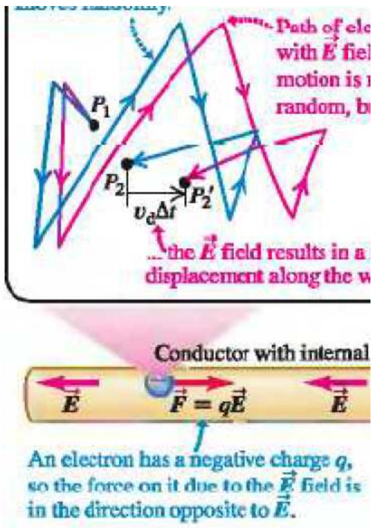
# Corriente, Resistencia y Fuerza Electromotriz




## Corriente Eléctrica

Considere un sistema de cargas en movimiento. Si a través de alguna región existe un flujo de carga neto, se dice que existe una corriente:

$$I = \frac{dQ}{dt}$$

La unidad de corriente en MKS es: $1\,\mathrm{Ampere}(A) = 1\frac{C}{s}$

La dirección de la corriente es la dirección de movimiento de las cargas positivas

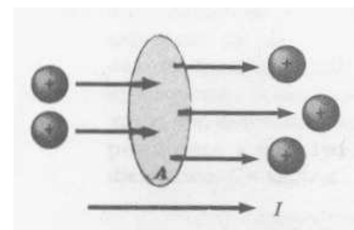
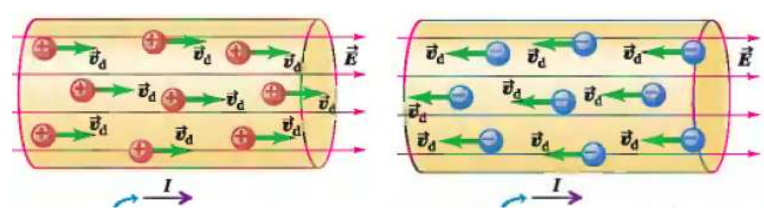



**Figura 1.** Cargas pasando a través de un área A



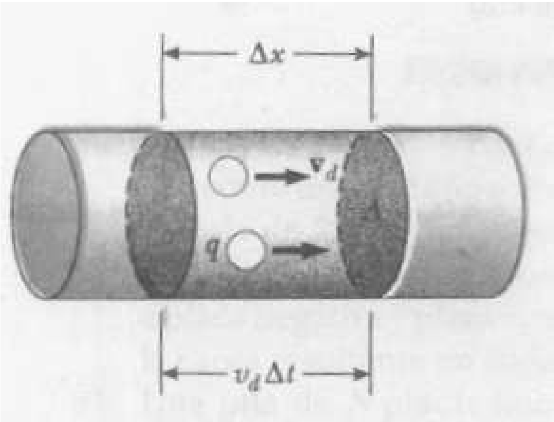



**Figura 2.** Una sección de una conductor uniforme de área de sección transversal A. los portadores de carga se mueven con una velocidad $v_d$ y la distancia que recorren en un tiempo $\Delta t$ esta dada por $\Delta x = v_d \Delta t$.

En un metal, considere la corriente en un conductor de área transversal A. El volumen de una sección de conductor $\Delta x$ es $A\Delta x$. Si n es el número de portadores de carga por unidad de volumen, la carga total en este elemento de volumen es

$$\Delta Q = n\,A\,q\,\Delta x$$

siendo $q$ la carga de cada portador. Si los portadores de carga tienen una velocidad promedio $v_d$, entonces se tiene que la carga que cruza la superficie A en un tiempo $\Delta t$ es:

$$\Delta Q = n\,A\,v_d \Delta t$$

Con lo que se obtiene la corriente:

$$I = n\,A\,v_d$$

Definimos la densidad de corriente por:

$$\int_S \vec{J}\,.\hat{n}\,\mathrm{dS} = I$$

Con lo que se obtiene para un metal:

$$J = n\,q\,v_d$$

Sea una superficie cerrada $S$ por la que pasa una corriente eléctrica. Dado que la carga eléctrica se conserva, la carga que pasa a través de la superficie $S$ debe igualar a la carga que disminuye en el volumen $V$ encerrado por $S$. Esto es:

$$\int_S \vec{J}\,.\hat{n}\,\mathrm{dS} = -\frac{dq_V}{dt}$$

$$\int_V d^3x \vec{\nabla}.\vec{J} = -\int_V d^3x \frac{\partial\rho}{\partial t}$$

Para obtener la última ecuación, se usó el teorema de la divergencia.

Ecuación de continuidad: Expresa la conservación de la carga eléctrica en cada punto:

$$\vec{\nabla}.\vec{J} + \frac{\partial\rho}{\partial t} = 0$$

# 1 Rapidez de arrastre en un alambre de Cu

El alambre de Cobre en una casa tiene una área de sección transversal de $3.31 \times 10^{-6} m^2$. Si conduce una corriente de 10A,Cuál es la rapidez de arrastre de los electrones?

Sol: Masa molar del Cu=63.5 gr/mol.Un mol contiene $N_0 = 6.02 \times 10^{23}$ átomos.

$$V_m = \frac{m}{\rho} = \frac{63.5g}{8.95g/cm^3} = 7.09cm^3$$

Como cada átomo de Cu aporta un electrón libre a la corriente:

$$n = 8.49 \times 10^{28} electrones/m^3$$

Por lo tanto

$$v_d = 2.22 \times 10^{-4} m/s$$

Ejercicio:

Si por un alambre de Cu pasa una corriente de 80 mA Cuántos electrones pasan por una sección transversal del alambre en 10 minutos?

R: $3 \times 10^{20}$electrones.

Se define la resistencia de un material por la siguiente relación:

$$R = \frac{V}{I}$$

si al aplicarse una diferencia de potencial $V$ entre los extremos del conductor, se encuentra que fluye una corriente $I$ a través de él. La unidad de resistencia eléctrica es:

$$1\Omega(Ohm) = \frac{1V}{1A}$$

En algunos materiales se encuentra que el gráfico V versus I es una línea recta. Esto es R es independiente del voltaje aplicado V. Estos materiales se llaman óhmnicos, pues obedecen la **Ley de Ohm**:

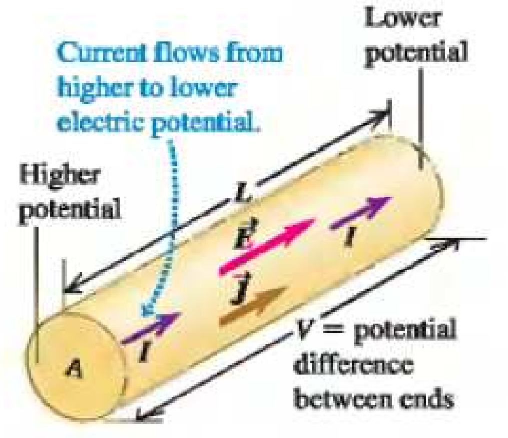
$$V = IR$$

con R constante, independiente de V.

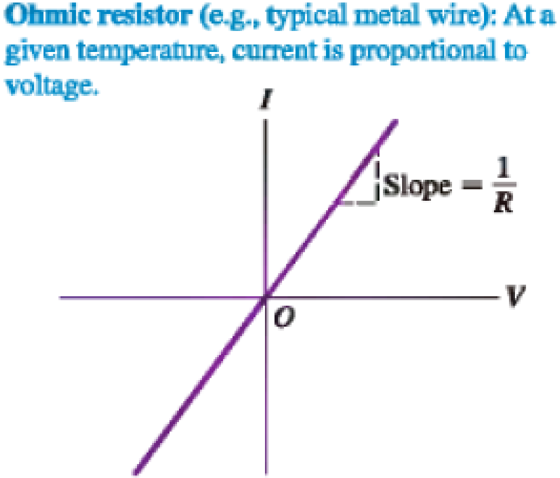
A nivel microscópico la Ley de Ohm es:

$$\vec{J} = \sigma \vec{E}$$

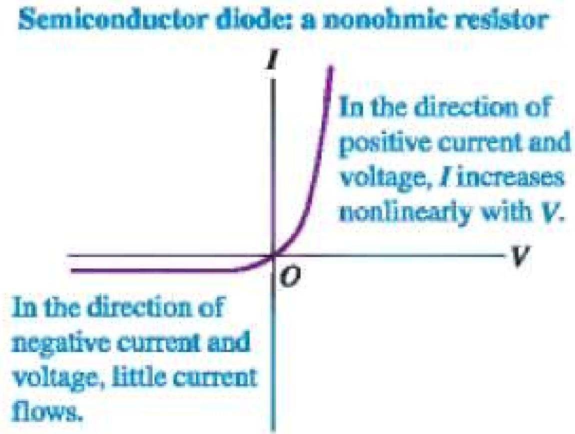
$\sigma$ es la conductividad del material.



(a)


Ohmic resistor (e.g., typical metal wire): At a given temperature, current is proportional to voltage.
I
Slope = $\frac{1}{R}$
V
O

(b)


Semiconductor diode: a nonohmic resistor
I
In the direction of positive current and voltage, I increases nonlinearly with V.
V
O
In the direction of negative current and voltage, little current flows.

# 1 Resistencia y geometría

Consideremos un conductor uniforme de largo l y sección transversal de área A. Se tiene que: $E = \frac{V}{l}$ e $I = JA$ con lo cual:

$$R = \rho \frac{l}{A}$$

Se definió $\rho = \sigma^{-1}$ como la resistividad del material.Las unidades de la resistividad son $\Omega . m$

## 2 Tabla de resistividades de algunos materiales

| Material | Resistividad (en 20 °C-25 °C) ($\Omega.m$) |
|---|---|
| Plata[3] | $1,59 \times 10^{-8}$ |
| Cobre[4] | $1,71 \times 10^{-8}$ |
| Oro[5] | $2,35 \times 10^{-8}$ |
| Aluminio[6] | $2,82 \times 10^{-8}$ |
| Wolframio[7] | $5,65 \times 10^{-8}$ |
| Níquel[8] | $6,40 \times 10^{-8}$ |
| Hierro[9] | $9,71 \times 10^{-8}$ |
| Platino[10] | $10,60 \times 10^{-8}$ |
| Estaño[11] | $11,50 \times 10^{-8}$ |
| Acero inoxidable 301[12] | $72,00 \times 10^{-8}$ |
| Grafito[13] | $60,00 \times 10^{-8}$ |

## 3 Ejercicio 2

Encuentre la resistencia de un cilindro de 10cm de largo y un área transversal de $2x10^{-4}m^2$, para:

a) Aluminio

b) Vidrio

R: a) $1.41 \times 10^{-5}\Omega$ b) $1.5 \times 10^{13}\Omega$

## 4 Ejercicio 3

Un cable coaxial consta de dos conductores cilíndricos concéntricos de radios $a < b$ y longitud L. El espacio entre los conductores se llena de Silicio. Encuentre la resistencia para flujo de carga en la dirección radial, si a=.5cm, b=1.75cm L=15cm.

$$dR = \rho\frac{dr}{2\pi rL}$$

Integrando se obtiene:

$$R = \frac{\rho}{2\pi L}ln(\frac{b}{a})$$

,lo que da: $R = 851\Omega$

Si se aplica una diferencia de voltaje V=12V entre el cilindro interior y exterior, se tiene que I=14.1 mA.

Para que una corriente estacionaria circule por un conductor, éste debe ser parte de una trayectoria cerrada o circuito completo.

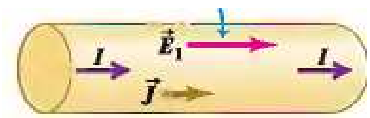



**Figura 3.**


**Figura 4.**

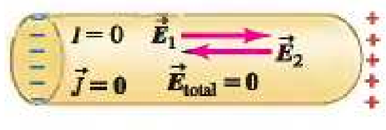



**Figura 5.**

Para mantener una corriente estacionaria en un circuito completo notemos que:

- El cambio de energía potencial es cero en una trayectoria cerrada.
- La energía potencial disminuye al pasar por una resistencia.

Por lo tanto debe haber una parte del circuito donde la energía potencial aumente: La fuente de fuerza electromotriz(fem).

La fuerza electromotriz hace que la corriente fluya de un potencial más bajo a un potencial más alto, contrario a lo que pasa en un conductor. No es realmente una fuerza. Es un trabajo por unidad de carga.Se mide en Volts.

Símbolo de la fem:$\mathcal{E}$

Fuentes de fem:baterías, generadores,celdas solares...

Todos estos aparatos convierten energía química, mecánica, o solar en energía potencial electrostática.

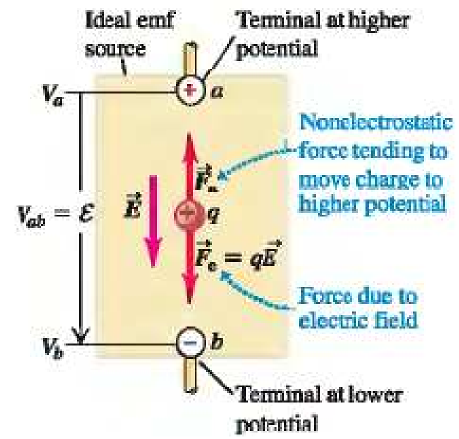



**Figura 6.**

Para una fem ideal:$V_{ab} = \mathcal{E}$

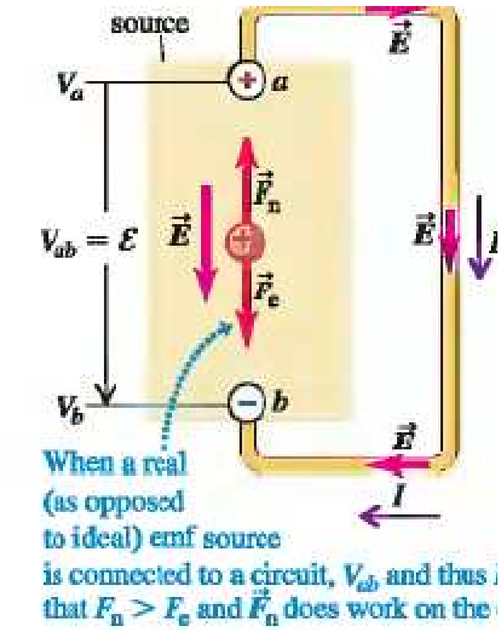



**Figura 7.**

$$\mathcal{E} = V_{ab} = IR$$

**Figura 8.**

$$V_{ab} = \mathcal{E} - Ir$$

$$V_{ab} = IR = \mathcal{E} - Ir$$
$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r}$$

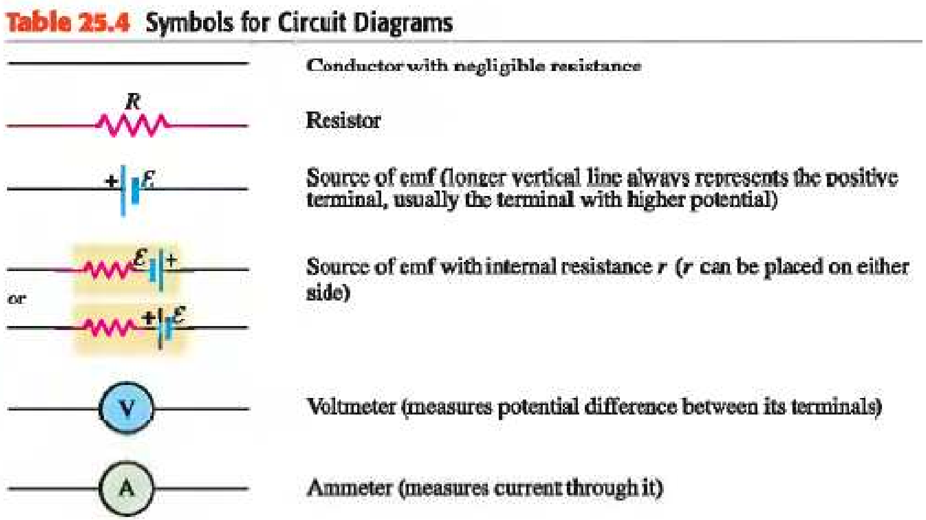


**Table 25.4** Symbols for Circuit Diagrams

| | |
| --- | --- |
| | Conductor with negligible resistance |
| $R$ | Resistor |
| + $\mathcal{E}$ | Source of emf (longer vertical line always represents the positive terminal, usually the terminal with higher potential) |
| $\mathcal{E}$ + or + $\mathcal{E}$ | Source of emf with internal resistance $r$ ($r$ can be placed on either side) |
| V | Voltmeter (measures potential difference between its terminals) |
| A | Ammeter (measures current through it) |

**Figura 9.**

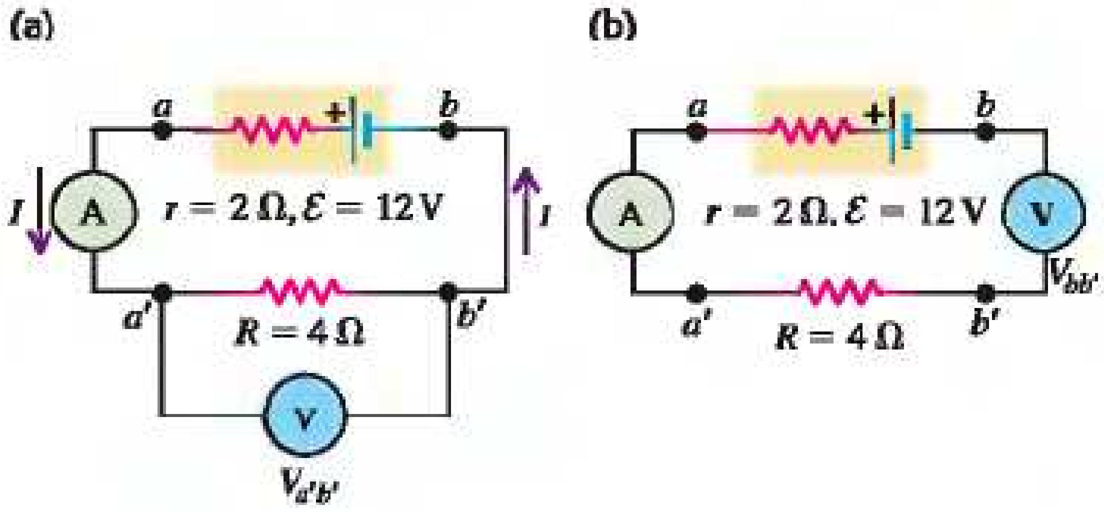



**Figura 10.**

En un circuito cerrado el potencial no cambia:

$$\mathcal{E} - IR - Ir = 0$$

- Una ganancia de potencial es asociada con la fem $\mathcal{E}$.
- Una caída de potencial es asociada con cada resistencia:$\Delta V = -IR$ y $\Delta V = -Ir$.

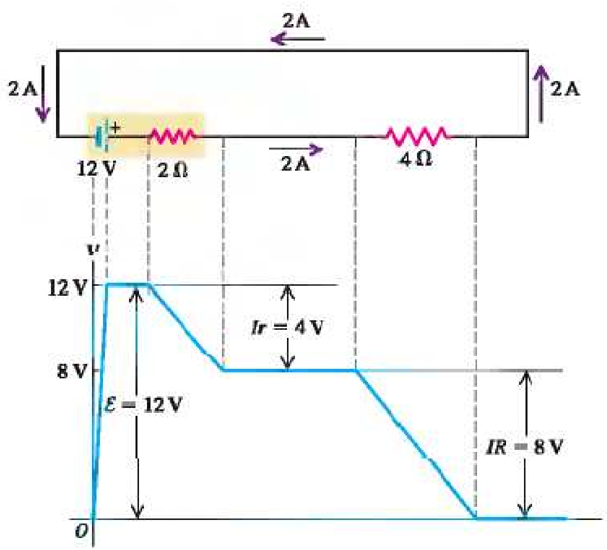



**Figura 11.**

Se consideran los electrones en un metal como un gas libre, entre choques con los iones que conforman la red. Al aplicar un campo eléctrico se produce una aceleración que modifica la velocidad de los electrones:

$$v = v_i + \frac{eEt}{m}$$

promediando sobre todos los $v_i$ posibles (lo que da 0 porque están distribuidos al azar), se tiene que:

$$v = v_d = \frac{eE\tau}{m}$$

donde $\tau$ es el tiempo promedio entre dos choques sucesivos.

Se sigue que:

$$\rho = \frac{m}{nq^2\tau}$$

La trayectoria libre media $l$ es:

$$l = \tau\bar{v}$$

donde $\bar{v}$ es la velocidad promedio de los electrones.

Calcule el tiempo promedio entre choques en un alambre de cobre:

R: $2.5 \times 10^{-14} s$

Si $v = 1.6 \times 10^{6} \frac{m}{s}$, calcule la trayectoria libre media de los electrones.

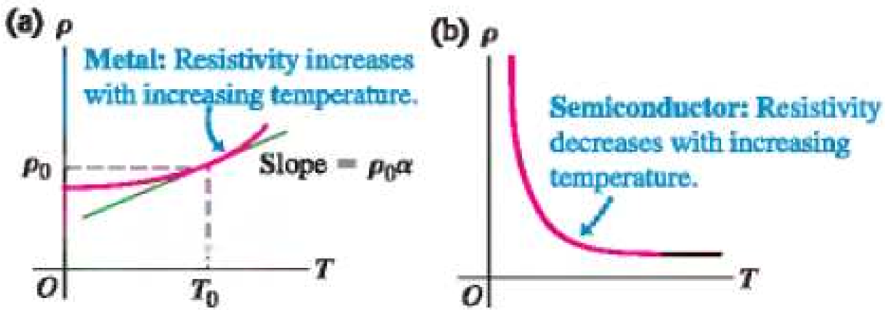
R: $4 \times 10^{-8} m$.

En un intervalo pequeño de temperatura, la resistividad de un metal varía como:

$$\rho = \rho_0[1 + \alpha(T - T_0)]$$

Por lo tanto:

$$R = R_0[1 + \alpha(T - T_0)]$$




# 5 Ejemplo: Un termómetro de resistencia

Un termómetro de resistencia está hecho de platino y tiene una resistencia de $50\Omega$ a $20^0C$. Si se sumerge en un recipiente conteniendo indio fundido la resistencia aumenta a 76.8 $\Omega$. Encuentre el punto de fusión del indio.

Sol:Se tiene:

$$T = T_0 + \frac{\frac{R}{R_0} - 1}{\alpha} = 157^0C$$

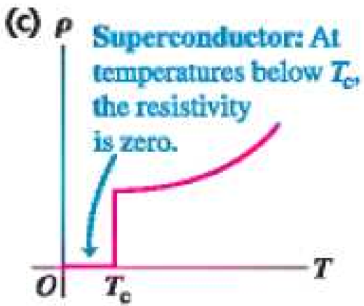
## 2 Resistividad y Coeficiente de Temperatura a 20 °C

| Material | Resistividad r (ohmios m) | | Coeficiente de temperatura por grado C($\alpha$) | Conductividad s $\times 10^7$ /Wm |
|---|---|---|---|---|
| Plata | 1,59 | $\times 10^{-8}$ | 0,0061 | 6,29 |
| Cobre | 1,68 | $\times 10^{-8}$ | 0,0068 | 5,95 |
| Aluminio | 2,65 | $\times 10^{-8}$ | 0,00429 | 3,77 |
| Tungsteno | 5,6 | $\times 10^{-8}$ | 0,0045 | 1,79 |
| Hierro | 9,71 | $\times 10^{-8}$ | 0,00651 | 1,03 |
| Platino | 10,6 | $\times 10^{-8}$ | 0,003927 | 0,943 |
| Manganeso | 48,2 | $\times 10^{-8}$ | 0,000002 | 0,207 |
| Plomo | 22 | $\times 10^{-8}$ | ... | 0,45 |
| Mercurio | 98 | $\times 10^{-8}$ | 0,0009 | 0,10 |
| Nicromo (aleación de Ni,Fe,Cr) | 100 | $\times 10^{-8}$ | 0,0004 | 0,10 |
| Constantán | 49 | $\times 10^{-8}$ | ... | 0,20 |
| Carbono* (grafito) | 3-60 | $\times 10^{-5}$ | -0,0005 | ... |
| Germanio* | 1-500 | $\times 10^{-3}$ | -0,05 | ... |
| Silicio* | 0,1-60 | ... | -0,07 | ... |
| Vidrio | 1-10000 | $\times 10^{9}$ | ... | ... |
| Cuarzo (fundido) | 7,5 | $\times 10^{17}$ | ... | ... |
| Goma dura | 1-100 | $\times 10^{13}$ | ... | ... |

*La resistividad de los semiconductores depende en gran manera de la presencia de impurezas en el material, un hecho que los hace útiles en la electrónica de estado sólido.

En algunos materiales la resistencia se hace cero al bajar la temperatura por debajo de una temperatura crítica $T_c$. (H.K. Onnes 1911). Esto ha permitido construir electroimanes que producen un campo magnético 10 veces más intenso que con materiales normales.

Una corriente puede durar un tiempo indefinido en estos materiales (no hay resistencia).



Consideremos un conductor por el que pasa una corriente I al ser conectada a una batería con diferencia de potencial V. En un tiempo $\delta t$ el trabajo hecho por la batería para mover un elemento de carga $dq$ a través del conductor es $dW = Vdq$, con lo cual el trabajo por unidad de tiempo P( potencia ) está dado por:

$$P = IV$$

Dado que en el conductor con resistencia R se tiene que $V = IR$:

$$P = I^2R = \frac{V^2}{R}$$

Esta es potencia perdida en energía interna en el conductor. Se llama calentamiento de Joule.

## 1 Un calefactor eléctrico

Un calefactor eléctrico consta de un alambre de nicromo con resistencia total de $8\,\Omega$ al que se aplica una diferencia de potencial de 120 V. Encuentre la corriente que circula por el alambre y la potencia del calefactor.

R: I=15A;P=1.8 kW