# GUIA 2: Cinemática II

13.- Una pieza de artillería está localizada en el borde de una meseta, a 50 m de altura sobre una llanura plana. El personal a cargo de la pieza descubre un tanque enemigo en reposo sobre la llanura, a 3 200 m de distancia medidos horizontalmente desde el cañón. En ese mismo instante de tiempo la tripulación del tanque se da cuenta de la existencia del cañón y huye en línea recta, con aceleración constante 0.5 m/s$^2$. Si el cañón dispara una bala con rapidez inicial 300 m/s y a 10Âž con respecto a la horizontal, ¿Cuánto tiempo después que empieza a moverse el tanque debe ser disparado el cañón para impactarlo con la bala?. ¿Cuál es la rapidez con que se mueve el tanque en el instante del impacto?

En $t = 0$ el tanque empieza a moverse

$$x = D + \frac{1}{2} a t^2$$
$$v_t = a t$$

En $t = t_0 > 0$ sale la bala

$$x = v_{0x}(t - t_0)$$
$$y = h + v_{0y}(t - t_0) - \frac{1}{2} g (t - t_0)^2$$

$y = 0$ determina el momento en que la bala alcanza la horizontal,

$$50 + 300 \operatorname{sen} 10^\circ (t - t_0) - 4.9 (t - t_0)^2 = 0, \quad t - t_0 = 11.52$$

La bala impacta al tanque cuando:

$$300 \cos 10^\circ (t - t_0) = 3200 + 0.25\, t^2, \quad t = 28.48 s,$$
$$t_0 = 28.48 - 11.52 = 16.96 s$$

$$v_t = 0.5\, 28.48 = 14.24 m/s = 51.26\, \mathrm{km}/h$$

Sol.: 16.96 s, 51.26 km/h.

14.- Se lanza un cohete que se mueve a 60Âž con respecto a la horizontal y con aceleración constante 50 m/s$^2$. Luego de viajar en línea recta por 25 s, se apaga el motor impulsor y el cohete sigue una trayectoria parabólica de regreso a la tierra. Despreciando efectos de roce con el aire y suponiendo que la aceleración de gravedad es 9.8 m/s$^2$ durante toda la trayectoria, encuentre: a) Tiempo total de vuelo del cohete, b) Máxima altura que alcanza el cohete, c) Distancia desde el punto de lanzamiento al punto de impacto

Sol: a) 1120 s, b) 73 320 m, c) 692 120 m

15.- De acuerdo con la figura, un avión vuela horizontalmente, con rapidez constante 500 km/h, a un altura de 2000 m sobre una planicie, sobre la cual desea bombardear un blanco dado. Despreciando resistencia con el aire, ¿A qué ángulo bajo la horizontal debe ver el blanco en el instante de soltar la bomba, para alcanzarlo?

Sol: 35.48Âž

16.- Un niño lanza una pelota por sobre el techo plano del edificio de la escuela, que tiene un ancho de 12 m y una altura de 7.5 m. Suponiendo que lanza la pelota desde una altura de 1.5 m y a 10 m de distancia de la pared, ¿Cuál debe ser la mínima velocidad inicial (módulo y ángulo) de lanzamiento de modo que la pelota pase sobre el techo?

Sol: $v_o$ = 17.79 m/s, angulo=41○.

Sol:

$$
\begin{aligned}
y &= v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2, & x &= v_{0x}t, & t &= \frac{x}{v_{0x}}, \\
y &= v_{0y}\frac{x}{v_{0x}} - \frac{1}{2}g\left(\frac{x}{v_{0x}}\right)^2 & &= \frac{v_{0y}}{v_{0x}}x - \frac{g}{2v_{0x}^2}x^2 & &= ax + bx^2,\ a = \frac{v_{0y}}{v_{0x}},\ b = -\frac{g}{2v_{0x}^2}
\end{aligned}
$$

$$H - h = ad + bd^2, \quad H - h = a(d + A) + b(d + A)^2$$

$$a = -\frac{(2\,d + A)\,h - 2\,H\,d - A\,H}{d^2 + A\,d} = 0.873,\ b = \frac{h - H}{d^2 + A\,d} = -0.027$$

$$a = \mathrm{tg}(\theta) = 0.873, \quad \theta = 0.718\,\mathrm{rad} = 41\circ$$

$$b = -\frac{g}{2v_{0x}^2}, \quad v_{0x} = \sqrt{\frac{-g}{2b}} = 13.4, \quad v_0 = \frac{13.4}{\cos(\theta)} = 17.79 m/s$$

17.- Una pelota está rodando sobre una mesa de 1.0 m de altura. Cae desde el borde e impacta el suelo a 2.2 m de distancia, medidos horizontalmente desde el borde de la mesa. Despreciando efectos de roce con el aire, encuentre: a) el tiempo total de vuelo de la pelota, b) la magnitud de su velocidad inicial, c) la magnitud y dirección de la velocidad de la pelota en el instante que impacta el suelo.

Sol: a) 0.452 s, b) 4.87 m/s, c) 6.58 m/s, -42.3Âž.

18.- Un hombre se encuentra sobre la plataforma de un carro de tren que se mueve a 9.1 m/s. Quiere lanzar una pelota a través de un aro vertical estacionario que se encuentra a 4.9 m sobre su mano, de modo tal que en el instante que la pelota pase por el aro ésta se mueva horizontalmente. Lanza la pelota con una rapidez de 13.4 m/s con respecto a si mismo. Sin considerar efectos de roce con el aire, a) ¿Cuál debe ser la componente vertical de la velocidad de la pelota al lanzarla?, b) ¿Cuántos segundos después del lanzamiento pasa la pelota por el aro?, c) ¿A qué distancia, medidad horizontalmente, del aro debe lanzar la pelota?

Sol: a) 9.8 m/s, b) 1.0 s, c) 18.24 m.

19.- Partiendo desde el reposo, una partícula se mueve a lo largo de un atrayectoria circular de radio $r$, de modo tal que la distancia total viajada está dada por la expresión $s = ct^2$, donde $c$ es una constante. Encuentre las componentes normal y tangencial de la aceleración de la partícula.

Sol: $a_t = 2c$, $a_n = 4c^2t^2/r$.

20.- Una partícula viaja con rapidez constante $v$ a lo largo de una trayectoria parabólica definida por la ecuación $y = kx^2$, donde $k$ es una constante. Encuentre la máxima aceleración de la partícula.

Sol: $a_{max} = 2kv^2$.

21.- Un punto se mueve siguiendo una trayectoria circular de acuerdo con la expresión $s = t^3 + 2t^2$, donde $s$ se mide en metros y $t$ en segundos. Si la aceleración total del punto es $m/s^2$ cuando $t = 2$ seg, calcule el radio del círculo.

Sol: 25 m.

22.- Considere un proyectil lanzado con rapidez inicial $v_o$, en ángulo con la horizontal. Despreciando efectos de roce con el aire, encuentre expresiones para: a) componente normal de la aceleración a lo largo de la trayectoria, b) componente tangencial de la aceleración a lo largo de la trayectoria, c) radio de curvatura en el punto más alto de la trayectoria.

Sol: a) b) c)

23.- Una barra rígida de largo $L$ está ligada en un extremo al punto $A$ en el borde de una rueda de radio $R$ y el otro extermo puede deslizar sobre un eje que pasa por el centro de la rueda, como muestra la figura. Si la rueda gira con velocidad angular constante , demostrar que la velocidad del punto $B$ que desliza sobre el eje está dada por:

24.- Para una trayectoria cualquiera de una partícula moviéndose en el espacio, demostrar en detalle que la aceleración en cada punto de la trayectoria está dada por

,

con $v = ds/dt$, donde $s$ es la longitud de arco sobre la trayectoria, y son vectores unitarios en la dirección de la tangente y la normal a la trayectoria y es el radio local de curvatura en el punto dado, con y definidos en un plano tangente a la trayectoria en el mismo punto. Este plano se denomina plano osculador ("besa" a la curva, ósculo = beso) y corresponde al plano tangente a la curva que contien al menos tres puntos de la trayectoria infinitesimalmente cercanos entre sí.