Pontificia Universidad Católica de Chile
Facultad de Física
Física Moderna - FIZ0311 (FIS1542)

Ayudantía 8

Oscilador armónico y átomo de hidrógeno.

Profesor: Benjamin Koch
Ayudante: Federico Márquez (cfmarque@uc.cl)

Problema 1: Oscilador Armónico

Suponga que en $t = 0$ la función de onda del oscilador armónico unidimensional viene expresada como una superposición de los dos primeros estados del hamiltoniano de modo que

$$\phi(x, t = 0) = \phi_0(x) + \beta \mathrm{e}^{\mathrm{i}\gamma} \phi_1(\mathrm{x}), \tag{1}$$

con β un número real positivo y γ en el intervalo $[0, 2\pi]$. Note que $\beta \mathrm{e}^{\mathrm{i}\gamma}$ es un número complejo.

a) Normalice la función de onda anterior.

b) Encuentre la densidad de probabilidad del sistema para un instante t posterior.

c) Encuentre la probabilidad de que en un cierto tiempo t posterior, la partícula se encuentre en la región $x > 0$. Determine los parámetros β y γ de modo que esa probailidad se maximice. ¿Entre que valores oscila entonces la probabilidad de localización para $x > 0$ cuando el sistema evoluciona temporalmente (en estas condiciones)?

Hint: Se cumple $\int_0^\infty \phi_0(x)\phi_1(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}$.

Problema 2: Potenciales Centrales

Considere una partícula que solo puede moverse dentro de un cascarón esférico de radio interno y externo a y b, respectivamente. Encuentre el nivel de energía y la función de onda normalizada para el estado fundamental.

Problema 3: Momento angular I

Encuentre el ángulo mínimo que $\vec{L}$ puede formar con el eje z cuando el número cuántico del momento angular es

a) $l = 4$
b) $l = 2$

Problema 4: Momento Angular II

Suponga que tiene un electrón en un pozo esférico descrito por la función de onda (normalizada)

$$\psi(r, \theta, \phi) = \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \left(\mathrm{e}^{\mathrm{i}\varphi} \sin\theta + \cos\theta \right) g(r), \tag{2}$$

donde $g(r)$ está adecuadamente normalizada.

a) Anote la condición de normalización para g(r).
b) ¿Cuáles son los posibles resultados de medir L_z y L^2 del electrón en este estado?
c) Calcule el valor de expectación de L_z.

Problema 5: Atomo de hidrógeno

Muestre que $r = 4a_0$ corresponde a la posición más probable de encontrar a un electrón en el estado $n = 2$, $l = 1$, $m = 0$.