

Ayudantía 7

Función de onda y Ecuación de Schrodinger.

Profesor: Benjamin Koch
Ayudante: Federico Márquez (cfmarque@uc.cl)

Problema 1: Incertidumbre

Considere una partícula con la siguiente función de onda en el espacio de configuración

$$\psi(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2a}} & |x| < a \\ 0 & |x| > a \end{cases} \quad (1)$$

a) Encuentre la densidad de probabilidad $|\tilde{\psi}(p)|^2$ de encontrar a la partícula entre p y $p + dp$. Para esto utilice el hecho de que

$$\tilde{\psi}(p) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}} \int_{-\infty}^{\infty} \psi(x) e^{ipx/\hbar} \quad (2)$$

b) Muestre que la incerteza en el momentum, definida como $\Delta p = \sqrt{\langle p^2 \rangle - \langle p \rangle^2}$ es infinita. ¿Cuál es la razón física de esto? ¿Podría usted haber obtenido el mismo resultado, calculando las cosas con $\psi(x)$?

Problema 2: Pozo de potencial

Considere una partícula en presencia del siguiente potencial

$$V(x) = \begin{cases} \infty & x < 0 \\ 0 & 0 < x < a \\ V_0 & x > a \end{cases} \quad (3)$$

Encuentre una relación entre V_0 y a , de forma tal que la partícula tenga un estado posible con energía $E = V_0/2$.

Problema 3: Efecto túnel

Considere una barrera potencial de alto V_0 que se extiende entre $x = -a$ y $x = a$. Una partícula se acerca a la barrera con una energía $E < V_0$.

- Calcule la probabilidad de que la partícula se refleje en la barrera de potencial y la probabilidad de que atraviese la barrera de potencial. ¿Como se diferencia esto al caso clásico?
- Al fenómeno en el cual una partícula atraviesa una barrera de potencial mayor a su energía, se le llama efecto túnel. Muestre que si uno tratara de determinar la posición de la partícula mientras cruza la barrera, el efecto se destruye.

Recuerde, esto no es ciencia ficción ni un ejercicio simplemente teórico. El efecto túnel tiene aplicaciones tecnológicas y teóricas como el decaimiento radiactivo, diodos de efecto túnel, juntas de

Josephson, el microscopio de efecto túnel, etc.

Problema 4: Estados Ligados

Considere un pozo de potencial de profundidad $-V_0$ y una partícula con energía E , tal que $-V_0 < E < 0$. El pozo se extiende entre $x = \pm \frac{a}{2}$.

- a) Muestre que la ecuación de Schrödinger tiene 2 soluciones, una par y otra impar.
- b) Muestre que la solución par siempre sustentará un estado ligado, mientras que la solución impar no. ¿Qué debe cumplirse para que la solución impar admita estados ligados?