

Figura 1. Tubo de Rayos Catódicos

Un diferencia de voltaje alta se aplica entre el cátodo(-) y el ánodo(+). Esto produce una corriente que fluye a través de un gas de baja densidad. La corriente produce una sorprendente sucesión de zonas brillantes y opacas en el gas. Cuando la presión en el tubo alcanza 0.01 mm. de Hg o menos, sucede algo distinto. El gas no brilla ya, pero el amperímetro dice que una corriente todavía fluye por el tubo. Además aparece un punto brillante sobre el extremo derecho del tubo. Este punto se debe a un haz de partículas emitidas en el cátodo. Se llaman rayos catódicos.

video:rayos catódicos.flv

Selector de velocidad

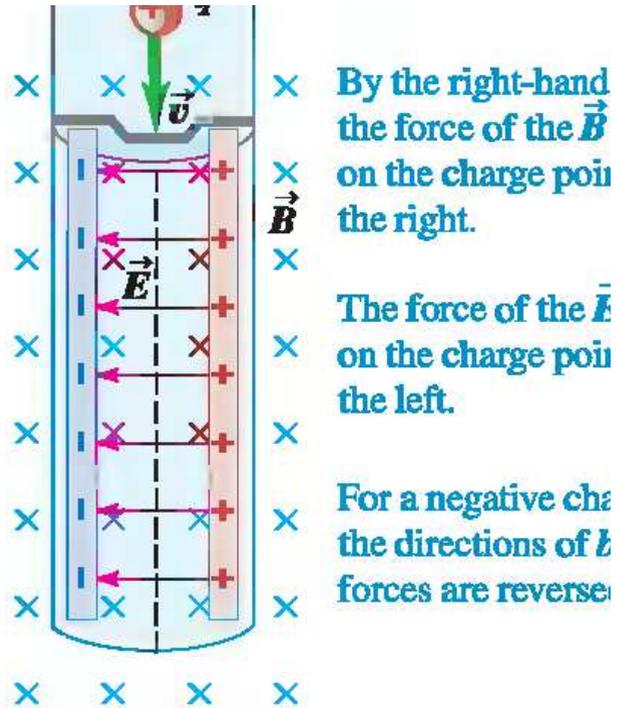


Figura 2.

Selector de velocidad

El campo eléctrico apunta hacia la izquierda. La fuerza total actuando sobre la partícula de carga q y velocidad $v \hat{y}$ donde \hat{y} apunta hacia abajo es:

$$\vec{F} = qE \hat{x} + qv \hat{y} \times (-B \hat{z}) = q(E - Bv) \hat{x}$$

La partícula no se deflectará si $v = \frac{E}{B}$. Variando E , B podemos seleccionar partículas de velocidad bien definida.

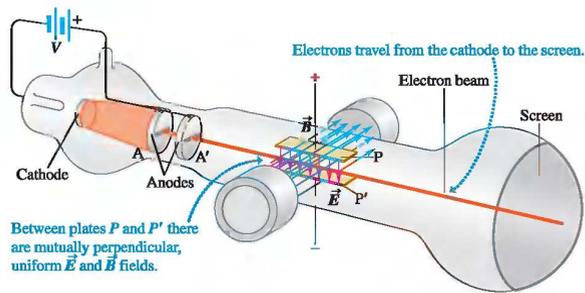


Figura 3.

Aparato de Thomson para medir $\frac{e}{m}$

Los electrones producidos en el cátodo son acelerados por la diferencia de potencial V entre los dos ánodos A, A' , luego pasan por un selector de velocidades entre las placas P, P' . Finalmente crean un punto en la pantalla fluorescente. Los electrones pasan entre las placas si se satisface $v = \frac{E}{B}$. Se

tiene que:

$$\frac{1}{2}mv^2 = eV, \quad \frac{e}{m} = \frac{v^2}{2V} = \frac{E^2}{2B^2V}$$

Midiendo E, B, V se puede determinar $\frac{e}{m}$. Lo importante del experimento de Thomson es que este cociente es el mismo independiente de los materiales que conforman el cátodo. Por esto a él se atribuye el descubrimiento del electrón.

Mediciones modernas dan:

$$\frac{e}{m} = 1.75882012(15) \times 10^{11} C/kg. \text{ La carga del electrón es: } e = 1.602176565(35) \times 10^{-19} C. \text{ Por lo tanto } m = 9, 1093 \backslash 8291(40) \times 10^{-31} kg$$

-Townsend and Thompson(alrededor de 1900).

-El **experimento de la gota de aceite** fue un experimento realizado por **Robert Millikan y Harvey Fletcher** en 1909 para medir la **carga elemental** (la carga del **electrón**).

Este experimento implicaba equilibrar la fuerza **gravitatoria** hacia abajo con la **flotabilidad** hacia arriba y las fuerzas **eléctricas** en las minúsculas gotas de **aceite** cargadas suspendidas entre dos **electrodos** metálicos. Dado que la densidad del petróleo era conocida, las masas de las "gotas ", y por lo tanto sus fuerzas gravitatorias y de flotación, podrían determinarse a partir de sus radios observados. Usando un campo eléctrico conocido, Millikan y Fletcher pudieron determinar la carga en las gotas de aceite en **equilibrio mecánico**. Repitiendo el **experimento** para muchas gotas, confirmaron que las cargas eran todas múltiplos de un valor fundamental, y calcularon que es $1,5924(17) \cdot 10^{-19} \text{ C}$, dentro de un uno por ciento de error del valor actualmente aceptado de $1,602176487(40) \cdot 10^{-19} \text{ C}$. Propusieron que ésta era la carga de un único electrón.

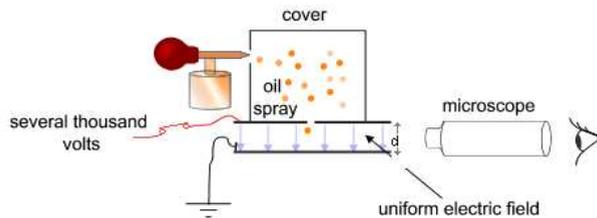


Figura 4.

Esquema simplificado del experimento de Millikan

$$Mg = q \frac{V}{d}$$

La masa de la gota se determina midiendo la velocidad final en caída libre (v), sin campo eléctrico: $Mg = 6\pi\eta av$, η es el coeficiente de viscosidad del aire, a es el radio de la gota.

El radio de la gota a se relaciona con la masa y la densidad del aceite: $M = \frac{4}{3}\pi a^3 \rho$.

$$Mg = 6\pi\eta \left(\frac{3M}{4\pi\rho} \right)^{1/3} v \quad M = 6\pi \left(\frac{\eta}{g} \right)^{3/2} \left(\frac{9}{2\rho} \right)^{1/2}$$

El **efecto fotoeléctrico** consiste en la emisión de electrones por un material cuando se hace incidir sobre él una **radiación electromagnética**. Fue descubierto por Hertz en 1887.

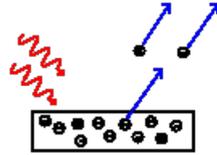


Figura 5. Un diagrama ilustrando la emisión de los electrones de una placa metálica.

Leyes de la emisión fotoeléctrica

1. Para un metal y una frecuencia de radiación incidente dados, la cantidad de fotoelectrones emitidos es directamente proporcional a la intensidad de luz incidente.
2. Para cada metal dado, existe una cierta frecuencia mínima de radiación incidente debajo de la cual ningún fotoelectrón puede ser emitido. Esta frecuencia se llama frecuencia de corte, también conocida como "Frecuencia Umbral".
3. Por encima de la frecuencia de corte, la energía cinética máxima del fotoelectrón emitido es independiente de la intensidad de la luz incidente, pero depende de la frecuencia de la luz incidente.
4. La emisión del fotoelectrón se realiza instantáneamente, independientemente de la intensidad de la luz incidente. Este hecho se contrapone a la teoría Clásica: la Física Clásica esperaba que existiese un cierto retraso entre la absorción de energía y la emisión del electrón, inferior a un nanosegundo.

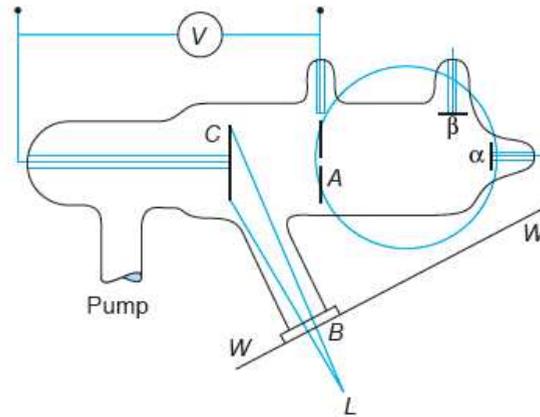


Figura 6.

Diagrama del aparato usado por Lenard para estudiar el efecto fotoeléctrico y demostrar que las partículas emitidas son electrones.

- Luz de la fuente L choca con el cátodo

C. Fotelectrones que pasan por el agujero del ánodo A son captados por el electrómetro conectado a α . Un campo magnético indicado por el círculo puede desviar el haz para hacerlo incidir en β . Esto permite determinar el signo de la carga eléctrica y el cociente e/m .

- Si la diferencia de potencial se hace negativa, los electrones son repelidos por el ánodo. Para un potencial negativo V_0 se interrumpe la corriente. (potencial de corte). Se relaciona con la energía cinética máxima de emisión de electrones por $\frac{1}{2}mv^2 = eV_0$.

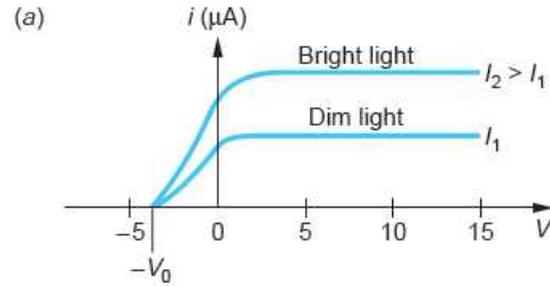


Figura 7. Fotocorriente i versus voltaje del ánodo V , para frecuencia de luz f con intensidad $I_2 > I_1$. El voltaje V_0 es el mismo para las dos intensidades.

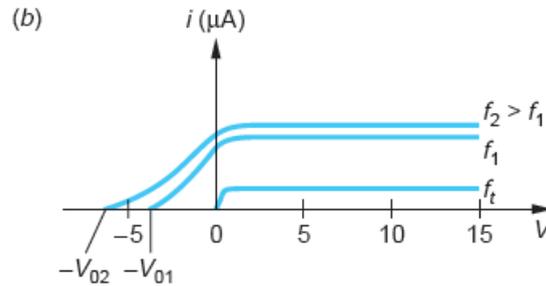


Figura 8. Para I constante, la explicación de Einstein del efecto fotoeléctrico implica que la magnitud del voltaje V_0 debe ser mayor para f_2 que para f_1 , como se observa. Además debe haber una frecuencia mínima f_0 , tal que para $f < f_0$ no hay corriente.

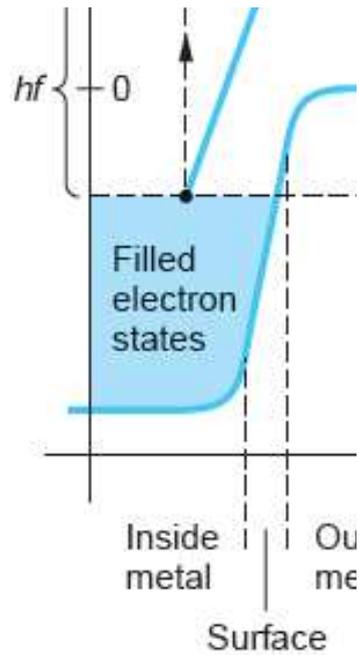


Figura 9. Energía potencial eléctrica a través de la superficie del metal. Un electrón con la máxima energía en el metal absorbe un fotón de energía hf . Conservación de la energía dice que la energía cinética del electrón después de dejar el metal es $hf - \phi$.

Einstein(1905)

La luz está compuesta por fotones. Cada fotón tiene energía $E = h\nu$, h es la constante de Planck y ν es la frecuencia de la luz.

Energía de un fotón absorbido = Energía necesaria para liberar 1 electrón + energía cinética del electrón emitido.

$$h\nu = \Phi + K$$

Φ :función de trabajo o mínima energía necesaria para llevar un electrón del nivel de Fermi al exterior del material.

Momentum de un fotón:

$$E = h\nu = cp \quad p = \frac{h}{\lambda}$$

Un fotón se comporta como una partícula.

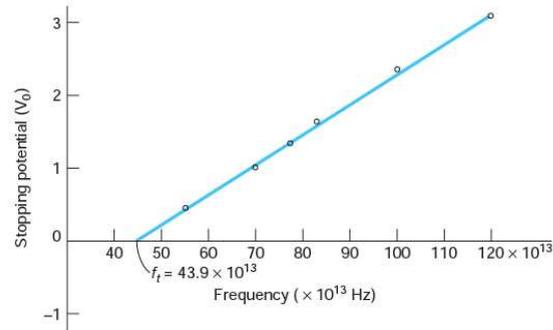


Figura 10. Medición de Millikan para el voltaje de corte V_0 versus ν , para el efecto fotoeléctrico.

La pendiente de la recta es h/e , como había sido predicho por Einstein 10 años antes.

$$h\nu = \Phi + K, \quad K = eV_0, \quad V_0 = \frac{h}{e}\nu - \frac{\Phi}{e}$$

Funciones de Trabajo en el Efecto Fotoeléctrico

Elemento	Φ (eV)	Elemento	Φ (eV)
Aluminio	4,08	Magnesio	3,68
Berilio	5,0	Mercurio	4,5
Cadmio	4,07	Niquel	5,01
Calcio	2,9	Niobio	4,3
Carbono	4,81	Potasio	2,3
Cesio	2,1	Platino	6,35
Cobalto	5,0	Selenio	5,11
Cobre	4,7	Plata	4,73
Oro	5,1	Sodio	2,28
Hierro	4,5	Uranio	3,6
Plomo	4,14	Zinc	4,3

1. Efecto fotoeléctrico en Potasio: La longitud de onda umbral del Potasio es $\lambda_0 = 558 \text{ nm}$.

a) La función de trabajo es: $\Phi = \frac{hc}{e\lambda_0} eV = 2.22 eV$

b) El potencial de corte para $\lambda = 400 \text{ nm}$ es: $hf = K + \Phi = eV_0 + \Phi$, $V_0 = \frac{hf}{e} - \frac{\Phi}{e} = \frac{hc}{e\lambda} - \frac{\Phi}{e} = 0.88 V$.

2. Retardo clásico en la emisión de electrones. Luz con $\lambda = 400 \text{ nm}$ e intensidad $I = 10^{-2} \text{ W/m}^2$ incide sobre un metal. Estimar el tiempo clásico mínimo para eyectar electrones.

Sol: $E = I\pi r_0^2 t = \Phi$, $t = \frac{\Phi}{I\pi r_0^2}$, $r_0 = 10^{-10} \text{ m}$ es el radio típico de un átomo

$t = \frac{2.22 e}{10^{-2} \pi 10^{-20}} = 1.13 \times 10^3 \text{ s} = 18.8 \text{ min}$. Este retardo no se observa. La emisión es instantánea.

3. Sensibilidad del ojo humano. Una fuente de luz de 100 W emite luz de $\lambda = 555 \text{ nm}$ (verde amarillenta). Es la luz que el ojo detecta con mayor sensibilidad, un ojo adaptado a la oscuridad detecta 10 fotones/s . Suponiendo que la pupila del ojo adaptado a la oscuridad tiene un diámetro de 7 mm . A qué distancia R de la fuente se puede detectar la luz?

Sol: Cada foton tiene energía hf , Número de fotones emitidos por unidad de área/segundo es $N = \frac{P}{hf} \frac{1}{4\pi R^2}$. Los fotones por segundo que recibe el ojo son $N_0 = \frac{P}{hf} \frac{R_0^2}{4R^2}$, $R = \frac{1}{2} R_0 \sqrt{\frac{P}{hf N_0}}$, $R = \frac{1}{2} R_0 \sqrt{\frac{P\lambda}{hc N_0}}$ $N_0 = 10$, $R_0 = 3.5 \times 10^{-3} \text{ m}$, $R = \frac{3.5}{2} \times 10^6 \sqrt{\frac{555}{6.6 \times 3}} \text{ m} = 9.26 \times 10^6 \text{ m}$.

- **rayos X** son radiación electromagnética, invisible para el ojo humano, capaz de atravesar cuerpos opacos y de imprimir las películas fotográficas.
- La longitud de onda está entre 10 a 0,01 nanómetros, correspondiendo a frecuencias en el rango de 30 a 30000 PHz (de 50 a 5000 veces la frecuencia de la luz visible).



Figura 11. Radiografía tomada por W. Roentgen en 1896

Los rayos X se pueden observar cuando un haz de electrones muy energéticos (del orden de 1 keV) se desaceleran al chocar con un blanco metálico. Según la mecánica clásica, una carga acelerada emite radiación electromagnética, de este modo, el choque produce un espectro continuo de rayos X a partir de cierta longitud de onda mínima dependiente de la energía de los electrones. Este tipo de radiación se denomina *Bremsstrahlung*, o 'radiación de frenado'. Además, los átomos del material metálico emiten también rayos X monocromáticos, lo que se conoce como *línea de emisión característica* del material. Otra fuente de rayos X es la radiación sincrotrón emitida en aceleradores de partículas.

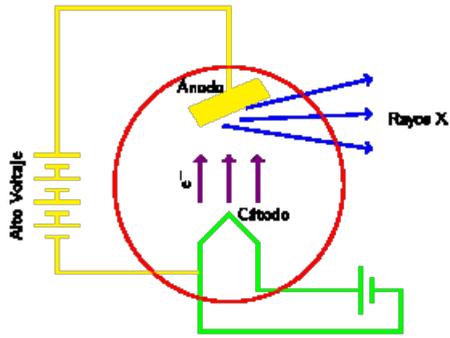
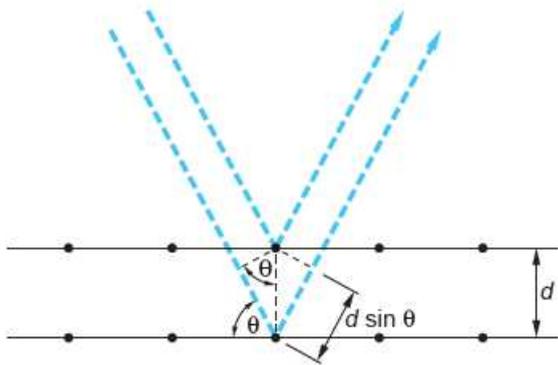


Figura 12. Esquema de un tubo de rayos X.

La **ley de Bragg** permite estudiar las direcciones en las que la **difracción** de **rayos X** sobre la superficie de un **crystal** produce interferencias constructivas, dado que permite predecir los ángulos en los que los rayos X son difractados por un material con estructura atómica periódica (materiales cristalinos).



La diferencia de fase entre las dos ondas se debe sólo a la diferencia de camino óptico, por tener la misma frecuencia. De la figura se ve que la diferencia de camino óptico es $2d \sin \theta$.

Las dos ondas están en fase si $2d \sin \theta = n\lambda, n$ entero. **Ley de Bragg**

Figura 13. Dispersión de Bragg desde dos planos sucesivos.

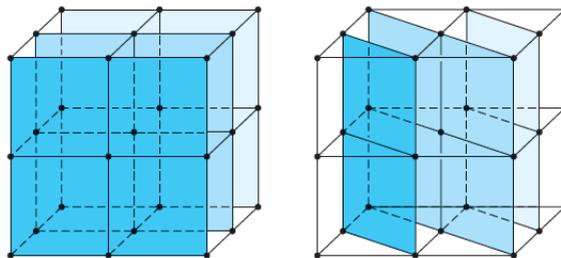


Figura 14. Un cristal de NaCl mostrando dos conjuntos de planos de Bragg.

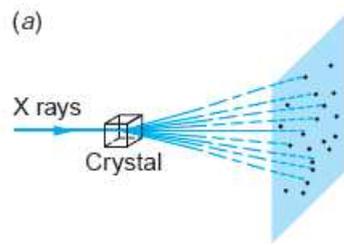


Figura 15. Esquema de difracción de Laue

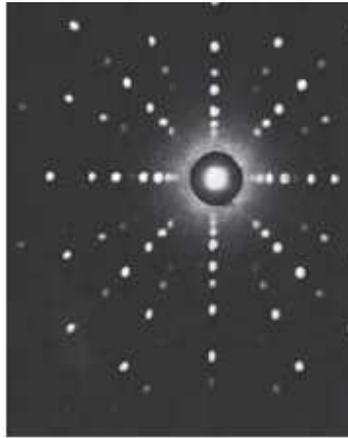


Figura 16. Difracción de Laue con rayos X

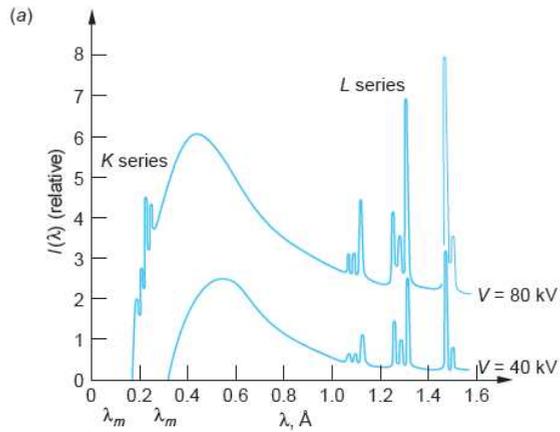


Figura 17. Espectro de Rayos X emitido por Tungsteno a dos voltajes aceleradores.

Notar la parte continua y el espectro de líneas. Tienen diferentes orígenes

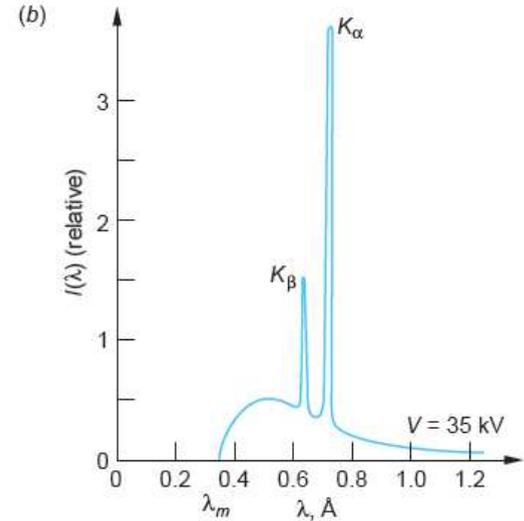


Figura 18. Espectro de Rayos X emitido por Molibdeno.

Se hace incidir luz (rayos X) sobre electrones en reposo. El resultado se explica utilizando el modelo de partículas. p, q : momentum inicial del fotón y electrón. P, Q : momentum final del fotón y electrón.

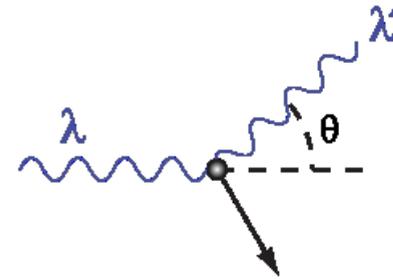


Figura 19.

$$p_\mu + q_\mu = P_\mu + Q_\mu$$

$$Q^2 = -m_e^2 c^4 = (p - P)^2 + 2(p - P) \cdot q - m_e^2 c^4$$

$$\begin{aligned} (p - P)^2 &= -\left(\frac{h}{c}(\nu - \nu')\right)^2 + \left(\left(\frac{h}{\lambda}\right)^2 - 2\left(\frac{h}{\lambda}\right)\left(\frac{h}{\lambda'}\right)\cos\theta + \left(\frac{h}{\lambda'}\right)^2\right) = 2m_e c \frac{h}{c}(\nu - \nu') = \\ &= -\left(\frac{h}{\lambda}\right)^2 + 2\left(\frac{h}{\lambda}\right)\left(\frac{h}{\lambda'}\right) - \left(\frac{h}{\lambda'}\right)^2 + \left(\frac{h}{\lambda}\right)^2 - 2\left(\frac{h}{\lambda}\right)\left(\frac{h}{\lambda'}\right)\cos\theta + \left(\frac{h}{\lambda'}\right)^2 \\ & \qquad \qquad \qquad 2\left(\frac{h}{\lambda}\right)\left(\frac{h}{\lambda'}\right)(1 - \cos\theta) = 2m_e c \left(\frac{h}{\lambda} - \frac{h}{\lambda'}\right) \\ & \qquad \qquad \qquad m_e c(\lambda' - \lambda) = h(1 - \cos\theta) \\ & \qquad \qquad \qquad (\lambda' - \lambda) = \frac{h}{m_e c}(1 - \cos\theta) \end{aligned}$$

$\frac{h}{m_e c}$: longitud de onda de Compton del electrón.

La Fórmula de Klein-Nishina da una descripción más detallada de este proceso, en el marco de la Electrodinámica Cuántica.

En un experimento de choque de Compton se encuentra que la longitud incidente λ_1 cambia en 1.5% al ser desviada en un ángulo de 120° .

a) Cuánto vale λ_1 ?

$$\text{Sol: } (\lambda' - \lambda_1) = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos 120) = 0.015 \lambda_1, \lambda_1 = \frac{h}{0.15 m_e c} (1 - \cos 120) = 0.243 \text{ nm}$$

b) Cuánto vale λ_2 del fotón final para $\theta = 75^\circ$?

$$\text{Sol: } (\lambda_2 - \lambda_1) = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos 75), \lambda_2 = 0.245 \text{ nm}.$$