I2: Ondas y Calor (FIS1522 y FIZ1250)

13 de Octubre de 2004

No olvide poner su nombre en cada una de las hojas que entregue.

NOMBRE..

SECCION..

TIEMPO: 2 horas.
No usar apuntes. NO CONSULTE A LOS AYUDANTES.
Si Ud. tiene nota P, por lo que no figura en la lista, indíquelo junto a su nombre.
NO USE LAPIZ A MINA. SI LO HACE NO TENDRA DERECHO A RECLAMO

Justifique bien sus afirmaciones

Problema 1

Un oscilador armónico forzado absorbe en resonancia una potencia promedio igual a 1 W cuando la amplitud de la fuerza externa es $F_{\max} = 5$ N.
(a) Calcule el coeficiente de amortiguamiento λ. (3 pt)
(b) Si la amplitud de oscilación en resonancia es 4 cm, ¿cuál es la frecuencia de resonancia? (3 pt)
(c) Sabiendo que la amplitud de oscilación se reduce a 4 mm cuando la frecuencia de la fuerza externa pasa a ser igual a la mitad de la frecuencia de resonancia, determine la masa m. (9 pt)
Nota:

$$m\,\frac{d^2x}{dt^2} + \lambda\,\frac{dx}{dt} + k\,x = F_{\max}\cos(\omega t)$$

donde m = masa, λ = coeficiente de amortiguamiento, k = constante elástica, $F_{\max}$ = amplitud de la fuerza externa.

Solución:

(a)

$$P_{\max} = \frac{F_{\max}^2}{2\lambda} \qquad , \qquad \lambda = \frac{F_{\max}^2}{2P_{\max}} = \frac{5^2}{2\times 1} = 12{,}5\ \frac{\mathrm{Kg}}{\mathrm{s}}$$

(b) En resonancia $\omega = \omega_0$, $Z = \lambda$

$$A_0 = \frac{F_{\max}}{\omega_0 \lambda}$$

$$\omega_0 = \frac{F_{\max}}{\lambda A_0} = \frac{5}{12{,}5\times 0{,}04} = 10\ \frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$$

$$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{10}{2\pi} = 1{,}59\ \mathrm{Hz}$$

(c) Para $\omega = \omega_0/2 = 5$ rad/s

$$Z = \sqrt{\lambda^2 + \left(m\omega - \frac{k}{\omega}\right)^2} = \sqrt{(12{,}5)^2 + \left(5m - \frac{k}{5}\right)^2}$$

Pero como $k = m\omega_0^2 = m\,(10)^2$

$$Z = \sqrt{(12{,}5)^2 + \left(5m - \frac{100\,m}{5}\right)^2} = \sqrt{(12{,}5)^2 + (-15\,m)^2}$$

Por otro lado

$$A = \frac{F_{\max}}{\omega Z}$$

$$Z = \frac{F_{\max}}{\omega A} = \frac{5}{10\times 0{,}004} = 250\ \frac{\mathrm{Kg}}{\mathrm{s}}$$

y por lo tanto

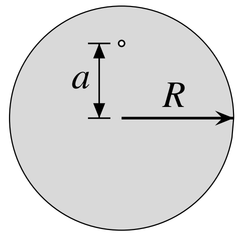
$$\sqrt{(12{,}5)^2 + (15\,m)^2} = 250$$

$$(15\,m)^2 = (250)^2 - (12{,}5)^2 = 62344$$

$$m = \frac{\sqrt{62344}}{15} = 16{,}65\ \mathrm{Kg}$$

Problema 2

Un disco uniforme de masa m y radio R tiene un eje de rotación a una distancia a del centro. Determine cual debe ser el valor de a para que el periodo de oscilación del péndulo físico sea mínimo. (15 pt)



Dato: momento de inercia con respecto al centro de masa es $I_{\text{CM}} = mR^2/2$.

Solución:

$$I = I_{\text{CM}} + ma^2 = \frac{mR^2}{2} + ma^2$$

$$\omega_0^2 = \frac{mgd}{I} = \frac{mga}{m\left(\frac{R^2}{2} + a^2\right)}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{R^2}{2} + a^2}{ga}} = \frac{2\pi}{\sqrt{g}}\sqrt{\frac{R^2}{2a} + a}$$

Para minimizar el periodo se debe igualar la derivada a cero

$$\frac{dT}{da} = 0 = \frac{2\pi}{\sqrt{g}}\frac{1}{2}\left(\frac{R^2}{2a} + a\right)^{-\frac{1}{2}}\left[-\frac{R^2}{2a^2} + 1\right]$$

$$\frac{R^2}{2a^2} = 1$$

$$a = \frac{R}{\sqrt{2}}$$

Problema 3

Un astronauta sobre la Luna desea medir el valor local de g, midiendo el tiempo de pulsos que viajan por un alambre que tiene una gran masa suspendida de él. Suponga que el alambre tiene 4 gr. de masa y 1.60 m de largo, y que la masa suspendida de él tiene 3 kg. Un pulso tarda 36.1 ms para recorrer la longitud del alambre. Calcule g_{Luna} a partir de estos datos. (Puede ignorar la masa del alambre cuando calcule la tensión en él).
Solución:
Calculemos primero la masa por unidad de longitud del alambre:
$\mu = 2{,}5 \times 10^{-3}$ kg/m.
La tensión T=Mg, donde M es la masa que cuelga del alambre y g es la aceleración de gravedad en la Luna.
Se tiene que $v = \sqrt{T/\mu}$, donde v es la velocidad de la onda en el alambre.
Se sabe que $v = l/t$, donde l es el largo del alambre y t el tiempo que toma el pulso en recorrerlo. Esto es: v=44.3 m/s.
Se obtiene $g = \mu v^2/M$, lo que da g=1.637 m/s^2.

PREGUNTAS Cada respuesta correcta vale 3 pts; se resta 0,75 por cada respuesta incorrecta

Pregunta 1: Una onda se propaga en una cuerda con un extremo fijo a un poste. Entonces la onda se refleja en el poste y :

(a)Se invierte.

(b)No se invierte.

(c)Depende del material del poste.

(d) No se puede determinar.

resp. (a)

Pregunta 2: En un alambre sometido a una tensión de 6 N viajan ondas transversales a una rapidez de 20m/s. Qué tensión se requiere para producir una rapidez de onda de 30 m/s en la misma cuerda?

(a) 2.7 N

(b) 13.5 N

(c) 4.0 N

(d) 9.0 N

resp. (b)

Pregunta 3: Una cuerda horizontal puede transmitir una potencia máxima de P (sin romperse) si viaja por ella una onda con amplitud A y frecuencia angular ω. Con el fin de aumentar esta potencia máxima, un estudiante dobla la cuerda y usa esta cuerda doble como un transmisor. Suponiendo que la tensión es igual a la anterior, la nueva potencia máxima es:

(a) $\sqrt{2}$P.

(b) 2P.

(c) P/2.

(d) P/$\sqrt{2}$.

resp. (a)

Pregunta 4: Una onda senoidal sobre una cuerda se describe por medio de la ecuación:

$$y = (0{,}15m)sen(0{,}80x - 50t)$$

donde x e y están en metros y t en segundos. La masa por unidad de longitud de la cuerda es 12 g/m. Entonces la rapidez(v), la longitud de onda (λ) y la frecuencia (ν) de la onda son:

(a) v=60.5m/s, λ=7.85m, ν=8.96 Hz.

(b) v=62.5m/s, λ=7.85m, ν=7.96 Hz.

(c) v=62.5m/s, λ=6.85m, ν=8.96 Hz.

(d) v=60.5m/s, λ=6.85m, ν=7.96 Hz.

resp. (b)

Pregunta 5: La masa de la molécula de Deuterio(D_2) es el doble de la molécula del Hidrógeno (H_2). Suponga que la "constante de resorte" es la misma para las dos moléculas. Si la frecuencia de vibración de H_2 es $1{,}3 \times 10^{14}$ Hz, entonces la frecuencia de vibración de D_2 es:

(a) $2{,}60 \times 10^{14}$ Hz.

(b) $0{,}65 \times 10^{14}$ Hz.

(c) $0{,}92 \times 10^{14}$ Hz.

(d) $1{,}84 \times 10^{14}$ Hz.

resp. (c)