Electricidad y Magnetismo
FIS 1533

Benjamin Koch
bkoch@fis.puc.cl

Pontificia Universidad Católica, Chile

2011

Contenido

Organización

Clase:	LW 8.30–10.00
Ayudanía:	LW 14.00–15.30
3 Is y 3 Cs:	Is: 29.08., 03.10., 07.11; Cs: 24.08., 28.09., 02.11.
1 Examen:	02.12.2011
Eximición:	rendir todas, $\{I_1, I_2, I_3, C\} > 4{,}0$, $N_{pres} > 5{,}0$

$$N_{fincal} = 0{,}7 \cdot N_{cat} + 0{,}3 \cdot N_{lab} \tag{1}$$

donde $N_{cat} = 0{,}7 \cdot N_{pres} + 0{,}3 \cdot N_{ex}$ y
$N_{pres} = (I_1 + I_2 + I_3 + C)/4$

Importante:
Participar y preguntar!!

Bibliografía: Young, Freedmn; Física Universitaria con Física Moderna, 9ª edición. Pearson Wesley, 1999.
Materiales: www.fis.puc.cl/∼bkoch/

sistema SI

Magnitud física	Simbolo	Nombre
longitud	m	Metro
tiempo	s	Segundo
masa	kg	Kilogram
corriente eléctrica	A	Ampere
tempereatura	K	Kelvin
cantidad substancia	mol	Mol
int. luminosa	cd	Candela

nota: voltaje (V) no es independiente: $V = \frac{kgm^2}{As^3}$

$$x, y, z$$

- Gradiente

$$\vec{\nabla} f = \hat{e}_x \partial_x f + \hat{e}_y \partial_y f + \hat{e}_z \partial_z f \tag{2}$$

- Divergencia

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \partial_x E_x + \partial_y E_y + \partial_z E_z \tag{3}$$

- Rotación

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = \begin{vmatrix} \hat{e}_x & \hat{e}_y & \hat{e}_z \\ \partial_x & \partial_y & \partial_z \\ E_X & E_y & E_z \end{vmatrix} \tag{4}$$

- Volumen

$$dV = dx\ dy\ dz \tag{5}$$

$$r, \phi, z$$

- Gradiente

$$\vec{\nabla} f = \hat{e}_r \partial_r f + \hat{e}_\phi \frac{1}{r} \partial_\phi f + \hat{e}_z \partial_z f \quad (6)$$

- Divergencia

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{1}{r} \partial_r (r E_r) + \frac{1}{r} \partial_\phi E_\phi + \partial_z E_z \quad (7)$$

- Rotación

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = \hat{e}_r \left(\frac{1}{r} \partial_\phi E_z - \partial_z E_\phi\right) + \hat{e}_\phi (\partial_z E_r - \partial_r E_z) + \hat{e}_z \frac{1}{r} (\partial_r (r E_\phi) - \partial_\phi E_r) \quad (8)$$

- Volumen

$$dV = r\, dr\, d\phi\, dz \quad (9)$$

$$r, \theta, \phi \text{ (cuidado aquí } \theta : 0, \pi \text{ y } \phi : 0, 2\pi)$$

- Gradiente

$$\vec{\nabla} f = \hat{e}_r \partial_r f + \frac{1}{r}\partial_\theta f + \frac{1}{r \sin\theta}\partial_\phi f \tag{10}$$

- Divergencia

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{1}{r^2}\partial_r(r^2 E_r) + \frac{1}{r \sin\theta}\partial_\theta(\sin\theta E_\theta) + \frac{1}{r \sin\theta}\partial_\phi E_\phi \tag{11}$$

- Rotación

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = \frac{\hat{e}_r}{r \sin\theta}(\partial_\theta(E_\phi \sin\theta) - \partial_\phi E_\theta) + \frac{\hat{e}_\theta}{r \sin\theta}(\partial_\phi E_r - \sin(\theta)\partial_r(r E_\phi)) + \frac{\hat{e}_\phi}{r}(\partial_r(r E_\phi) - \partial_\phi E_r) \tag{12}$$

- Volumen

$$dV = r^2 \sin\theta \, dr \, d\theta \, d\phi \tag{13}$$

Distribución de delta

Wanted: "Mata integrales" $\delta(x)$

Def: para cada función f

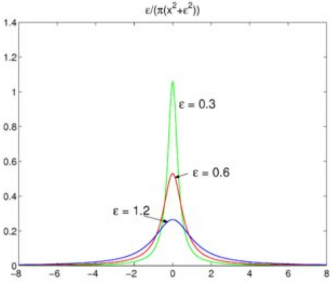
$$\int dx' f(x')\delta(x'-x_0) = f(x_0) \quad (14)$$

3 dim.

$$\int d^3x' f(\vec{x}')\delta^3(\vec{x}'-\vec{x}_0) = f(\vec{x}_0) \quad (15)$$

Connexión con θ

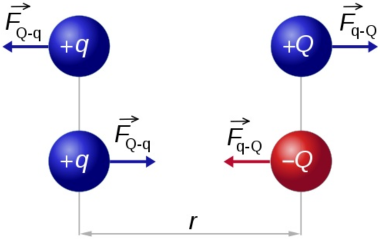
$$\frac{d}{dx}\theta(x-x_0) = \delta(x-x_0) \quad (16)$$



Carga Eléctrica y Campo Eléctrico

Ley de Coulomb:

$$\vec{F} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0}\frac{\vec{r}_1 - \vec{r}_2}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|^3} \quad (17)$$



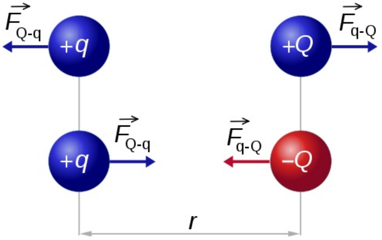
Fuerza entre dos cargas

permitividad del vacío
$\epsilon_0 = 8,854..,10^{-12}\frac{As}{Vm}$

- Estructura matematica
- Comparar con ley de Newton
- Cargas positivas y negativas

Ley de Coulomb:

$$\vec{F} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{r}_1 - \vec{r}_2}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|^3} \tag{17}$$



Fuerza entre dos cargas

permitividad del vacío
$\epsilon_0 = 8,854..,10^{-12} \frac{As}{Vm}$

- Estructura matematica
- Comparar con ley de Newton
- Cargas positivas y negativas

La carga eléctrica es cuantizada!

Cantidad mínima (casi)

$$e = 1,60210^{-19} As \tag{18}$$

Puede ser + o -

- Electron, positron
- Proton, anti-proton
- Neutron
- Mas exóticos: Muon, Antimuon, quarks, mesons ...

La carga eléctrica es cuantizada!

Cantidad mínima (casi)

$$e = 1,60210^{-19} As \tag{18}$$

Puede ser + o -

- Electron, positron
- Proton, anti-proton
- Neutron
- Mas exóticos: Muon, Antimuon, quarks, mesons ...

La carga eléctrica es conservada!

El numero neto de cargas positivas y negativas no cambia, incluso cuando las partículas cambian.

$$Q(t_2) = Q(t_1) + Q_{In} - Q_{Out} \tag{19}$$

La carga eléctrica es conservada!

El numero neto de cargas positivas y negativas no cambia, incluso cuando las partículas cambian.

$$Q(t_2) = Q(t_1) + Q_{In} - Q_{Out} \tag{19}$$

Densidades de carga

Volumen:

$$\rho = \frac{dQ}{dV} \leftrightarrow Q = \int_V \rho \, dV \tag{20}$$

Area:

$$\sigma = \frac{dQ}{da} \leftrightarrow Q = \int_a \sigma_r dx \tag{21}$$

Linea:

$$\lambda = \frac{dQ}{dl} \leftrightarrow Q = \int_a \lambda_r dl \tag{22}$$

Permite escribir ec. (19) en forma diferencial

$$d\rho/dt + \nabla \cdot J \quad . \tag{23}$$

J es flujo por area.

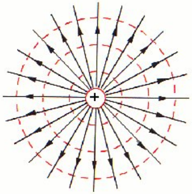
Para una sola carga q_1 se define el campo eléctrico

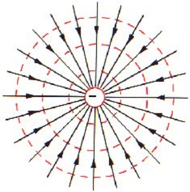
$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_t} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_1}{r_1^2}\hat{r}_1 \tag{24}$$

Para mas cargas se suman las fuerzas $\Rightarrow$ se suman los campos eléctricos

$$\vec{E}_{tot} = \sum_i^n \vec{E}_i = \sum_i^n \frac{\vec{F}_i}{q_t} = \frac{\vec{F}_{tot}}{q_t} \tag{25}$$

- Ejemplo dos cargas con distancia d
- Ayudantía n cargas en linea, plano

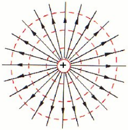


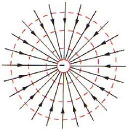


Indiquan hacía donda va una carga q_t, $+$

- Como se ven si acercamos $+$ y $+$?
- $+$ y $-$?
- Plano lleno de $+$?

Vieron en ayudantía $+$ y $-$:





Se define el momentum dipolar $\vec{p}$,

$$\vec{p} = \vec{r}_+ - \vec{r}_- \tag{26}$$

y distancia al centro del dipolo de un punto $\vec{r}$

$$\vec{R} = \vec{r} - \frac{\vec{r}_+ + \vec{r}_-}{2} \tag{27}$$

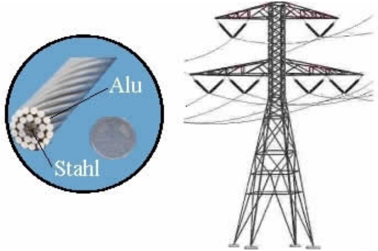
Momentum dipolar para muchas cargas

$$\vec{p}(\vec{r}) = \int \rho(\vec{r}')(\vec{r}' - \vec{r}) \tag{28}$$

Conductores, aisladores
(Casos extremos)

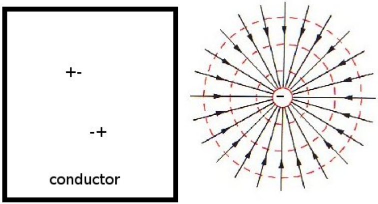
Conductor ideal
Todas las cargas de un sistema pueden mover libre.

Aislador ideal
Ninguna carga es disponible para crear flujo.



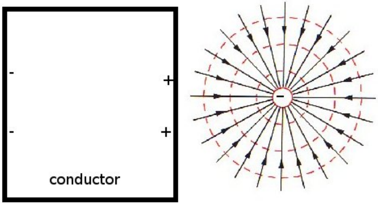
Donde conductores y donde aisladores?

Que pasa si acerco carga (campo) a conductor?



Donde van parejas $+ \, -$?

Que pasa si acerco carga (campo) a conductor?

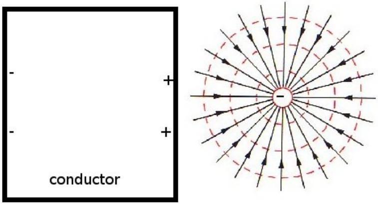


El conductor se polariza!

Cargas inducidas

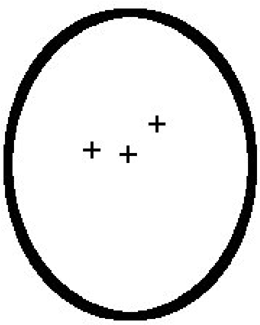
Carga Eléctrica y Campo Eléctrico

Que pasa si acerco carga (campo) a conductor?



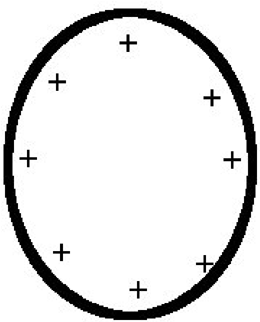
El conductor se polariza!

Lennamos un conductor poco a poco con cargas



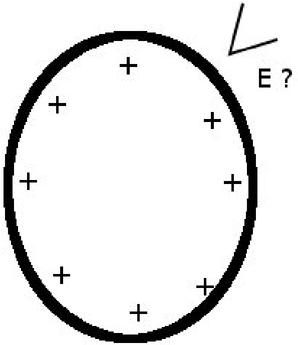
A donde van las cargas libres?

Lennamos un conductor poco a poco con cargas



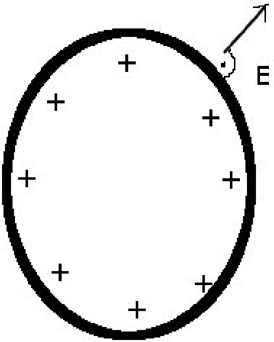
Explica estructura del cable de alta voltaje!

Que pasa con lineas del campo electrico?

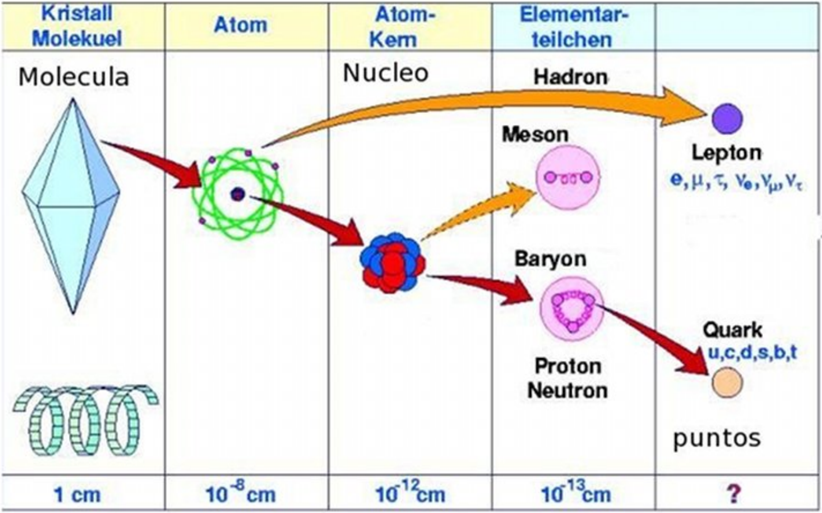


Hacía donde apuntan?

Siempre ortogonal!



Hacía donde apuntan?



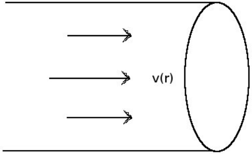
Kristall Molekuel
Atom
Atom-Kern
Elementar-teilchen
Molecula
Nucleo
Hadron
Meson
Baryon
Proton
Neutron
Lepton
e, μ, τ, νe, νμ, ντ
Quark
u,c,d,s,b,t
puntos
1 cm
10-8 cm
10-12 cm
10-13 cm
?

Ley de Gauss

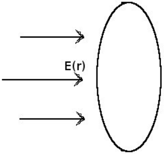

AG3382472N0
DEUTSCHE BUNDESBANK
Banknote
10
ZEHN DEUTSCHE MARK
Deutsche Bundesbank
Frankfurt am Main
AG3382472N0

Analogía

flujo de agua



flujo eléctrico



$$\Phi_{agua} = \int_A \vec{v}(r) \cdot d\vec{a} \qquad (29)$$

$$\Phi_E = \int_A \vec{E}(r) \cdot d\vec{a} \qquad (30)$$

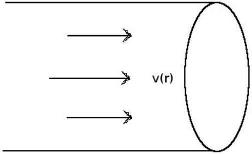
Depende de superficie A, pero que es $d\vec{a}$?
Con superficie cerrada:

$$\Phi_E^0 = \oint_A \vec{E}(r) \cdot d\vec{a}$$

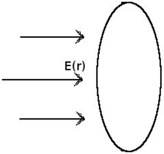
pero que es una superficie cerrada?

Analogía

flujo de agua



flujo eléctrico



$$\Phi_{agua} = \int_A \vec{v}(r) \cdot d\vec{a} \qquad (29)$$

$$\Phi_E = \int_A \vec{E}(r) \cdot d\vec{a} \qquad (30)$$

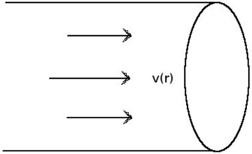
Depende de superficie A, pero que es $d\vec{a}$?
Con superficie cerrada:

$$\Phi_E^0 = \oint_A \vec{E}(r) \cdot d\vec{a} \qquad (31)$$

pero que es una superficie cerrada?

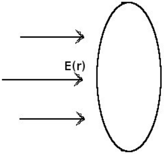
Analogía

flujo de agua



$$\Phi_{agua} = \int_A \vec{v}(r) \cdot d\vec{a} \qquad (29)$$

flujo eléctrico



$$\Phi_E = \int_A \vec{E}(r) \cdot d\vec{a} \qquad (30)$$

Depende de superficie A, pero que es $d\vec{a}$?
Con superficie cerrada:

$$\Phi_E^0 = \oint_A \vec{E}(r) \cdot d\vec{a} \qquad (31)$$

pero que es una superficie cerrada?

Ley de Gauss:

$$\Phi_E^0 = \frac{Q}{\epsilon_0} \tag{32}$$

Con (31) y (20)

$$\oint_A \vec{E}(r) \cdot d\vec{a} = \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho dv \tag{33}$$

Nota: No depende de la forma de A!

A que corresponde una carga en la analogía entre $\vec{E}$ y flujo de agua $\vec{v}$?

Ley de Gauss:

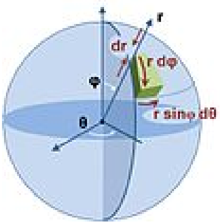
$$\Phi_E^0 = \frac{Q}{\epsilon_0} \tag{32}$$

Con (31) y (20)

$$\oint_A \vec{E}(r) \cdot d\vec{a} = \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho dv \tag{33}$$

Nota: No depende de la forma de A!
A que corresponde una carga en la analogía entre $\vec{E}$ y flujo de agua $\vec{v}$?

Suponemos que sabemos Gauss y no sabemos Coulomb



Mas facil en coordenadas esfericas
$d\vec{a} = \hat{e}_r r^2 \sin\phi d\theta d\phi$
Simetría: $\vec{E}(r) = \hat{e}_r E(r)$

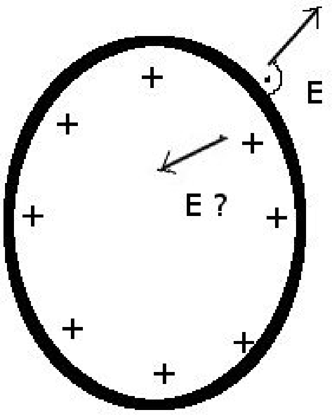
$$\text{Gauss:} \qquad Q = \epsilon_0 \int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} \vec{E}(r) \cdot d\vec{a} \tag{34}$$

...

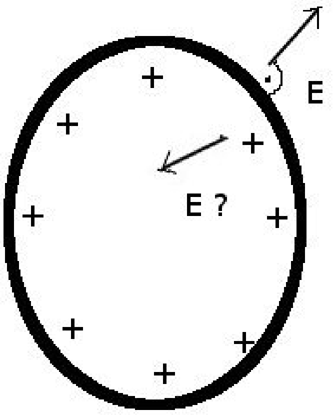
$$E(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \qquad \text{Coulomb!} \tag{35}$$

Gauss dentro de conductor cargado

Gauss



Campo dentro del conductor cargado? Con ley de Gauss $\Rightarrow \vec{E} = 0$



Campo dentro del conductor cargado? Con ley de Gauss $\Rightarrow$ $\vec{E} = 0$

Escribir ley de Gauss (fis) sin integrales?

$$\oint_A \vec{E}(r) \cdot d\vec{a} = \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho dv \tag{36}$$

Usar ley de Gauss (mat)

$$\oint_A \vec{E}(r) \cdot d\vec{a} = \int_V \vec{\nabla} \cdot \vec{E} dv \tag{37}$$

Esto para cualquier V:

ley de Gauss (forma diferencial)

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \tag{38}$$

Potencial Eléctrico

Trabajo hecho por fuerza electrica

Trabajo infinitesimal a mover carga q_t:

$$\Delta W = \vec{F} \cdot \Delta\vec{x} = q_t \vec{E} \cdot \Delta\vec{x} \tag{39}$$

Juntar trabajos infinitesimales de trabajo total a lo largo de una curva C

$$W = q_t \int_C \vec{E} d\vec{s} \tag{40}$$

Este trabajo define una energía

?Es esta energía una energía potencial?

Pero es esta energía una energía potencial?

Nota:
Un trabajo no siempre da una energía potencial! Ejemplo?
Condición suficiente

$$\text{Si} \quad \oint \vec{F} \cdot d\vec{s} = 0 \quad \Rightarrow \text{hay potencial} \tag{41}$$

Que evite?
Ejemplos?

Pero es esta energía una energía potencial?

Nota:
Un trabajo no siempre da una energía potencial! Ejemplo?
Condición suficiente

$$\text{Si} \quad \oint \vec{F} \cdot d\vec{s} = 0 \quad \Rightarrow \text{hay potencial} \tag{41}$$

Que evite?
Ejemplos?

Pero es esta energía una energía potencial?

Nota:
Un trabajo no siempre da una energía potencial! Ejemplo?
Condición suficiente

$$\text{Si} \quad \oint \vec{F} \cdot d\vec{s} = 0 \quad \Rightarrow \text{hay potencial} \tag{41}$$

Que evite?
Ejemplos?

Definición de V a traves del trabajo W

$$V(x) - V(x_0) = -\frac{W(x) - W(x_0)}{q_t} \tag{42}$$

$$= -\frac{1}{q_t}\int_{x_0}^{x} \vec{F}\cdot d\vec{s} = -\int_{x_0}^{x} \vec{E}\cdot d\vec{s} \tag{43}$$

Definición diferencial de V

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}\cdot V \tag{44}$$

Con Gauss y (44):
Ecuación diferencial

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{\nabla}V = -\frac{\rho}{\epsilon_0} \tag{45}$$

Ecuación de Poisson, Donde $\vec{\nabla}\cdot\vec{\nabla}$ es operador de Laplace
Metodo de solución general via funciones de Green $G(r-r')$:

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{\nabla}G(r-r') = \delta^3(r-r') \quad \text{da} \quad G(r-r') = -\frac{1}{4\pi}\frac{1}{|r-r'|} \tag{46}$$

solución general

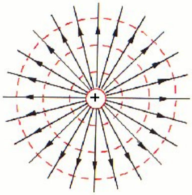
$$V(r) = \int_\Omega G(r-r')\frac{-\rho(r')}{\epsilon_0}d^3r = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int_\Omega \frac{\rho(r')}{|r-r'|}d^3r' \tag{47}$$

Orígen en la posición de la carga

$$V(x) - V(x_0) = -\int_{x_0}^{x} \vec{E}\cdot d\vec{s} \qquad (48)$$

Elegir camino C radial: $d\vec{s} = \hat{e}_r dr$
Calcular ... problema con x_0 ...
resultado

$$V(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r} \qquad (49)$$



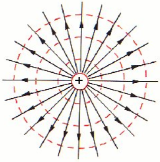
Superficies equipotenciales

Potencial eléctrico

Que pasa si elegimos algun camino en la esfera?

$d\vec{s} = \hat{e}_\theta a + \hat{e}_\phi b$

$$\Delta V = -\int_{x_0}^{x} \vec{E} \cdot d\vec{s} \qquad (50)$$



$\Delta V = 0!$

El potencial es constante.

Estos caminos definen una superficie equipotencial (en rojo)

Esta superficie donde el potenciál existe para cada campo electrico (conservativo)

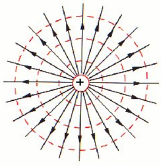
Superficies equipotenciales

Potencial eléctrico

Que pasa si elegimos algun camino en la esfera?

$d\vec{s} = \hat{e}_\theta a + \hat{e}_\phi b$

$$\Delta V = -\int_{x_0}^{x} \vec{E} \cdot d\vec{s} \qquad (50)$$



$\Delta V = 0!$

El potencial es constante.

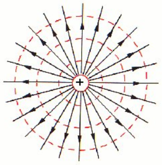
Estos caminos definen una superficie equipotencial (en rojo)

Esta superficie donde el potenciál existe para cada campo electrico (conservativo)

Que pasa si elegimos algun camino en la esfera?

$d\vec{s} = \hat{e}_\theta a + \hat{e}_\phi b$

$$\Delta V = -\int_{x_0}^{x} \vec{E} \cdot d\vec{s} \qquad (50)$$



$\Delta V = 0!$

El potencial es constante.

Estos caminos definen una superficie equipotencial (en rojo)

Esta superficie donde el potenciál existe para cada campo electrico (conservativo)

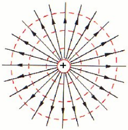
Con mas cargas

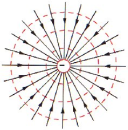
$$\vec{E}_{tot} = \sum_i \vec{E}_i \quad \Rightarrow \tag{51}$$

sigue cierto para potenciales

$$V_{tot} = \sum_i V_i \tag{52}$$

Vieron en ayudantía + y −:





Se define el momentum dipolar $\vec{p}$,

$$\vec{p} = (\vec{r}_+ - \vec{r}_-)Q \tag{53}$$

y distancia al centro del dipolo de un punto $\vec{r}$

$$\vec{R} = \vec{r} - \frac{\vec{r}_+ + \vec{r}_-}{2} \tag{54}$$

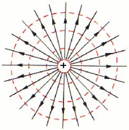
Momentum dipolar para muchas cargas

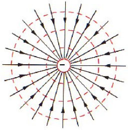
$$\vec{p}(\vec{r}) = \int \rho(\vec{r}')(\vec{r}' - \vec{r})dV \tag{55}$$

Ejemplo potencial dipolo eléctrico

Potencial eléctrico

Vieron en ayudantía $+$ y $-$:





$$V_{tot} = \sum_i V_i = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{Q}{|\vec{r}_+ - r|} - \frac{1}{|\vec{r}_- - r|}\right) \tag{56}$$

Expandir para $d/r \ll 1$ ...

$$V(R) \approx \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{\vec{p}\cdot\hat{R}}{R^2} + \mathcal{O}\left(\frac{p^2}{R^2}\right) \tag{57}$$

Como se comporta un potencial eléctrico a lo largo den un conductor cargado?

$$\Delta V = -\int_{x_0}^{x} \vec{E} \cdot d\vec{s} \tag{58}$$

$$\Delta V = 0 \tag{59}$$

porque $\vec{E}$ es normal (o zero) a la superficie $d\vec{s}$ del conductor

Nota: Truco muy util

Como se comporta un potencial eléctrico a lo largo den un conductor cargado?

$$\Delta V = -\int_{x_0}^{x} \vec{E} \cdot d\vec{s} \tag{58}$$

$$\Delta V = 0 \tag{59}$$

porque $\vec{E}$ es normal (o zero) a la superficie $d\vec{s}$ del conductor

Nota: Truco muy util

Como se comporta un potencial eléctrico a lo largo den un conductor cargado?

$$\Delta V = -\int_{x_0}^{x} \vec{E} \cdot d\vec{s} \tag{58}$$

$$\Delta V = 0 \tag{59}$$

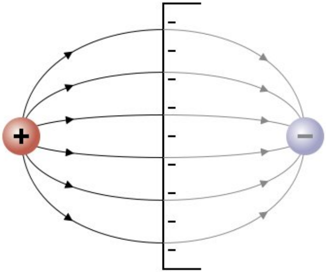
porque $\vec{E}$ es normal (o zero) a la superficie $d\vec{s}$ del conductor

Nota: Truco muy util

Conductor Cargado: ejemplo espejo

Potencial eléctrico

Carga Q enfrenta conductor plano:



Densidad de carga σ en superficie?

Sistema de coordenadas?

Sabemos $\vec{E}_{tot||} = 0 = \vec{E}_{Q||} + \vec{E}_{pl||}$

Gauss: $\vec{\nabla}\vec{E}_{tot} = \partial_z E_{tot,z} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$

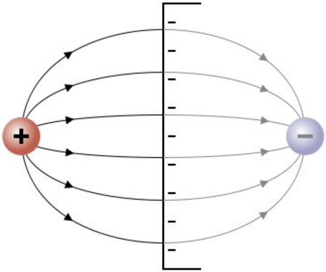
$\rho = \sigma(r,\phi)\delta(z)$

- Sin espejo: ... dificil
- Con espejo: ...

$$\sigma(r) = \frac{2Qd}{4\pi\epsilon_0(r^2+d^2)^{3/2}} \quad (60)$$

Conductor Cargado: ejemplo espejo

Carga Q enfrenta conductor plano:



Densidad de carga σ en superficie?

Sistema de coordenadas?

Sabemos $\vec{E}_{tot||} = 0 = \vec{E}_{Q||} + \vec{E}_{pl||}$

Gauss: $\vec{\nabla}\vec{E}_{tot} = \partial_z E_{tot,z} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$

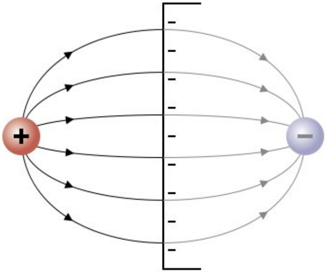
$\rho = \sigma(r,\phi)\delta(z)$

- Sin espejo: ... dificil
- Con espejo: ...

$$\sigma(r) = \frac{2Qd}{4\pi\epsilon_0(r^2+d^2)^{3/2}} \quad (60)$$

Conductor Cargado: ejemplo espejo

Carga Q enfrenta conductor plano:



Densidad de carga σ en superficie?

Sistema de coordenadas?
Sabemos $\vec{E}_{tot||} = 0 = \vec{E}_{Q||} + \vec{E}_{pl||}$
Gauss: $\vec{\nabla}\vec{E}_{tot} = \partial_z E_{tot,z} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$
$\rho = \sigma(r,\phi)\delta(z)$

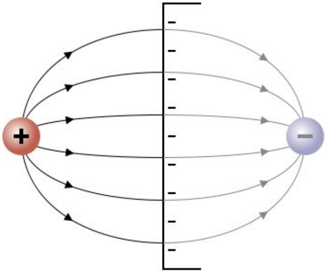
- Sin espejo: ... dificil
- Con espejo: ...

$$\sigma(r) = \frac{2Qd}{4\pi\epsilon_0(r^2+d^2)^{3/2}} \tag{60}$$

Conductor Cargado: ejemplo espejo

Potencial eléctrico

Carga Q enfrenta conductor plano:



Densidad de carga σ en superficie?

Sistema de coordenadas?

Sabemos $\vec{E}_{tot||} = 0 = \vec{E}_{Q||} + \vec{E}_{pl||}$

Gauss: $\vec{\nabla}\vec{E}_{tot} = \partial_z E_{tot,z} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$

$\rho = \sigma(r,\phi)\delta(z)$

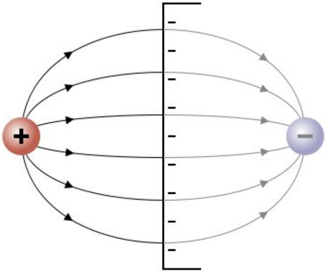
- Sin espejo: ... dificil
- Con espejo: ...

$$\sigma(r) = \frac{2Qd}{4\pi\epsilon_0(r^2+d^2)^{3/2}} \qquad (60)$$

Conductor Cargado: ejemplo espejo

Potencial eléctrico

Carga Q enfrenta conductor plano:



Densidad de carga σ en superficie?

Sistema de coordenadas?

Sabemos $\vec{E}_{tot||} = 0 = \vec{E}_{Q||} + \vec{E}_{pl||}$

Gauss: $\vec{\nabla}\vec{E}_{tot} = \partial_z E_{tot,z} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$

$\rho = \sigma(r,\phi)\delta(z)$

- Sin espejo: ... dificil
- Con espejo: ...

$$\sigma(r) = \frac{2Qd}{4\pi\epsilon_0(r^2+d^2)^{3/2}} \quad (60)$$

De ayudantía conocemos campo a dentro

$$\vec{E} = \hat{e}_x \frac{\sigma_0}{\epsilon_0} \qquad (61)$$

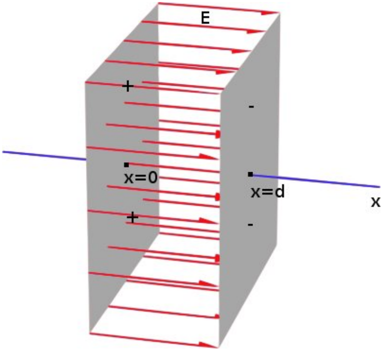
y a fuera

$$\vec{E} = 0 \qquad (62)$$

Con $d\vec{s} = \hat{e}_x dx$ para $0 < x < d$

$$V(x) - V(x_0) = -\int_{x_0=0}^{x} \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{\sigma_0}{\epsilon_0}(x - 0) \qquad (63)$$

Dibujar $E_x(x)$, $V(x)$ ...
Superficie equipotencial?



El Tubo de rayos catódicoos

Potencial eléctrico

Movimiento de electron en condensador

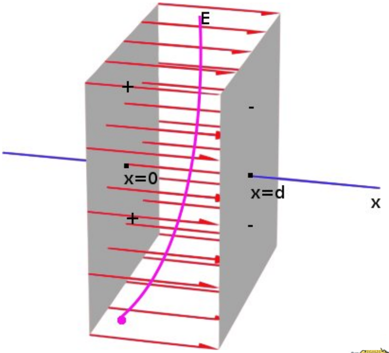
Newton

$$\vec{F} = m\ddot{\vec{x}} \tag{64}$$

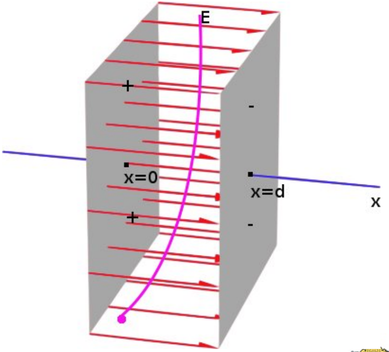
$\vec{F} = -\hat{e}_x \frac{\sigma_0}{\epsilon_0}$

$$\vec{x}(t) = \hat{e}_x(x_0 + v_x t + \frac{F_x t^2}{2m}) + \hat{e}_y(x_0 + v_x t) \tag{65}$$

Así funcionaron las teles antiguas



Movimiento de electron en condensador



Newton

$$\vec{F} = m\ddot{\vec{x}} \tag{64}$$

$\vec{F} = -\hat{e}_x \frac{\sigma_0}{\epsilon_0}$

$$\vec{x}(t) = \hat{e}_x\left(x_0 + v_x t + \frac{F_x t^2}{2m}\right) + \hat{e}_y(x_0 + v_x t) \tag{65}$$

Así funcionaron las teles antiguas

El Tubo de rayos catódicoos

Potencial eléctrico

Movimiento de electron en condensador

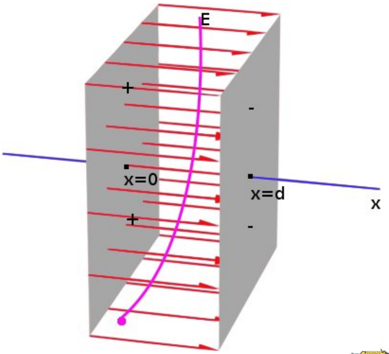
Newton

$$\vec{F} = m\ddot{\vec{x}} \tag{64}$$

$\vec{F} = -\hat{e}_x \frac{\sigma_0}{\epsilon_0}$

$$\vec{x}(t) = \hat{e}_x(x_0 + v_x t + \frac{F_x t^2}{2m}) + \hat{e}_y(x_0 + v_x t) \tag{65}$$

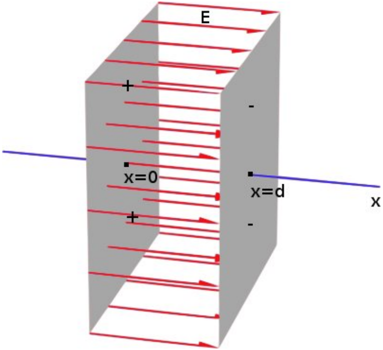
Así funcionaron las teles antiguas



Capacitancia y Dieléctricos

Hoy: Condensador → Capacitor

Guarda carga eléctrica



Como mejor construir Capacitor?

Para distinguir se define capacitancia:

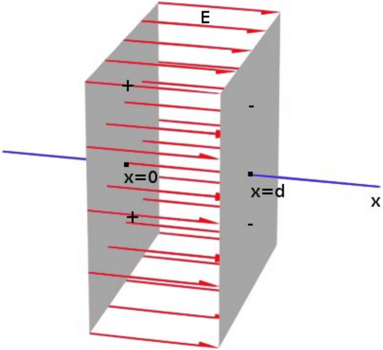
$$C = \frac{Q}{V} \tag{66}$$

Con (63)

$$C = \epsilon_0 \frac{A}{d} \tag{67}$$

Hoy: Condensador → Capacitor

Guarda carga eléctrica



Para distinguir se define capacitancia:

$$C = \frac{Q}{V} \tag{66}$$

Con (63)

$$C = \epsilon_0 \frac{A}{d} \tag{67}$$

Como mejor construir Capacitor?

$$C = \epsilon_0 \frac{A}{d} \tag{68}$$

Como mejor construir Capacitor?

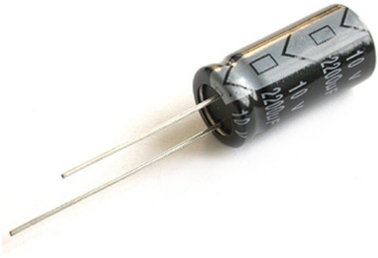
Cambiamos A, d se puede cambiar ϵ_0? $C = \frac{Q}{V}$, $V \sim E_{tot}$ ya vimos como hacer E_{tot} pequeno?

Capacitores

Capacitancia y Dieléctricos

$$C = \epsilon_0 \frac{A}{d} \qquad (68)$$

Como mejor construir Capacitor?



Cambiamos A, d se puede cambiar ϵ_0? $C = \frac{Q}{V}$, $V \sim E_{tot}$ ya vimos como hacer E_{tot} pequeno?

$$C = \epsilon_0 \frac{A}{d} \tag{68}$$

Como mejor construir Capacitor?

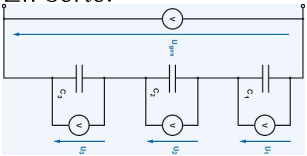
Cambiamos A, d se puede cambiar ϵ_0? $C = \frac{Q}{V}$, $V \sim E_{tot}$ ya vimos como hacer E_{tot} pequeno?

Combinar Capacitores

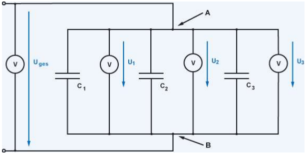
Capacitancia y Dieléctricos

Dos maneras de combinar capacitores

En serie:



Paralelo:



$$Q = Q_1 = Q_2 = Q_3 \ldots , \tag{69}$$

$$U = U_1 + U_2 + U_3 \ldots \tag{70}$$

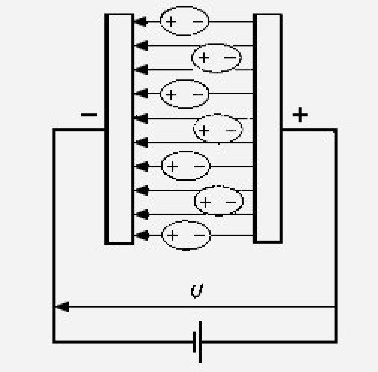
$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \ldots \tag{71}$$

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 \ldots , \tag{72}$$

$$U = U_1 = U_2 = U_3 \ldots \tag{73}$$

$$C = C_1 + C_2 + C_3 \ldots \tag{74}$$

Se puede cambiar ϵ_0?



Polarisación pero
tiene que ser isolador!

$$\epsilon_0 \to \epsilon \tag{75}$$

- Constante dielectrica $\epsilon > \epsilon_0$
- ϵ depende del material (ϵ_0 vacío, $> \epsilon_0$ dielectricum real, ∞ conductor)
- Al nivel atomico?
- Calcular ϵ para diplolo ideal de largo $d/3$

Dieléctricos son aisladores o por lo menos malos conductores

Material	ϵ/ϵ_0
aire	1,00059
madera	$2-3$
petroleo	$2-3$
vidrio	$3-14$
ceramica	$50-100$
...	

Estos son ordenes de magnitud, los numeros dependen de varios factores como temperatura y fecuencia.

Cargamos un condensador
Infinitesimal

$$\Delta W(q \to q + \Delta q) = \int_0^D \vec{F} d\vec{s} = \cdots = -\frac{q}{A\epsilon} D\Delta q \tag{76}$$

Completo

$$|\Delta W(0 \to Q)| = \int_0^Q dq \frac{\Delta W}{\Delta q} = \cdots = \frac{1}{2} CV^2 \tag{77}$$

La enería que corresponde a W se guarda en el campo electrico!
Encontramos

$$\frac{W}{Vol} = \frac{1}{2}\epsilon E^2 \tag{78}$$

(Importante y general, no solo capacitor!)

Analogía campo gravitacional?

Ley de Gauss con dieléctricos

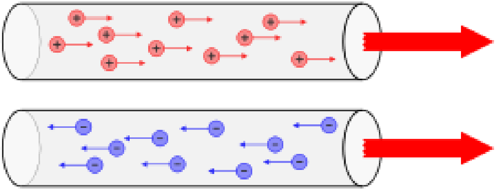
$$\oint_A \epsilon \vec{E}'(r) \cdot d\vec{a} = \int_V \rho_{Libre} dv \tag{79}$$

Ojo: aqui cuentan solamente cargas libres!

- Relacion entre ϵ y cargas inducidas σ_i en el dielectrico?
- Que valores puede tener ϵ?
- Ejemplo transicion entre ϵ_0 a ϵ
- Ejemplo ley de Snell
- Ejemplo carga de espejo

Corriente, Resistencia y Fuerza Electromotriz

La corriente o intensidad elćtrica es el flujo de carga por unidad de tiempo que recorre un material.



Simbolo I, unidad:

$$[I] = A \quad \text{Ampere} \tag{80}$$

La resistencia elćtrica de un objeto es una medida de su oposicíń al paso de corriente.

$$R = \frac{U}{I} \tag{81}$$

Unidad “Ohm”

$$[R] = \frac{V}{A} = \frac{J}{CA} \equiv \Omega \tag{82}$$

Potencia de una corriente con resistencia

$$P = I^2 R \tag{83}$$

La resistividad ρ es la resistencia elćtrica especfíca de un material

$$R = \rho \frac{l}{A} \tag{84}$$

Unidades

$$[\rho] = \Omega \cdot m \tag{85}$$

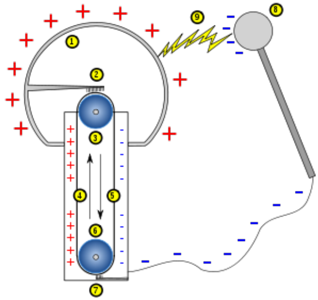
Material	ρ en $10^{-6}\Omega m$
Cobre	0,017
Cautschuk	10^{19}
tierra	0,1
agua	10^{5}
...	

Mostramos que $\vec{E} = \rho\vec{J}$ donde $\vec{J}$ es el flujo electrico.

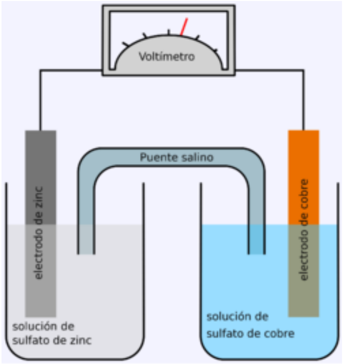
Se define como el trabajo que el generador realiza para pasar por su interior la unidad de carga positiva del polo negativo al positivo, dividido por el valor en Culombios de dicha carga.
O mas simple: “Todo que puede generar un voltaje”
Undidad $V = \frac{J}{sA}$
Ejemplos:

Ejemplos:

Pelo: Van de Graaf



Pila galvánica



Explicar ejemplos, Tipos de pila:

- Pila
- Batería,
- Pila combustible

Mostramos para pila real:

$$\Delta U_R = E - rI \tag{86}$$

donde E is la fuerza electromotriz y r es la resistencia interna.
Potencia:

$$P = EI - rI^2 \tag{87}$$

Derivamos promedio de velocidad inducida

$$\hat{\vec{v}}_E = \frac{q}{m}\frac{\Delta l}{|v_0|}\vec{E} \tag{88}$$

donde Δl es promedio de distancia entre cargas, v_0 velocidad debido a movimiento termico.
Esto implica para resistividad

$$\rho = \frac{m|v_0|}{nq^2\Delta l} \tag{89}$$

Esto explica porque se usa

$$\rho(T) = \rho_0(1 + \alpha(T - T_0)) \tag{90}$$

con $\alpha > 0$.

Circuitos de Corriente Directa

En serie:

$$R_{tot} = R_1 + R_2 + \ldots \tag{91}$$

En paralelo:

$$\frac{1}{R_{tot}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \ldots \tag{92}$$

Regla para nodos con N patas:

$$\sum_{n=1}^{N} I_n = 0 \tag{93}$$

Regla para mallas (circulos cerrados) con N diferencias de voltaje

$$\sum_{n=1}^{N} U_n = 0 \tag{94}$$

Medición directa:

- Voltaje en paralelo con $R_{instrumento} \gg R$
- Corriente en seria con $R_{instrumento} \ll R$

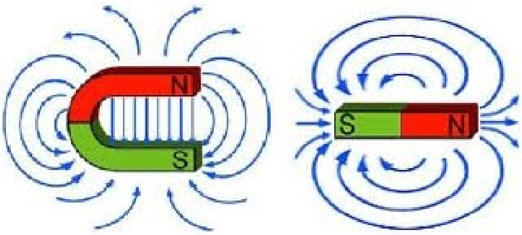
Como usar una resistencia de referencia R_{ref} para medir un voltaje con un instromento que mide corriente y vice versa

Sistema de capacitor C, interruptor, y resistencia R: encontramos

$$I(t) = \frac{Q_0}{CR} \exp(-t/(CR)) \tag{95}$$

Campo Magneético y Fuerzas Magnéticas

Se dibujan de de “sur” al “norte”



Nota:

- Magentas les gusta alinearse (brújula)
- No hay cargas magnéticas $\Leftrightarrow$ no hay “sur” “norte” solo.
- Analogía con dipolo eléctrico

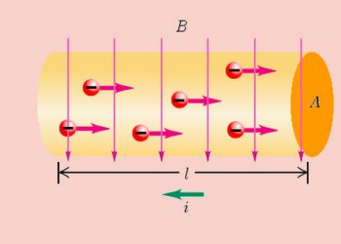
Partículas cargadas con velocidad $\vec{v}$ sienten una fuerza en un campo magnético $\vec{B}$

$$\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B} + \vec{E}) \tag{96}$$

Esto causa movimiento circular (espiral) de partículas cargadas con masa m en campo magnético constante. El radio del circulo es

$$R = \frac{mv}{qB} \tag{97}$$

Un cable con corriente siente la místma fuerza de Lorentz



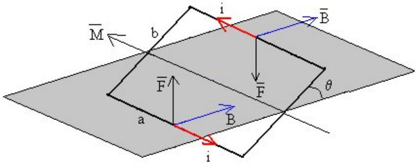
Encontramos

$$d\vec{F} = I(d\vec{l} \times \vec{B}) \tag{98}$$

Para una espira el integral de fuerzas

$$\oint d\vec{F} = I(d\vec{l} \times \vec{B}) = 0 \tag{99}$$

Pero la torsión NO esta cero!

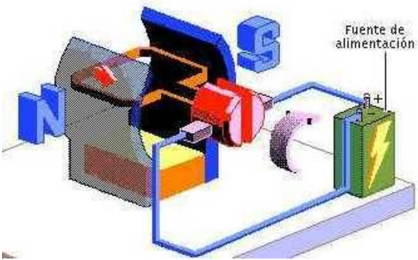


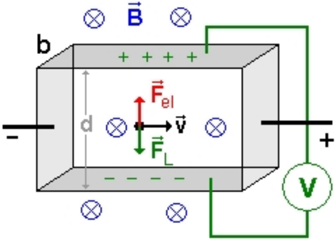
Encontramos

$$|T| = NIB\cos(\theta) \tag{100}$$

donde N es el numero de vueltas de la espira

Esto permite construir un motor de corriente continua:





Voltaje de Hall

$$U_H = A_H I \frac{B}{b} \tag{101}$$

donde la constante de Hall $A_H = \frac{1}{nq}$ se relaciona con el numero de cargas q y donde b es el ancho de la muestra (paralelo a $\vec{B}$)