

# Electricidad y Magnetismo

## FIS 1533

Benjamin Koch  
bkoch@fis.puc.cl

Pontificia Universidad Católica, Chile

2012



# Contenido

- 1 Carga Eléctrica y Campo Eléctrico
- 2 Ley de Gauss
- 3 Fuentes de Campo Magnético
- 4 Inducción Electromagnética
- 5 Inductancia
- 6 Corriente Alterna
- 7 Maxwell y Ondas Electromagnéticas
- 8 Luz





# Organización

Clase:	LW 8.30-10.00
Ayudanía:	LW 14.00-15.30
3 Is, 3 Cs, 3 EGs:	Is: 10.09., 19.10., 20.11; Cs: 22.08., 03.10., 31.10.
1 Examen:	07.12.2012
Eximición:	rendir todas, $\{I_1, I_2, I_3, C\} > 4,0$ , $N_{pres} > 5,0$

$$N_{final} = 0,7 \cdot N_{cat} + 0,3 \cdot N_{lab} \quad (1)$$

donde  $N_{cat} = 0,7 \cdot N_{pres} + 0,3 \cdot N_{ex}$  y

$$N_{pres} = (I_1 + I_2 + I_3 + C)/4$$

Importante:

**Participar y preguntar!!**

(aprovechar de 0,5 pts de EGs)



# Organización

Bibliografía: Young, Freedman; Física Universitaria con Física Moderna, 9ª edición. Pearson Wesley, 1999.  
Serway, Jewett; Física; Cengage Learning S.A., 2009

Materiales: [www.fis.puc.cl/~bkoch/](http://www.fis.puc.cl/~bkoch/)  
pagina UC del curso  
dropbox



Magnitud física	Simbolo	Nombre
longitud	m	Metro
tiempo	s	Segundo
masa	kg	Kilogram
corriente eléctrica	A	Ampere
temperatura	K	Kelvin
cantidad substancia	mol	Mol
int. luminosa	cd	Candela

nota: voltaje ( $V$ ) no es independiente:  $V = \frac{kgm^2}{As^3}$



# Operaciones vectoriales

## Coordenadas cartesianas

x, y, z

- Suma vectores

$$\vec{a} + \vec{b} = \hat{e}_x(a_x + b_x) + \hat{e}_y(a_y + b_y) + \hat{e}_z(a_z + b_z) \quad (2)$$

- Producto punto

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z \quad (3)$$

- Producto cruz

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \hat{e}_x & \hat{e}_y & \hat{e}_z \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix} \quad (4)$$

- Angulos

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \alpha, \quad |\vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{a}| |\vec{b}| \sin \alpha \quad (5)$$



# Operaciones diferenciales

## Coordenadas cartesianas

$x, y, z$

- Gradiente

$$\vec{\nabla} f = \hat{e}_x \partial_x f + \hat{e}_y \partial_y f + \hat{e}_z \partial_z f \quad (6)$$

- Divergencia

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \partial_x E_x + \partial_y E_y + \partial_z E_z \quad (7)$$

- Rotación

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = \begin{vmatrix} \hat{e}_x & \hat{e}_y & \hat{e}_z \\ \partial_x & \partial_y & \partial_z \\ E_x & E_y & E_z \end{vmatrix} \quad (8)$$

- Volumen

$$dV = dx \, dy \, dz$$





# Operaciones diferenciales

## Coordenadas cilindricas

$$r, \phi, z$$

- Gradiente

$$\vec{\nabla} f = \hat{e}_r \partial_r f + \hat{e}_\phi \frac{1}{r} \partial_\phi f + \hat{e}_z \partial_z f \quad (10)$$

- Divergencia

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{1}{r} \partial_r (r E_r) + \frac{1}{r} \partial_\phi E_\phi + \partial_z E_z \quad (11)$$

- Rotación

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = \hat{e}_r \left( \frac{1}{r} \partial_\phi E_z - \partial_z E_\phi \right) + \hat{e}_\phi \left( \partial_z E_r - \partial_r E_z \right) + \hat{e}_z \left( \partial_r (r E_\phi) - \partial_\phi E_r \right) \quad (12)$$

- Volumen

$$dV = r dr d\phi dz \quad (13)$$



# Operaciones diferenciales

## Coordenadas esfericas

$r, \theta, \phi$  (cuidado aquí  $\theta : 0, \pi$  y  $\phi : 0, 2\pi$ )

- Gradiente

$$\vec{\nabla} f = \hat{e}_r \partial_r f + \frac{1}{r} \partial_\theta f + \frac{1}{r \sin \theta} \partial_\phi f \quad (14)$$

- Divergencia

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{1}{r^2} \partial_r (r^2 E_r) + \frac{1}{r \sin \theta} \partial_\theta (\sin \theta E_\theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \partial_\phi E_\phi \quad (15)$$

- Rotación

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = \frac{\hat{e}_r}{r \sin \theta} (\partial_\theta (E_\phi \sin \theta) - \partial_\phi E_\theta) + \frac{\hat{e}_\theta}{r \sin \theta} (\partial_\phi E_r - \sin(\theta) \partial_r (r E_\phi)) + \frac{\hat{e}_\phi}{r} (\partial_r (r E_\phi) - \partial_\phi E_r) \quad (16)$$

- Volumen

$$dV = r^2 \sin \theta dr d\theta d\phi \quad (17)$$



# Distribución de delta

Wanted: “Mata integrales”  $\delta(x)$

Def: para cada función  $f$

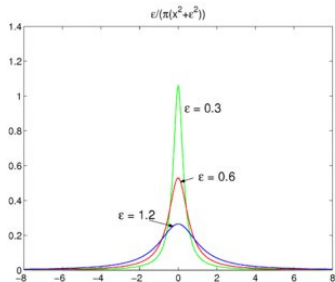
$$\int dx' f(x') \delta(x' - x_0) = f(x_0) \quad (18)$$

3 dim.

$$\int d^3x' f(\vec{x}') \delta^3(\vec{x}' - \vec{x}_0) = f(\vec{x}_0) \quad (19)$$

Connexión con  $\theta$

$$\frac{d}{dx} \theta(x - x_0) = \delta(x - x_0) \quad (20)$$



# Carga Eléctrica

Carga Eléctrica y Campo Eléctrico

# Carga Eléctrica y Campo Eléctrico

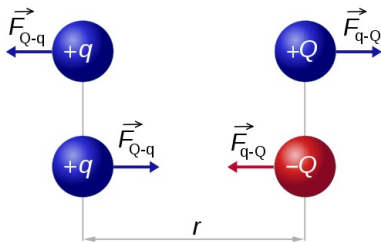


# Carga Eléctrica

## Carga Eléctrica y Campo Eléctrico

Ley de Coulomb:

$$\vec{F} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{r}_1 - \vec{r}_2}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|^3} \quad (21)$$



permitividad del vacío

$$\epsilon_0 = 8,854 \dots 10^{-12} \frac{As}{Vm}$$

- Estructura matemática
- Comparar con ley de Newton
- Cargas positivas y negativas

Fuerza entre dos cargas

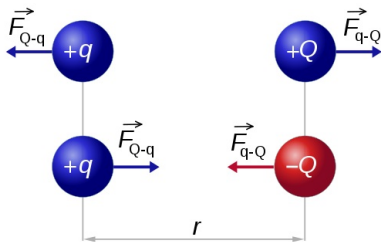


# Carga Eléctrica

## Carga Eléctrica y Campo Eléctrico

Ley de Coulomb:

$$\vec{F} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{r}_1 - \vec{r}_2}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|^3} \quad (21)$$



permitividad del vacío

$$\epsilon_0 = 8,854 \dots 10^{-12} \frac{As}{Vm}$$

- Estructura matemática
- Comparar con ley de Newton
- Cargas positivas y negativas

Fuerza entre dos cargas



# Carga Eléctrica

## Carga Eléctrica y Campo Eléctrico

La carga eléctrica es cuantizada!

Cantidad mínima (casi)

$$e = 1,60210^{-19} \text{As} \quad (22)$$

Puede ser + o -

- Electron, positron
- Proton, anti-proton
- Neutron
- Mas exóticos: Muon, Antimuon, quarks, mesons ...



# Carga Eléctrica

## Carga Eléctrica y Campo Eléctrico

La carga eléctrica es cuantizada!

Cantidad mínima (casi)

$$e = 1,60210^{-19} \text{As} \quad (22)$$

Puede ser + o -

- Electron, positron
- Proton, anti-proton
- Neutron
- Mas exóticos: Muon, Antimuon, quarks, mesons ...





# Carga Eléctrica

## Carga Eléctrica y Campo Eléctrico

La carga eléctrica es conservada!

El número neto de cargas positivas y negativas no cambia, incluso cuando las partículas cambian.

$$Q(t_2) = Q(t_1) + Q_{In} - Q_{Out} \quad (23)$$



# Carga Eléctrica

## Carga Eléctrica y Campo Eléctrico

La carga eléctrica es conservada!

El número neto de cargas positivas y negativas no cambia, incluso cuando las partículas cambian.

$$Q(t_2) = Q(t_1) + Q_{In} - Q_{Out} \quad (23)$$



# Densidades de carga

## Carga Eléctrica y Campo Eléctrico

### Densidades de carga

Volumen:

$$\rho = \frac{dQ}{dV} \leftrightarrow Q = \int_V \rho \, dv \quad (24)$$

Area:

$$\sigma = \frac{dQ}{da} \leftrightarrow Q = \int_A \sigma_r \, da \quad (25)$$

Linea:

$$\lambda = \frac{dQ}{dl} \leftrightarrow Q = \int_L \lambda_r \, dl \quad (26)$$

Permite escribir ec. (23) en forma diferencial

$$d\rho/dt + \nabla \cdot J \quad .$$

$J$  es flujo por area.



# Campo eléctrico

## Carga Eléctrica y Campo Eléctrico

Para una sola carga  $q_1$  se define el campo eléctrico

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_t} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{r_1^2} \hat{r}_1 \quad (28)$$

Para mas cargas se suman las fuerzas  $\Rightarrow$  se suman los campos eléctricos

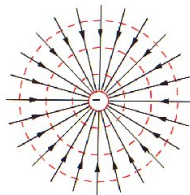
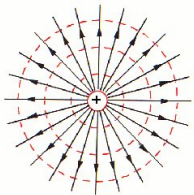
$$\vec{E}_{tot} = \sum_i^n \vec{E}_i = \sum_i^n \frac{\vec{F}_i}{q_t} = \frac{\vec{F}_{tot}}{q_t} \quad (29)$$

- Ejemplo dos cargas con distancia  $d$
- $n$  cargas en linea, plano  $\vec{E} = \pm \hat{z} \sigma_0 / (2\epsilon_0)$



# Lineas del campo eléctrico

## Carga Eléctrica y Campo Eléctrico



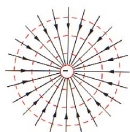
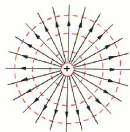
Indican hacia donde va una carga  $q_t$ , +

- Como se ven si acercamos + y +?
- + y -?
- Plano lleno de +?



# Dipolo eléctrico

## Carga Eléctrica y Campo Eléctrico



Se define el vector de desplazamiento (de carga  $-$  a carga  $+$ ),

$$\vec{d} = \vec{r}_+ - \vec{r}_- \quad (30)$$

y el **Momentum dipolar**

$$\vec{p} = q\vec{d} \quad (31)$$

Para muchas cargas,  $\rightarrow$  muchos dipolos, se suman

$$\vec{p}(\vec{r}) = \sum_i \vec{p}_i = \dots = \int \rho(\vec{r}')(\vec{r}' - \vec{r})$$



# Dipolo eléctrico

## Carga Eléctrica y Campo Eléctrico

### Dipolo eléctrico en campo eléctrico externo $\vec{E}$

El campo externo genera torque sobre el dipolo

$$\tau = \vec{E} \times \vec{p} \quad (33)$$

Nota: esto asuma un campo externo aproximadamente constante



# Dipolo eléctrico

## Carga Eléctrica y Campo Eléctrico

Dipolo electrico en campo electrico externo  $\vec{E}$

El campo externo genera torque sobre el dipolo

$$\mathcal{T} = \vec{E} \times \vec{p} \quad (33)$$

Nota: esto asuma un campo externo aproximadamente constante





# Carga en campo electrico

## Carga Eléctrica y Campo Eléctrico

Cuando sabemos fuerza  $\rightarrow$  trayectoria a la Newton

$$\vec{F} = m\vec{a} \quad (34)$$

Ejemplo campo  $\vec{E}$  constante ...

$$\vec{x}(t) = \vec{x}_0 + \vec{v}_0 t + \vec{a}_p t^2/2 \quad (35)$$

con

$$\vec{a}_p = \frac{q_p \sigma_0}{2\epsilon_0 m_p} \quad (36)$$



# Conductores, aisladores

## Carga Eléctrica y Campo Eléctrico

### Conductores, aisladores (Casos extremos)

Conductor ideal

Todas las cargas de un sistema  
pueden mover libre.



Aislador ideal

Ninguna carga es disponible para  
crear flujo.



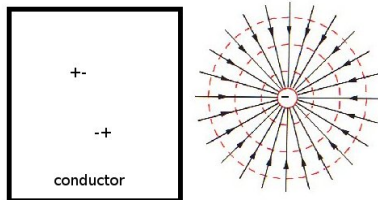
Donde conductores y donde aisladores?



# Cargas inducidas

## Carga Eléctrica y Campo Eléctrico

Que pasa si acerco carga (campo) a conductor?



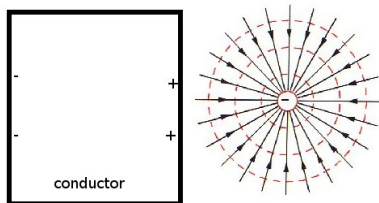
Donde van parejas + -?



# Cargas inducidas

## Carga Eléctrica y Campo Eléctrico

Que pasa si acerco carga (campo) a conductor?



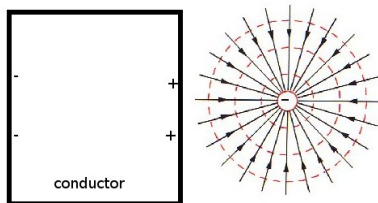
El conductor se polariza!



# Cargas inducidas

## Carga Eléctrica y Campo Eléctrico

Que pasa si acerco carga (campo) a conductor?



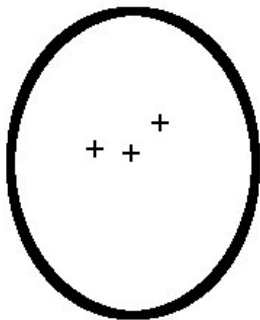
El conductor se polariza!



# Distribución de cargas en conductor

## Carga Eléctrica y Campo Eléctrico

Lenamos un conductor poco a poco con cargas



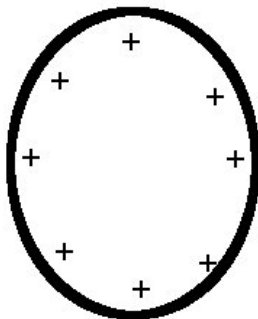
A donde van las cargas libres?



# Distribución de cargas en conductor

## Carga Eléctrica y Campo Eléctrico

Lenamos un conductor poco a poco con cargas



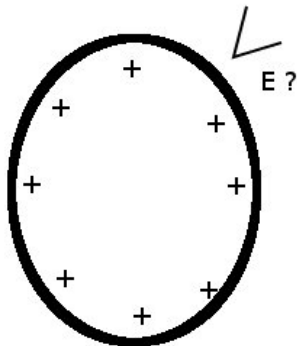
Explica estructura del cable de alta voltaje!



# Distribución de cargas en conductor

## Carga Eléctrica y Campo Eléctrico

Que pasa con líneas del campo electrico?



Hacia donde apuntan?

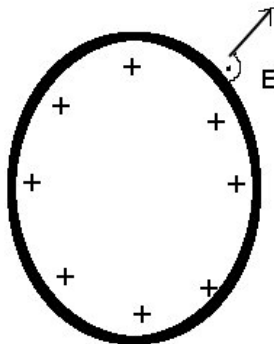




# Distribución de cargas en conductor

## Carga Eléctrica y Campo Eléctrico

Siempre ortogonal!

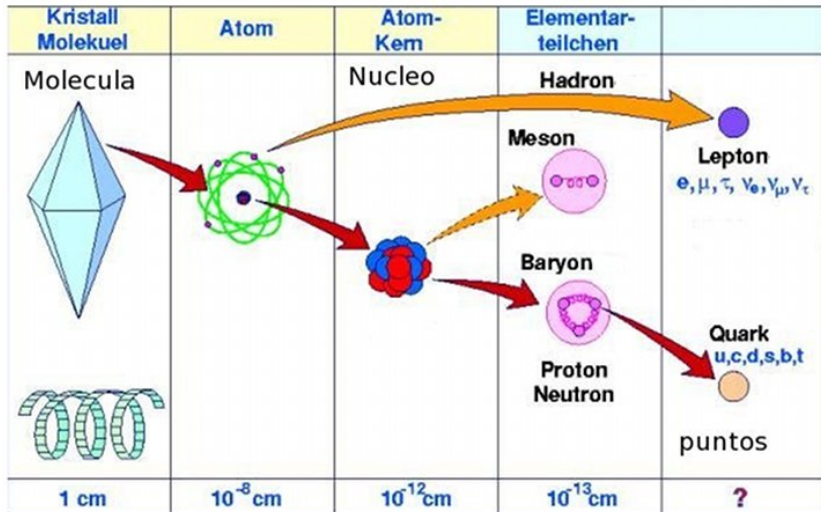


Hacia donde apuntan?



# Estructura de la materia

## Carga Eléctrica y Campo Eléctrico



# Ley de Gauss

Gauss

## Ley de Gauss

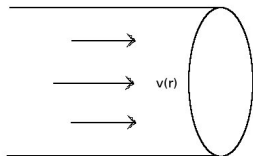


# Flujo eléctrico

## Gauss

### Analogía

flujo de agua



$$\Phi_{\text{agua}} = \int_A \vec{v}(r) \cdot d\vec{a} \quad (37)$$

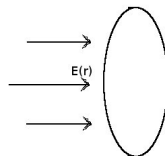
Depende de superficie  $A$ , pero que es  $d\vec{a}$ ?

Con superficie cerrada:

$$\Phi_E^0 = \oint_A \vec{E}(r) \cdot d\vec{a}$$

pero que es una superficie cerrada?

flujo eléctrico



$$\Phi_E = \int_A \vec{E}(r) \cdot d\vec{a} \quad (38)$$

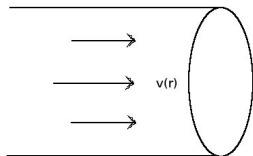


# Flujo eléctrico

## Gauss

### Analogía

flujo de agua



$$\Phi_{\text{agua}} = \int_A \vec{v}(r) \cdot d\vec{a} \quad (37)$$

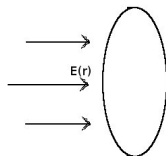
Depende de superficie  $A$ , pero que es  $d\vec{a}$ ?

Con superficie cerrada:

$$\Phi_E^0 = \oint_A \vec{E}(r) \cdot d\vec{a}$$

pero que es una superficie cerrada?

flujo eléctrico



$$\Phi_E = \int_A \vec{E}(r) \cdot d\vec{a} \quad (38)$$

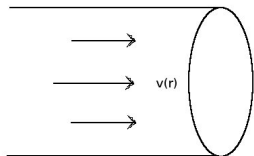


# Flujo eléctrico

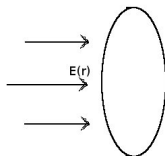
## Gauss

### Analogía

flujo de agua



flujo eléctrico



$$\Phi_{agua} = \int_A \vec{v}(r) \cdot d\vec{a} \quad (37)$$

$$\Phi_E = \int_A \vec{E}(r) \cdot d\vec{a} \quad (38)$$

Depende de superficie  $A$ , pero que es  $d\vec{a}$ ?

Con superficie cerrada:

$$\Phi_E^0 = \oint_A \vec{E}(r) \cdot d\vec{a}$$

pero que es una superficie cerrada?



# Ley de Gauss

## Gauss

Ley de Gauss:

$$\Phi_E^0 = \frac{Q}{\epsilon_0} \quad (40)$$

Con (39) y (24)

$$\oint_A \vec{E}(r) \cdot d\vec{a} = \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho dv \quad (41)$$

Nota: No depende de la forma de  $A$ !

A que corresponde una carga en la analogía entre  $\vec{E}$  y flujo de agua  $\checkmark$ ?



# Ley de Gauss

## Gauss

Ley de Gauss:

$$\Phi_E^0 = \frac{Q}{\epsilon_0} \quad (40)$$

Con (39) y (24)

$$\oint_A \vec{E}(r) \cdot d\vec{a} = \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho dv \quad (41)$$

Nota: No depende de la forma de  $A$ !

A que corresponde una carga en la analogía entre  $\vec{E}$  y flujo de agua  $\vec{v}$ ?

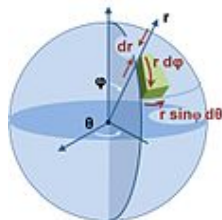




# Gauss vs. Coulomb

## Gauss

Suponemos que sabemos Gauss y no sabemos Coulomb



Mas facil en coordenadas esfericas

$$d\vec{a} = \hat{e}_r r^2 \sin \phi d\theta d\phi$$

$$\text{Simetría: } \vec{E}(r) = \hat{e}_r E(r)$$

$$\text{Gauss: } Q = \epsilon_0 \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \vec{E}(r) \cdot d\vec{a}$$

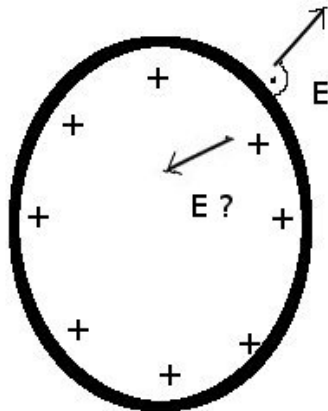
...

$$E(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \quad \text{Coulomb!}$$



# Gauss dentro de conductor cargado

## Gauss

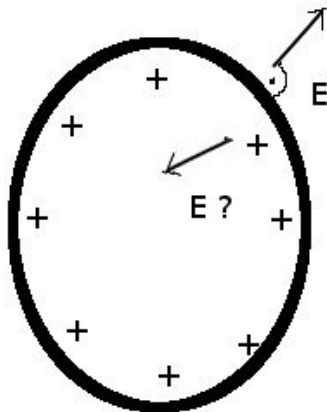


Campo dentro del conductor cargado? Con ley de Gauss  $\Rightarrow \vec{E} = 0$



# Gauss dentro de conductor cargado

## Gauss



Campo dentro del conductor cargado? Con ley de Gauss  $\Rightarrow \vec{E} = 0$



# Gauss en forma diferencial

## Gauss

Escribir ley de Gauss (fis) sin integrales?

$$\oint_A \vec{E}(r) \cdot d\vec{a} = \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho dv \quad (44)$$

Usar ley de Gauss (mat)

$$\oint_A \vec{E}(r) \cdot d\vec{a} = \int_V \vec{\nabla} \cdot \vec{E} dv \quad (45)$$

Esto para cualquier  $V$ :

ley de Gauss (forma diferencial)

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$















