

Solución C1: FIS1523 - Termodinámica

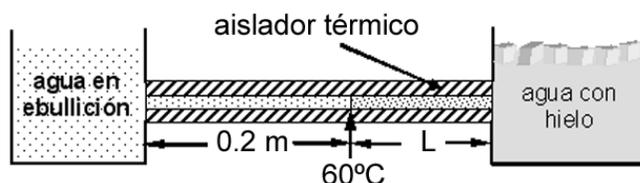
Facultad de Física

Pontificia Universidad Católica de Chile

Profs. Mario Favre y Andrés Gomberoff

Primer Semestre 2010

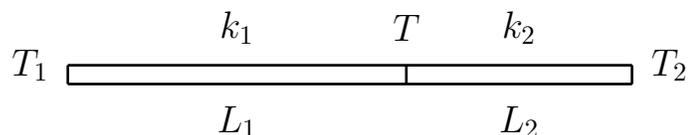
Una barra delgada está en contacto térmico en uno de sus extremos con agua hirviendo a presión atmosférica, y en el otro con una mezcla de agua y hielo. La barra consiste de un tramo de 0.2 m de largo de un material con conductividad térmica $400 \text{ W/m}\cdot\text{K}$, que está en contacto con el agua hirviendo, y otro de largo L y conductividad térmica $200 \text{ W/m}\cdot\text{K}$, que está unido al primero en un extremo, y en contacto con el agua con hielo en el otro. La barra tiene un área de sección transversal 10 cm^2 en toda su extensión y su exterior está aislado térmicamente. En estado estacionario, la temperatura de la unión entre ambos tramos es 60°C .



1. Determine el largo L del segundo tramo de la barra.
2. Determine el flujo de calor en estado estacionario entre el agua en ebullición y la mezcla agua-hielo.
3. Encuentre la conductividad térmica efectiva de la barra, que corresponde al valor equivalente si la barra fuera de un solo material.
4. Si justo en el instante en que se alcanza el estado estacionario en el flujo de calor hay 1.5 kg de hielo en la mezcla agua-hielo, determine el tiempo que demora en fundirse totalmente. Use el valor $3.2 \cdot 10^5 \text{ J/kg}$ para el calor de fusión del agua.

Solución

1. Considerando una barra de dos secciones, con temperaturas, dimensiones y conductividades térmicas según la figura:



$T_1 = 100^\circ\text{C}$, $T_2 = 0^\circ\text{C}$ y $T = 60^\circ\text{C}$, son las temperaturas fijas de los extremos y la unión, respectivamente. El flujo de calor debe ser el mismo en todas partes de la barra, por lo que se cumple

$$H = \frac{k_1 A}{L_1} (T_1 - T) = \frac{k_2 A}{L_2} (T - T_2)$$

De la ecuación anterior se despeja L_2 , resultando

$$L_2 = \frac{k_2(T - T_2)}{k_1(T_1 - T)}L_1$$

Reemplazando los valores numéricos

$$L_2 = \frac{200 \cdot (60 - 0)}{400 \cdot (100 - 60)} \cdot 0.2 = 0.15 \text{ m}$$

2. El flujo de calor se puede calcular a través de cualquier segmento de la barra. En particular,

$$H = \frac{k_1 A}{L_1} (T_1 - T)$$

Con $A = 10 \text{ cm}^2 = 10^{-3} \text{ m}^2$, resulta

$$H = \frac{100 \cdot 10^{-3}}{0.2} (100 - 0) = 80 \text{ J/s} = 80 \text{ watt}$$

3. Si k es la conductividad térmica equivalente, se puede escribir la relación

$$H = \frac{kA}{L} (T_1 - T_2)$$

donde $L = L_1 + L_2$.

Sumando y restando T en la expresión anterior, resulta

$$H = \frac{kA}{L} (T_1 - T) + \frac{kA}{L} (T - T_2)$$

Usando las ecuaciones de la parte 1),

$$T_1 - T = \frac{L_1}{k_1 A} H ; T - T_2 = \frac{L_2}{k_2 A} H$$

de donde resulta

$$H = \left(\frac{kL_1}{k_1 L} + \frac{kL_2}{k_2 L} \right)$$

Simplificando H y despejando k , se obtiene

$$k = \frac{k_1 k_2}{k_1 L_2 + k_2 L_1} (L_1 + L_2)$$

Evaluando k ,

$$k = \frac{200 \cdot 400}{400 \cdot 0.15 + 200 \cdot 0.2} (0.2 + 0.15) = 280 \text{ W/mK}$$

Notar que

$$H = \frac{280 \cdot 10^{-3}}{0.35} \cdot 100 = 80 \text{ W}$$

como era de esperar.

4. Se requiere fundir 1.5 kg de hielo que está a 0°C. El calor requerido es $\Delta Q = L_f m$, siendo m la masa de hielo. Reemplazando valores,

$$\Delta Q = 3.2 \cdot 10^5 \cdot 1.5 = 4.8 \cdot 10^5 \text{ J}$$

Mientras se funde el hielo, el flujo de calor es constante en 80 Watt. Como

$$H = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

resulta

$$\Delta t = \frac{\Delta Q}{H} = \frac{4.8 \cdot 10^5}{80} = 6000 \text{ s} = 1.67 \text{ h}$$