

Electrodinámica II

Prof. Jorge Alfaro
24 de Septiembre de 2009

Problema # 1 Lim 5002

Una onda electromagnética plana monocromática que se propaga en el vacío, incide normalmente al plano de una superficie de un medio de índice de refracción n . Relativo a un observador estacionario, el campo eléctrico de la onda incidente es:

$$\text{Re}(E_x^0 e^{i(kz - \omega t)})$$

donde z es la coordenada en la dirección normal a la superficie.

Encontrar la frecuencia de la onda reflejada cuando el medio y su superficie se mueven con velocidad v en la dirección positiva del eje z , con respecto al observador.

Sol: En el sistema en reposo de la superficie la onda incidente y la onda reflejada tienen frecuencia ω_0 . Además $(\frac{\omega}{c}, 0, 0, k)$ transforma como un cuatrivector. Esto es:

$$\frac{\omega'}{c} = \gamma\left(\frac{\omega}{c} - \frac{vk}{c}\right), \omega' = \gamma(1 - \beta)\omega$$

Esto es:

$$\omega_0 = \gamma(1 - \beta)\omega$$

Dado que la onda reflejada tiene $k_r = -k$, se tiene:

$$\omega_r = \gamma(1 + \beta)\omega_0 = \frac{1 + \beta}{1 - \beta}\omega$$

Problema #2 Lim 5025

Un átomo de H clásico tiene el electrón orbitando en un círculo con radio igual al radio de Bohr r_B en $t=0$.

Encuentre el tiempo τ que demora en decaer a $r = 0$, debido a pérdida de energía por radiación.

Suponga que la pérdida de energía por revolución es pequeña comparada con la energía remanente del átomo.

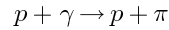
Indic: Considere movimiento no relativista.

R:

$$\begin{aligned} E &= \frac{1}{2}mv^2 - \frac{e^2}{r} \\ mv^2 &= \frac{e^2}{r} \\ E &= -\frac{e^2}{2r} \\ \frac{dE}{dt} &= -\frac{2e^2}{3c^3}a^2 = -\frac{2e^2}{3c^3}\left(\frac{e^2}{mr^2}\right)^2 = \frac{e^2}{2r^2}\frac{dr}{dt} \\ \frac{dr}{dt} &= -\frac{4}{3}\frac{e^4}{m^2c^3r^2} \\ \frac{r^3}{3} - \frac{r_B^3}{3} &= -\frac{4}{3}\frac{e^4}{m^2c^3}t, \\ \tau &= \frac{m^2c^3r_B^3}{4e^4} \end{aligned}$$

Problema #3

Un protón se mueve respecto al fondo de radiación cósmica, con energía E . Encuentre la energía E_{GZK} de umbral, del protón respecto al fondo de radiación cósmica, para que la reacción:



sea posible.

Recuerde que $T = 2.7\text{K}$ y $k_B = 1.3810^{-23} \text{m}^2 \text{kg s}^{-2} \text{K}^{-1}$.

Sol: El umbral se cruza cuando se puede crear el pión en reposo en el CM

$$(p_1 + p_\gamma)^2 = -m_p^2 c^2 + 2p_1 \cdot p_\gamma = -(m_p + m_\pi)^2 c^2$$

En CL: $2\left(-\frac{E_{\text{GZK}} E_\gamma}{c} + \vec{p}_1 \cdot \vec{p}_\gamma\right) = m_p^2 c^2 - (m_p + m_\pi)^2 c^2$

Choque frontal, ultrarelativista: $\vec{p}_1 \cdot \vec{p}_\gamma = -|\vec{p}_1| |\vec{p}_\gamma| = -\frac{E_{\text{GZK}} E_\gamma}{c}$

$$-4\frac{E_{\text{GZK}} E_\gamma}{c} = m_p^2 c^2 - (m_p + m_\pi)^2 c^2$$

$$E_{\text{GZK}} = \frac{1}{4E_\gamma} c^4 (2m_p m_\pi + m_\pi^2)$$

En números:

$$E_{\text{GZK}} = \frac{1}{4E_\gamma} c^4 (2m_p m_\pi + m_\pi^2) =$$

Tiempo: 3 horas

Fórmulas útiles

$$P = \frac{2q^2}{3c^3} a^2$$