

**ASTROBIOLOGIA**  
**FIZ 1409**  
**Ayudantia 09**  
**23 de Octubre, 2008**

Profesor: Jorge Alfaro  
Ayudante: Pablo González

**Pregunta 1**

- a) Mencione los tipos de decaimientos que existen y explique en que consisten.
- b) Qué significa la fórmula:

$$N(t) = N_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Indicando que representa cada término.

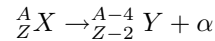
**Pregunta 2**

Explique como funciona un reloj geológico.

## Pregunta 1

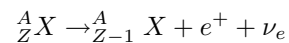
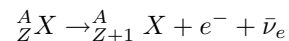
a)

**Decaimiento  $\alpha$ :** Este decaimiento consiste en la emisión de un núcleo de  ${}^4_2\text{He}$ , llamado partícula  $\alpha$ . Eso significa que tendremos:

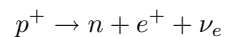
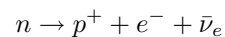


Este tipo de decaimiento, a partir del núcleo  $X$ , se genera el  $Y$  que es más liviano y con una carga menor.

**Decaimiento  $\beta$ :** Este decaimiento consiste en la emisión de un electrón ( $e^-$ ), beta negativa, o un positrón ( $e^+$ , antipartícula del electrón), beta positivo. Estos decaimientos son, respectivamente, de la forma:

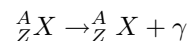


Vemos que este tipo de decaimiento mantiene el elemento, pero genera otro tipo de isótopo con un protón más o uno menos. Como en el núcleo no hay electrones, esto se explica por el intercambio de un neutrón por un protón, y vice versa:



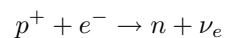
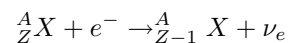
Por naturaleza, el protón es más estable. Es por eso que la primera reacción es más común.

**Decaimiento  $\gamma$ :** Este decaimiento consiste en la emisión de un fotón. Como los fotones no tienen masas ni cargas, el núcleo resultante es el mismo, o sea:



Esto implica que solo tenemos una disminución de la energía del núcleo.

**Captura electrónica:** Consiste en la captura de un electrón por un núcleo (un decaimiento beta inverso), que hace que un protón se vuelva un neutrón. Esto es:



Como es de esperarse, el electrón capturado corresponde a uno de las capas más internas del sistema. Como queda una vacancia, un electrón más energético cae para llenarla. Este decaimiento produce la emisión de un fotón de rayos  $X$ , que caracteriza la reacción.

b)

Esta fórmula nos indica la evolución en el tiempo del número de partículas radioactivas de cierto elemento.  $N_0$  representa la cantidad del elemento en un momento definido (típicamente el momento inicial) y  $\tau$  representa la vida media del decaimiento. Se puede ver que la cantidad del elemento se reduce con el tiempo. Es por eso que la vida media se define como el tiempo en que el número de partículas se reduce en un factor  $e$ . Si consideramos el número de partículas que habrá en un tiempo  $\tau$  después del presente,  $t_0$ , vemos que:

$$N(t_0 + \tau) = N_0 e^{-\frac{t_0 + \tau}{\tau}} = N_0 e^{-\frac{t_0}{\tau} - 1}$$

$$N(t_0 + \tau) = N_0 e^{-\frac{t_0}{\tau}} e^{-1} = N(t_0) e^{-1}$$

$$\frac{N(t_0)}{N(t_0 + \tau)} = e$$

Donde efectivamente disminuye en un factor  $e$ . Pero también se utiliza otra definición de vida media,  $\tau_2$ , que consiste en el tiempo necesario para reducir a la mitad el número de partículas. Veamos la relación entre ambas. Por definición:

$$\frac{N(t_0)}{N(t_0 + \tau_2)} = 2$$

$$N(t_0) = 2N(t_0 + \tau_2)$$

$$N_0 e^{-\frac{t_0}{\tau}} = 2N_0 e^{-\frac{t_0 + \tau_2}{\tau}}$$

$$e^{\frac{\tau_2}{\tau}} = 2$$

$$\frac{\tau_2}{\tau} = \ln(2)$$

$$\tau_2 \approx 0,693\tau$$

El problema para distinguirlas viene de sus nombres en ingles:  $\tau$  es *mean lifetime* y  $\tau_2$  *half lifetime*.

## Pregunta 2

Como dijimos, la fórmula anterior nos indica el número de partículas radioactivas en el tiempo. Naturalmente esto está directamente relacionado con el número de partículas de los productos de la reacción. Esta relación es:

$$N_P(t) - N_{P0} = N_{R0} - N_R(t)$$

Donde  $N_P(t)$ ,  $N_{P0}$ ,  $N_{R0}$  y  $N_R(t)$  son respectivamente la cantidad del producto actual, la inicial, la cantidad de reactivo inicial y la actual. Como sabemos que:

$$N_R(t) = N_{R0}e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Y como las cantidades realmente conocidas son las actuales (tanto para reactivos como para productos), tenemos que:

$$N_P(t) = N_{P0} + N_R(t) \left( e^{\frac{t}{\tau}} - 1 \right)$$

Como  $N_{P0}$  no es conocido, un error en su determinación produce un error enorme. Es por eso que es necesario recurrir a una técnica muy útil. Se utiliza el isótopo más estable del producto tal que:

$$N'_P(t) = N'_{P0}$$

Y se divide por esta cantidad, quedando:

$$\frac{N_P(t)}{N'_{P0}} = \frac{N_{P0}}{N'_{P0}} + \frac{N_R(t)}{N'_P} \left( e^{\frac{t}{\tau}} - 1 \right)$$

Ahora, aún cuando  $\frac{N_{P0}}{N'_{P0}}$  no se conoce, su error es menos problemático. LLamando  $y = \frac{N_P(t)}{N'_{P0}}$ ,  $x_0 = \frac{N_{P0}}{N'_{P0}}$  y  $x = \frac{N_R(t)}{N'_P}$ , obtenemos una recta de pendiente  $m = \left( e^{\frac{t}{\tau}} - 1 \right)$ . Utilizando varias muestras del material, obtenemos varios puntos de la recta. De esta forma podemos determinar el valor de la pendiente, y con eso, el valor de  $t$  que es el tiempo transcurrido desde que la fuente del material se volvió un sistema cerrado.