

Ayudantía 9

Átomo de hidrógeno, spin y efecto Zeeman.

Profesor: Benjamin Koch
Ayudante: Federico Márquez (cfmarque@uc.cl)

Problema 1: Efecto Zeeman

En un experimento de efecto Zeeman, la línea de 4226 Angstrom del Ca (que se produce cuando el electrón cae a un estado con $l = 1$) se divide en 3 líneas separadas en 0.25 Angstrom al aplicar un campo magnético de 3 Tesla. Calcule el valor de (e/m) a partir de esta información.

Problema 2: Momento angular total.

Una partícula tiene 2 contribuciones \vec{L}_1 y \vec{L}_2 a su momento angular (puede pensar, por ejemplo, en una partícula que orbita en torno a un cuerpo y además gira sobre un eje propio). La función de onda de la partícula, tiene entonces dos números cuánticos de momento angular, es decir $\psi(\vec{r}) = \psi_{l_1, l_2}(\vec{r})$. Por supuesto, los operadores de momento angular, actúan sobre esta función de onda de manera usual

$$\hat{L}_1 \psi_{l_1, l_2} = l_1(l_1 + 1)\hbar^2 \psi_{l_1, l_2} \quad (1)$$

$$\hat{L}_2 \psi_{l_1, l_2} = l_2(l_2 + 1)\hbar^2 \psi_{l_1, l_2} \quad (2)$$

Considere ahora el operador de momento angular total \vec{J} definido como $\vec{J} = \vec{L}_1 + \vec{L}_2$.

a) ¿Bajo que condiciones \vec{J} será máximo?

b) Considere ahora $\vec{J}^2 = (\vec{L}_1 + \vec{L}_2)^2$, que cumple

$$\hat{J}^2 \psi_{l_1, l_2} = j(j + 1)\hbar^2 \psi_{l_1, l_2} \quad (3)$$

¿cuál es el máximo valor que puede tomar j ?

c) ¿Cuál es el mínimo valor que puede tomar j ? En base a sus cálculos indique cuales son los posibles valores para j .

Problema 3: Acoplamiento spin-órbita.

Considere una partícula de masa m en presencia de un campo eléctrico $\vec{E} = \frac{E}{r}\vec{r}$ que se mueve con velocidad \vec{v} . De electromagnetismo, sabemos en esta situación se producirá un campo magnético

$$\vec{B} = -\frac{\vec{v} \times \vec{E}}{c^2}. \quad (4)$$

a) Muestre que en este caso particular, el campo magnético se puede escribir como

$$\frac{1}{mc^2} \frac{1}{r} \frac{\partial U(r)}{\partial r} \vec{L}, \quad (5)$$

donde $U(r)$ es el potencial que da origen al campo mencionado.

b) Suponga ahora que la partícula cuenta con un momento magnético $\vec{\mu}$. ¿Cuál es la energía de interacción entre el momento magnético de la partícula y el campo \vec{B} ?

c) Usted puede ya haberse dado cuenta que el caso descrito corresponde a un electrón orbitando el núcleo. El momento magnético del electrón es

$$\vec{\mu} = -g_s \mu_B \frac{\vec{S}}{\hbar}, \quad (6)$$

donde $g_s \approx 2$, μ_B es el magnetón de Bohr y \vec{S} es el spín del electrón. Muestre que, entonces, en el hamiltoniano del átomo de hidrógeno, debe incluirse un término de la forma

$$\Delta H = \frac{2\mu_B}{\hbar m c^2} \frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial r} \vec{L} \cdot \vec{S}. \quad (7)$$

d) Esto significa que la energía del electrón en el átomo de hidrógeno se ve “corrida” en una cantidad igual a $\langle \Delta H \rangle$. Usando que

$$\left\langle \frac{1}{r^3} \right\rangle = \frac{2}{a_0^3 n^3 l(l+1)(2l+1)} \quad (8)$$

calcule el valor $\langle \Delta H \rangle$ en el que se ve perturbada la energía del electrón.