

Ayudantía 9

Momento angular y átomo de hidrógeno.

Profesor: Benjamin Koch
Ayudante: Federico Márquez (cfmarque@uc.cl)

Problema 1: Pozo esférico

Considere la ecuación estacionaria de Schrödinger

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi(\vec{r}) + V(\vec{r})\psi(\vec{r}) = E\psi(\vec{r}). \quad (1)$$

Muestre que para cualquier potencial $V(\vec{r}) = V(r)$, se tiene que $\psi(\vec{r}) = R(r)Y_l^m(\theta, \phi)$, donde $U(r) = R(r)/r$ satisface

$$-\frac{\hbar^2}{2m}U''(r) + \frac{l(l+1)\hbar^2}{2mr^2}U(r) + V(r)U(r) = E \cdot U(r). \quad (2)$$

Considere ahora el potencial $V(r) = 0$ para $r < a$ e infinito en todo el resto del espacio. Encuentre, para este potencial, la función de onda y el nivel de energía correspondiente al estado fundamental.

Problema 2: Momento Angular

Suponga que tiene un electrón en un pozo esférico descrito por la función de onda (normalizada)

$$\psi(r, \theta, \phi) = \frac{1}{\sqrt{4\pi}} (e^{i\varphi} \sin \theta + \cos \theta) g(r), \quad (3)$$

donde $g(r)$ está adecuadamente normalizada.

- Anote la condición de normalización para $g(r)$.
- ¿Cuáles son los posibles resultados de medir L_z y L^2 del electrón en este estado?
- Calcule el valor de expectación de L_z .

Problema 3: Atomo de hidrógeno

Muestre que $r = 4a_0$ corresponde a la posición más probable de encontrar a un electrón en el estado $n = 2, l = 1, m = 0$.

Problema 4: Números cuánticos

Un electrón en el átomo de hidrógeno se encuentra en el estado $6f$.

- ¿Cuáles son los valores de n y l ?
- Calcule la energía del electrón.
- Calcule la magnitud de \vec{L} .

d) Calcule los posibles valores de L_z en este caso.

Problema 5: Átomo de hidrógeno

Escriba la función de onda para el átomo de hidrógeno cuando el electrón tiene por números cuánticos $n = 3$, $l = 2$, $m = -1$. Verifique que esta función de onda se encuentra normalizada.