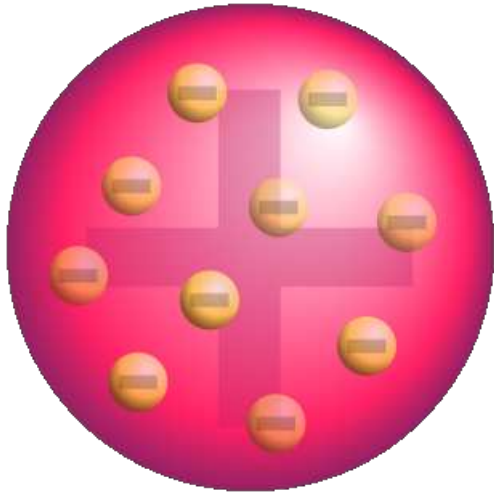


El **modelo atómico de Thomson** es una teoría sobre la estructura atómica propuesta en 1904 por **Joseph John Thomson**, quien descubrió el **electrón** en 1898.

El **átomo** está compuesto por **electrones** de carga negativa en un átomo positivo, embebidos en éste al igual que las pasas de un budín.



**Figura 1.**

Este modelo del átomo es estable bajo fuerzas eléctricas.

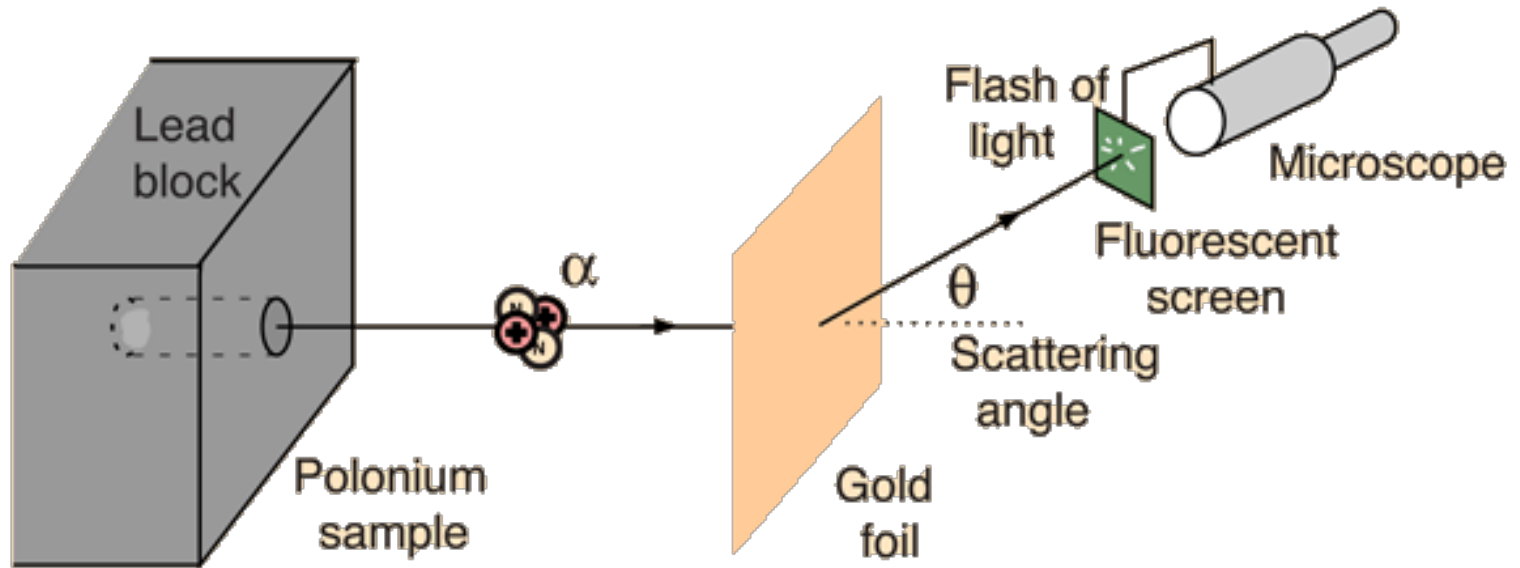
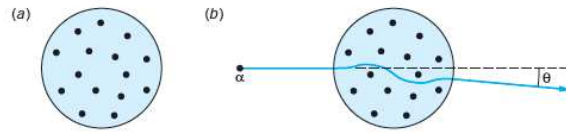


Figura 2.

Partículas  $\alpha$  emitidas por una fuente radiactiva inciden sobre una placa de oro delgada. Las partículas  $\alpha$  producen un destello pequeño pero visible cuando chocan con la pantalla fluorescente. **Sorprendentemente las partículas  $\alpha$  se deflectaron fuertemente y algunas se devolvieron.**

Este experimento muestra que las cargas positivas del átomo están concentradas en un volumen extraordinariamente pequeño, el núcleo.



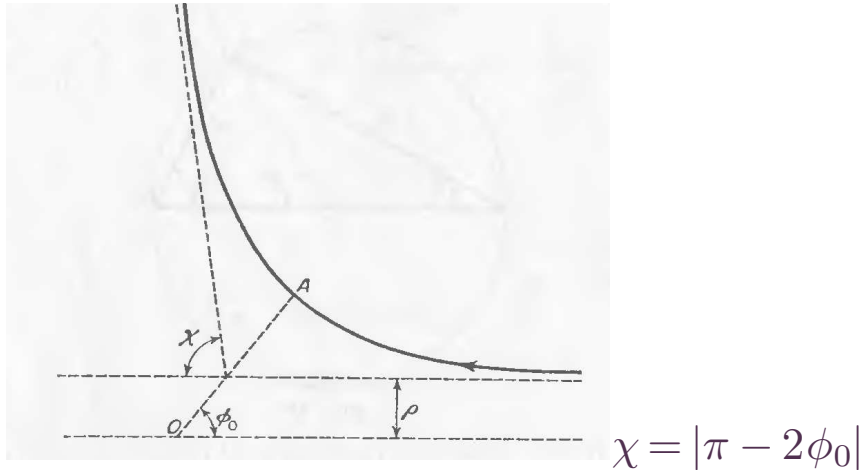
**Figura 3.** (a) Modelo de Thomson (b) Una partícula  $\alpha$  incidente será desviada  $\theta \ll 1^\circ$

Consideremos una partícula de masa  $m$  que se acerca desde infinito hacia el origen en presencia de un potencial central  $V(r)$ . Queremos encontrar la sección eficaz diferencial para este proceso. Como el potencial es central, se conserva el momentum angular de la partícula,  $l$ .

Se tiene que:  $l = m r^2 \dot{\phi}$

$$E = \frac{1}{2} m \dot{r}^2 + \frac{l^2}{2m r^2} + V(r)$$

$$\frac{dr}{d\phi} = \frac{\dot{r}}{\dot{\phi}} = \frac{r^2 \sqrt{2m \left( E - \frac{l^2}{2m r^2} - V(r) \right)}}{l}$$



**Figura 4.**

Notar que la trayectoria de la partícula es simétrica alrededor de  $r_{\min}$  (radio mínimo).  $\rho$  es el parámetro de impacto.

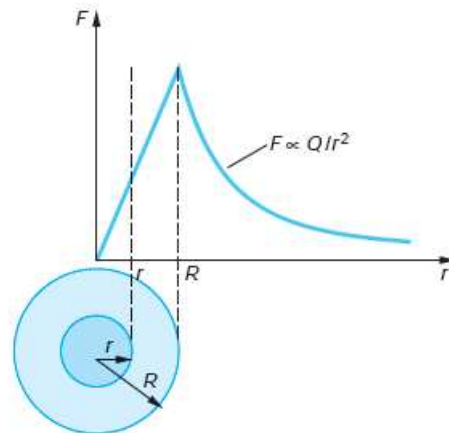
$$\phi_0 = l \int_{r_{\min}}^{\infty} \frac{dr}{r^2 \sqrt{2m \left( E - \frac{l^2}{2mr^2} - V(r) \right)}}$$

$$E = \frac{1}{2} m v_{\infty}^2, \quad l = m \rho v_{\infty}, \quad \phi_0 = \rho \int_{r_{\min}}^{\infty} \frac{dr}{r^2 \sqrt{1 - \frac{\rho^2}{r^2} - 2 \frac{V(r)}{m v_{\infty}^2}}}$$

Consideremos un haz de partículas incidentes con velocidad  $v_{\infty}$ . Dado que tienen  $\rho$  diferentes, serán dispersadas en ángulos distintos. Se define la sección eficaz diferencial por:  $d\sigma = \frac{dN}{n}$

$dN$ : número de partículas dispersadas por unidad de tiempo entre los ángulos  $\chi$  y  $\chi + d\chi$ .

$n$ : número de partículas incidentes, por unidad de tiempo, por unidad de área transversal del haz. Se supone una densidad transversal uniforme.



**Figura 5.** Fuerza sobre una carga puntual debida a una distribución uniforme de carga de radio  $R$ .

Supongamos que la relación entre  $\rho$  y  $\chi$  es uno a uno.

$$dN = n 2\pi\rho d\rho, d\sigma = 2\pi\rho d\rho = 2\pi\rho(\chi) \left| \frac{d\rho}{d\chi} \right| d\chi$$

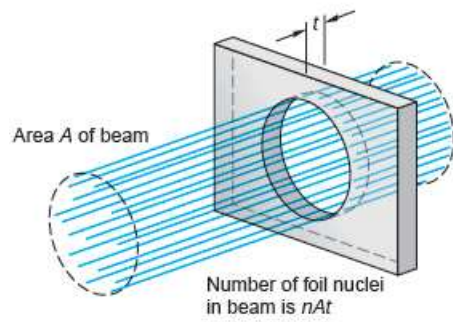
Usando el elemento de ángulo sólido  $d\Omega = 2\pi \sin \chi d\chi$ ,  $d\sigma = \frac{\rho(\chi)}{\sin \chi} \left| \frac{d\rho}{d\chi} \right| d\Omega$

Scattering Rutherford:  $V(r) = \frac{\alpha}{r}$ ,  $\phi_0 = \rho \int_{r_{\min}}^{\infty} \frac{dr}{r^2 \sqrt{1 - \frac{\rho^2}{r^2} - 2\frac{\alpha}{m v_{\infty}^2 r}}}$ ,  $u = \frac{1}{r}$

$$\phi_0 = \rho \int_0^{u_{\min}} \frac{du}{\sqrt{1 - \rho^2 u^2 - 2\frac{\alpha}{m v_{\infty}^2} u}}, 1 - \rho^2 u^2 - 2\frac{\alpha}{m v_{\infty}^2} u = 1 + \left( \frac{\alpha}{m v_{\infty}^2 \rho} \right)^2 - \rho^2 \left( u + \frac{\alpha}{m v_{\infty}^2 \rho^2} \right)^2$$

$$\rho \left( u + \frac{\alpha}{m v_{\infty}^2 \rho^2} \right) = \sqrt{1 + \left( \frac{\alpha}{m v_{\infty}^2 \rho} \right)^2} \cos \alpha, 1 - \rho^2 u^2 - 2\frac{\alpha}{m v_{\infty}^2} u = \left( 1 + \left( \frac{\alpha}{m v_{\infty}^2 \rho} \right)^2 \right) \sin^2 \alpha,$$

$$\alpha_{\min} = 0, \phi_0 = \alpha(u=0) = \arccos \left( \frac{\frac{\alpha}{m v_{\infty}^2 \rho}}{\sqrt{1 + \left( \frac{\alpha}{m v_{\infty}^2 \rho} \right)^2}} \right)$$



**Figura 6.**

$$\rho^2 = \frac{\alpha^2}{m^2 v_\infty^4} \tan^2 \phi_0 = \frac{\alpha^2}{m^2 v_\infty^4} \cotan^2\left(\frac{\chi}{2}\right), \quad \rho = \frac{\alpha}{m v_\infty^2} \cotan\left(\frac{\chi}{2}\right) \quad (1)$$

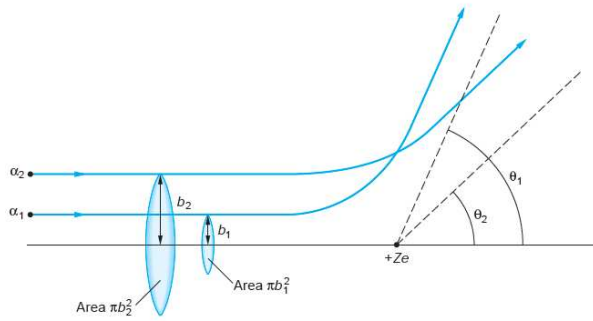
$$d\sigma = 2\pi\rho(\chi) \left| \frac{d\rho}{d\chi} \right| d\chi = 2\pi \frac{\alpha^2}{m^2 v_\infty^4} \cotan\left(\frac{\chi}{2}\right) \operatorname{cosec}^2\left(\frac{\chi}{2}\right) d\chi =$$

$$\pi \frac{\alpha^2}{m^2 v_\infty^4} \cos\left(\frac{\chi}{2}\right) \frac{d\chi}{\operatorname{sen}\left(\frac{\chi}{2}\right)^3}$$

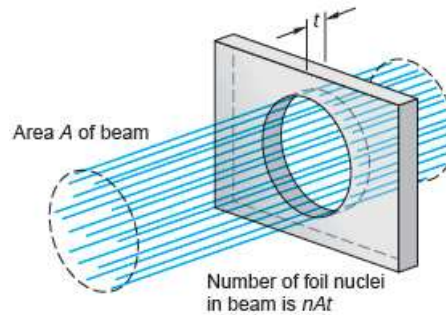
$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\alpha^2}{2m^2 v_\infty^4} \frac{\cos\left(\frac{\chi}{2}\right)}{\operatorname{sen}\left(\frac{\chi}{2}\right)^3 \operatorname{sen}(\chi)} = \left( \frac{\alpha}{2m v_\infty^2} \right)^2 \operatorname{cosec}^4\left(\frac{\chi}{2}\right) \quad (1)$$

Esta es la fórmula de Rutherford. Para un núcleo de carga  $Ze$ ,  $\alpha = 2kZe^2$ ,  $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$





**Figura 7.** Dos partículas  $\alpha$  con iguales energías cinéticas se aproximan a un núcleo de carga  $Q = Ze$ . con parámetros de impacto  $\rho_1 = b_1$ ,  $\rho_2 = b_2$ , con  $b_2 > b_1$ . De acuerdo a la ecuación (1),  $\chi_1 = \theta_1 > \chi_2 = \theta_2$ . En general, todas las partículas  $\alpha$  con parámetro de impacto menor a  $\rho$  tendrán un ángulo de dispersión  $\chi$  mayor al dado por (1).  $\pi\rho^2$  es la sección eficaz para dispersión por ángulos superiores a  $\chi$ .



**Figura 8.** Número total de átomos en la capa delgada en el área cubierta por el haz es  $nAt$  donde  $n$  es el número de átomos por unidad de volumen,  $A$  es el área cubierta por el haz y  $t$  es el grosor de la película.

- $n = \text{núcleos por unidad de volumen} = \frac{\rho \left( \frac{g}{\text{cm}^3} \right) N_A (\text{átomos/mol})}{M (g/\text{mol})} = \frac{\rho N_A}{M} \text{átomos/cm}^3$
- $I_0 = \text{número de } \alpha / (\text{área} \cdot \text{tiempo})$
- $I_0 \pi b^2 = \text{número de } \alpha / (\text{tiempo}) \text{ con ángulo de dispersión } \chi \text{ mayor o igual al de la ecuación (1).}$
- $I_0 \pi b^2 / I_0 = \pi b^2 = \text{sección eficaz para ángulo de dispersión } \chi \text{ mayor o igual al de la ecuación (1).}$
- $f = \text{fracción de partículas } \alpha \text{ para ángulo de dispersión } \chi \text{ mayor o igual al de la ecuación (1), dispersadas por todos los núcleos de la muestra} = \pi b^2 t n$

## Ejemplo 1

Fracción dispersada  $f$ : Calcular la fracción de un haz incidente de partículas  $\alpha$  de energía cinética  $K = 5 \text{ Mev}$  que Geiger y Marsden esperaban encontrar con  $\theta \geq 90^\circ$  después de chocar con una capa de Oro ( $Z=79$ ) de grosor  $10^{-6} \text{ m}$ .

Para el Oro:  $\rho = 19.3 \text{ g/cm}^3$ ,  $N_A = 6.02 \times 10^{23}$  átomos/mol (número de Avogadro),  $M = 197 \text{ g/mol}$  (masa molar del oro).

$$1. \frac{\rho N_A}{M} = 5.9 \times 10^{22} \text{ átomos/cm}^3$$

$$2. b = \frac{\alpha}{m v_\infty^2} \cotan\left(\frac{\theta}{2}\right), \alpha = 2kZe^2, \quad k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}, b = \frac{\alpha}{m v_\infty^2} = \frac{2kZe^2}{2K} = 2.28 \times 10^{-14} \text{ m}$$

$$3. f = \pi b^2 t n = 9.6 \times 10^{-5} \simeq 10^{-4}$$

4.  $f$  está de acuerdo con Geiger y Marsden que midieron 1 en 8000 en su primera medida.

Mostrar que el número de partículas  $\alpha$  detectadas por ángulo sólido  $d\Omega$  es

$$\Delta N = \frac{I_0 A n t}{r^2} \left( \frac{k Z e^2}{2K} \right)^2 \frac{1}{\text{sen}^4\left(\frac{\theta}{2}\right)} (2),$$
  $A$  es el área del detector,  $I_0$  es la intensidad del haz de partículas  $\alpha$ ,  $t$  es el grosor de la lámina.  $r$  es la distancia entre la lámina y el detector.  $K$  es la energía cinética de las partículas  $\alpha$ .

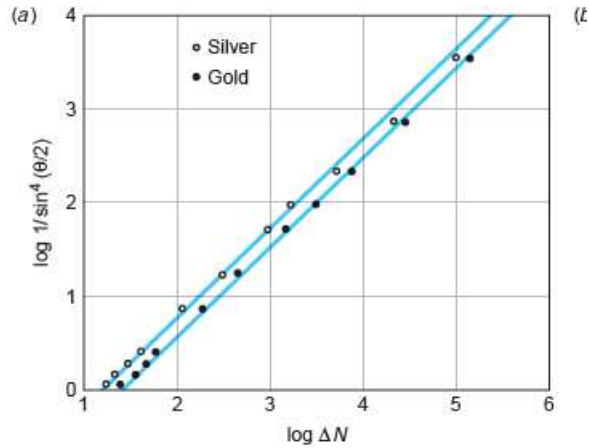
- $$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left( \frac{\alpha}{2m v_\infty^2} \right)^2 \text{cosec}^4\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

- $$df = d\sigma t n$$

- $dN = I_0 d\sigma t n =$  número de partículas/tiempo que salen con ángulo sólido  $d\Omega$ . Después del choque las partículas se mueven en línea recta.

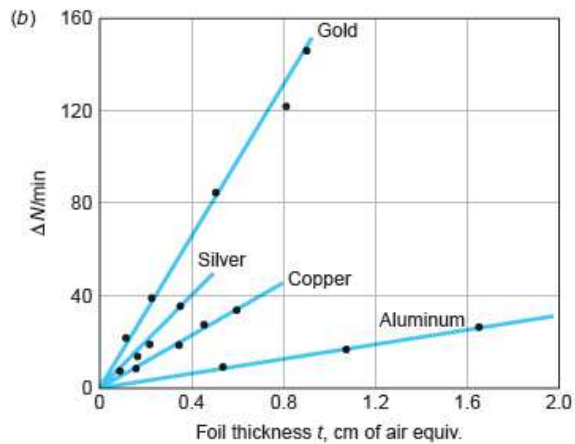
- A una distancia  $r$  de la lámina, el número de partículas que atraviesa un área transversal es  $\frac{N}{r^2 d\Omega}$

- $$\Delta N = \frac{dN}{r^2 d\Omega} A = \frac{I_0 t n}{r^2} \frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{I_0 t n A}{r^2} \left( \frac{\alpha}{2m v_\infty^2} \right)^2 \text{cosec}^4\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{I_0 t n A}{r^2} \left( \frac{\alpha}{2m v_\infty^2} \right)^2 \frac{1}{\text{sen}^4\left(\frac{\theta}{2}\right)}$$



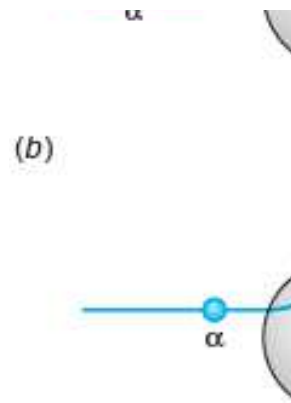
**Figura 9.** Datos de Geiger y Marsden para dispersión desde Oro y Plata.

Gráfico es log-log. El ángulo de dispersión decrece hacia abajo en el eje vertical.



**Figura 10.** Geiger y Marsden midieron la dependencia de  $\Delta N$  en  $t$

dado por la ecuación (2).



**Figura 11.** (a) Si la partícula  $\alpha$  no penetra el núcleo, éste se describe como una carga puntual situada en el origen

(b) Si la partícula  $\alpha$  entra al interior del núcleo, la ley de dispersión de Rutherford deja de ser válida.

- El núcleo no es puntual. Tiene radio  $r_n$ . Este se puede determinar calculando la distancia de mínima aproximación de la partícula  $\alpha$  en un choque frontal:
- La energía total se conserva:  $E = K + U$ ,  $K$ : Energía cinética,  $U$ : Energía potencial,

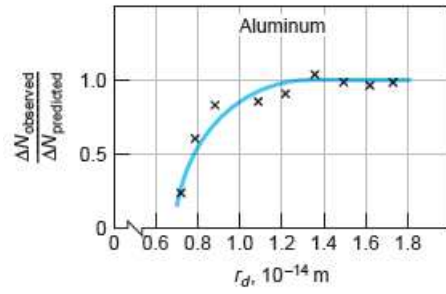
$$U = \frac{2Ze^2k}{r}$$

- Evaluando en  $r = \infty$ ,  $E = K_i$ . Evaluando en  $r_d$  (distancia de aproximación mínima),  $K = 0$

$$U = \frac{2Ze^2k}{r_d}$$

- $r_d = \frac{2Ze^2k}{K_i},$

- Para  $K_i = 7.7 \text{ Mev}$ ,  $Z = 79$ , se obtiene  $r_d = 3 \times 10^{-14} \text{ m}$ . El radio del núcleo de oro no supera  $r_d$ .



**Figura 12.** Datos obtenidos por el grupo de Rutherford para dispersión en ángulos grandes fijos, como función de  $r_d$ .



