campo real + bosón de gauge masivo
<b>4 grados de libertad</b>	

## BROKEN SYMMETRIES AND THE MASSES OF GAUGE BOSONS

Peter W. Higgs

Tait Institute of Mathematical Physics, University of Edinburgh, Edinburgh, Scotland  
(Received 31 August 1964)

In a recent note<sup>1</sup> it was shown that the Goldstone theorem,<sup>2</sup> that Lorentz-covariant field theories in which spontaneous breakdown of symmetry under an internal Lie group occurs contain zero-mass particles, fails if and only if the conserved currents associated with the internal group are coupled to gauge fields. The purpose of the present note is to report that, as a consequence of this coupling, the spin-one quanta of some of the gauge fields acquire mass;

about the "vacuum" solution  $\varphi_1(x) = 0$ ,  $\varphi_2(x) = \varphi_0$ :

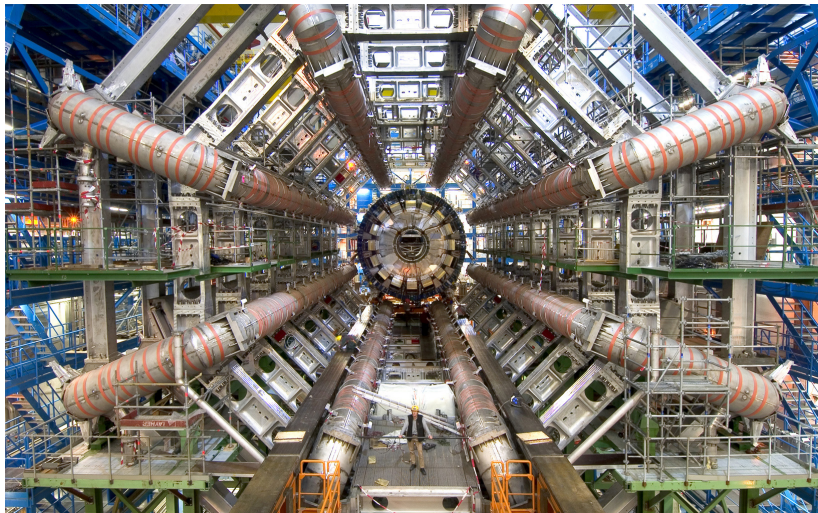
$$\partial^\mu \{ \partial_\mu (\Delta\varphi_1) - e\varphi_0 A_\mu \} = 0, \quad (2a)$$

$$\{ \partial^2 - 4\varphi_0^2 V''(\varphi_0^2) \} (\Delta\varphi_2) = 0, \quad (2b)$$

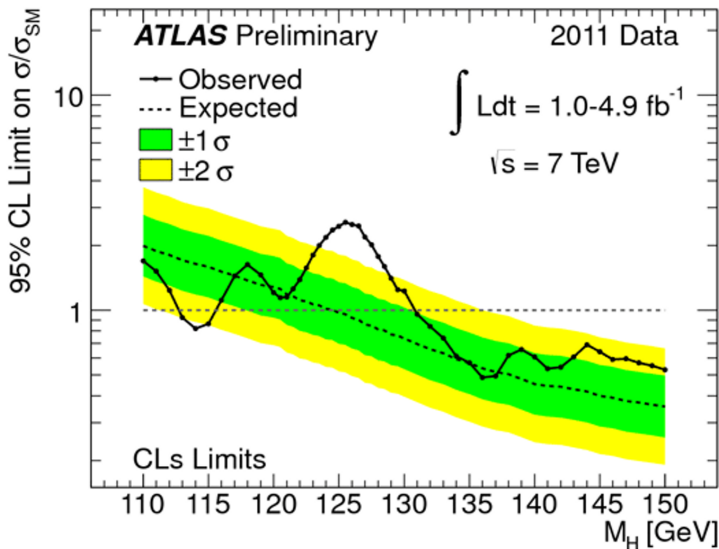
$$\partial_\nu F^{\mu\nu} = e\varphi_0 \{ \partial^\mu (\Delta\varphi_1) - e\varphi_0 A_\mu \}. \quad (2c)$$

Equation (2b) describes waves whose quanta have

Y lo demás ya es historia...



# Y lo demás ya es historia...



Y lo demás ya es historia...





- [1] Ernest ABERS & Benjamin LEE. *Gauge Theories*. North-Holland Publishing Company. 1973
- [2] Suzanne van DAM. *Spontaneous symmetry breaking in the Higgs mechanism*. Disponible en línea: <http://philsci-archive.pitt.edu/9295/>
- [3] Marco Aurelio DÍAZ. *Notas de clase: Física de Partículas*. PUC Chile. 2002