

# 1 Introducción

- En un sentido histórico el segundo principio surgió, en plena **Revolución Industrial** en el contexto de las máquinas térmicas como una explicación empírica de por qué éstas se comportaban de una manera determinada y no de otra.
- Siempre se observaba, por ejemplo, que para calentar una caldera era necesario emplear combustible ardiendo a mayor temperatura que la de la caldera; sin embargo, jamás se observaba que la caldera se calentara tomando energía de su entorno, el cual a su vez se enfriaría.
- De hecho, podría razonarse que, en virtud del **primer principio de la termodinámica**, nada impide que, espontáneamente, sea posible extraer calor de un cuerpo frío, por ejemplo a 200K, para transmitírselo a otro caliente, por ejemplo a 1000K: basta con que se cumpla el balance energético correspondiente, a consecuencia del cual el cuerpo frío se enfriaría aún más, y el caliente se calentaría más aún.
- Sin embargo, todo esto es contrario a toda experiencia. Las máquinas térmicas parecían obedecer una determinada ley, que se materializó en el segundo principio: para producir trabajo mecánico, era necesario aportar energía adicional (el combustible), que a su vez era siempre mayor que

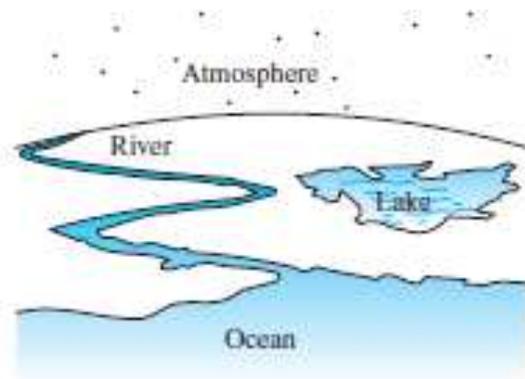
la cantidad de trabajo extraído.

- Una máquina térmica es aquella que provee de **trabajo** eficaz gracias a la diferencia de temperaturas entre dos cuerpos. Dado que cualquier máquina **termodinámica** requiere una diferencia de temperatura, se deriva pues que ningún trabajo útil puede extraerse de un sistema aislado en equilibrio térmico, esto es, se requerirá de la alimentación de energía del exterior.
- Ese principio empírico, extraído de la observación continua de cómo funciona el universo, constituye uno de los primeros enunciados del Segundo Principio de la Termodinámica: *es imposible todo proceso cíclico cuyo único resultado sea la absorción de energía en forma de calor procedente de un foco térmico (o reservorio o depósito térmico), y la conversión de toda ésta energía en forma de calor en energía en forma de trabajo.*

## 2 La Segunda Ley de la termodinámica

### 2.1 Reservorio de energía térmica

Se caracteriza por permanecer a temperatura constante, aún cuando ceda o reciba una cantidad arbitraria de calor. Tiene una masa  $\times$  calor específico mucho mayor que la correspondiente cantidad de sistemas termodinámicos que se ponen en contacto térmico con él.



**Figura 1.**

## **2.2 Proceso reversible**

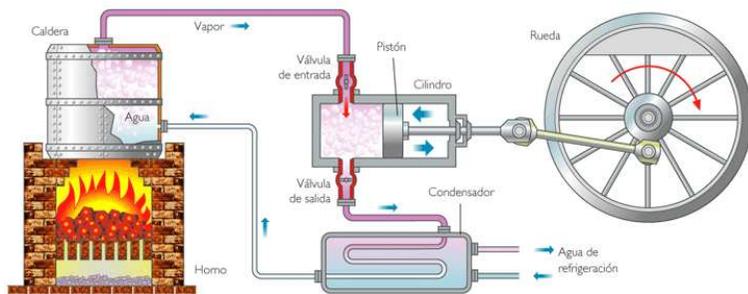
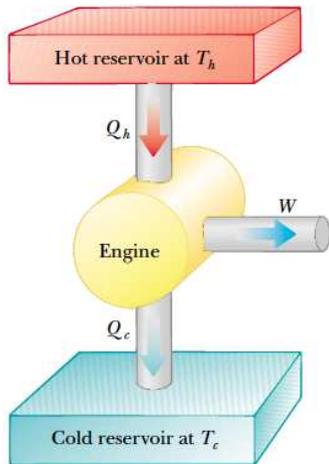
Es una sucesión de estados de equilibrio (se logra en un proceso cuasiestático). El sistema se puede volver al estado inicial. Ejemplo: La expansión de un gas en contacto con una fuente de calor.

## **2.3 Proceso irreversible**

El sistema pasa por estados que no están en equilibrio. No es posible revertir el proceso. Ej: La transferencia de calor entre un cuerpo a temperatura mayor hacia un cuerpo a menor temperatura.

## 2.4 Máquinas Térmicas

Una máquina térmica es un sistema conectado a una fuente de calor a temperatura  $T_h$ , que es capaz de hacer un trabajo  $W$  y liberar calor a una fuente de calor a temperatura  $T_c$  con  $T_h > T_c$ .



**Figura 2.** Máquina de vapor

Se defina la eficiencia de dicha máquina por:

$$e = \frac{W}{Q_h} = 1 - \frac{Q_c}{Q_h}$$

donde se ha usado la Primera Ley para despejar  $W$ . Tanto  $W$ ,  $Q_h$ ,  $Q_c$  se calculan en un ciclo de funcionamiento de la máquina. Derivemos el trabajo realizado en un ciclo. Dado que se trata de un ciclo, la energía interna del sistema no cambia. Se tiene que:

$$W = Q_h - Q_c$$

Nótese que  $Q_c$  es positivo si el sistema cede calor al Depósito de calor a menor temperatura.

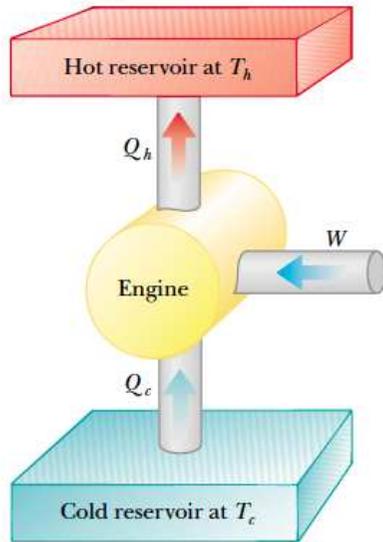
Según esta ecuación, una máquina térmica tiene 100% de eficiencia si  $Q_c = 0$ .

Tal máquina, si existiera, sería una máquina perfecta.

## 2.5 Refrigeradores

Un refrigerador es una máquina de calor que funciona a la inversa. Esto es : Absorbe calor de un depósito a temperatura  $T_c$  y libera calor a un depósito a mayor

temperatura  $T_h$ . Para lograr esto debe hacerse un trabajo  $W$  sobre el sistema. La experiencia muestra que esto es imposible hacerlo con  $W=0$ .



Se define la eficiencia de un refrigerador como:

$$\eta = \frac{Q_c}{W}$$

donde  $Q_c$  es el calor extraído del depósito frío y  $W$  es el trabajo hecho por el refrigerador.

## 2.6 Eficiencia de máquinas térmicas(resumen)

- MT que produce trabajo.

Eficiencia térmica

$$\eta = \frac{\text{trabajo producido por el sistema}}{\text{calor absorbido del resorvorio caliente}}$$

- Refrigerador

Coefficiente de rendimiento

$$\text{COP}_r = \frac{\text{energía removida del reservorio frío}}{\text{trabajo realizado sobre el sistema}}$$

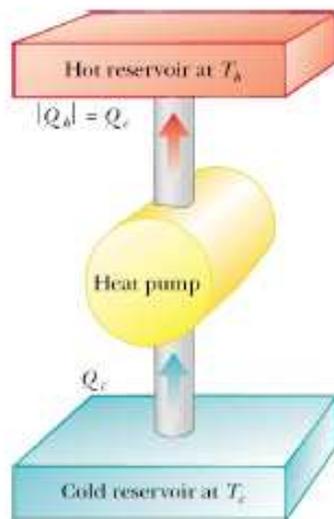
- Bomba de calor

Coefficiente de rendimiento

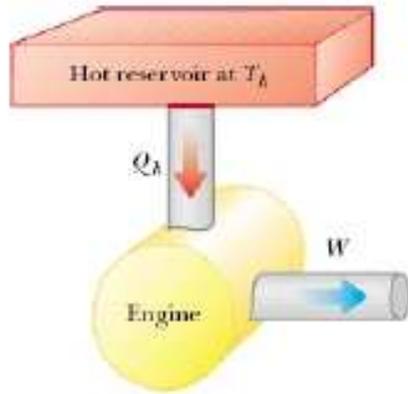
$$\text{COP}_b = \frac{\text{energía transferida al reservorio caliente}}{\text{trabajo realizado sobre el sistema}}$$

## 2.7 Segunda Ley de la Termodinámica

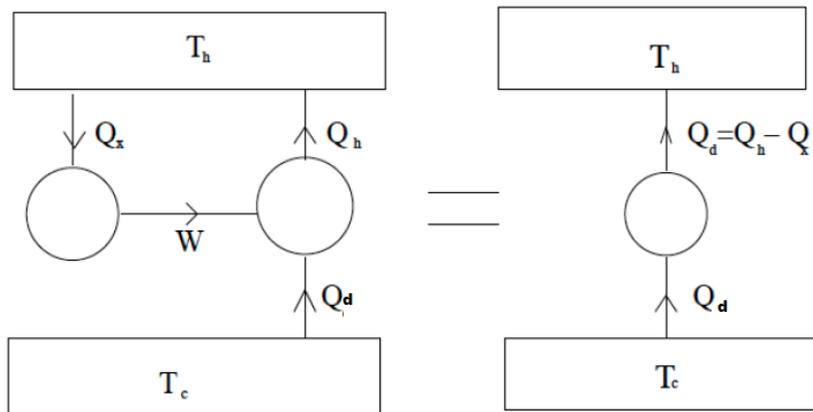
- **Enunciado de Clausius:** Es imposible construir una máquina cíclica cuyo único efecto sea la transferencia continua de energía de un objeto a otro de mayor temperatura sin la entrada de energía por trabajo.



- **Enunciado de Kelvin-Planck:** Es imposible para cualquier dispositivo operando en un ciclo, recibir calor de un **solo** reservorio y producir igual cantidad de trabajo.



Se puede mostrar que estos enunciados de la Segunda Ley son equivalentes.



Consideremos la combinación máquina térmica-refrigerador del lado izquierdo de la figura.  $T_h > T_c$ .

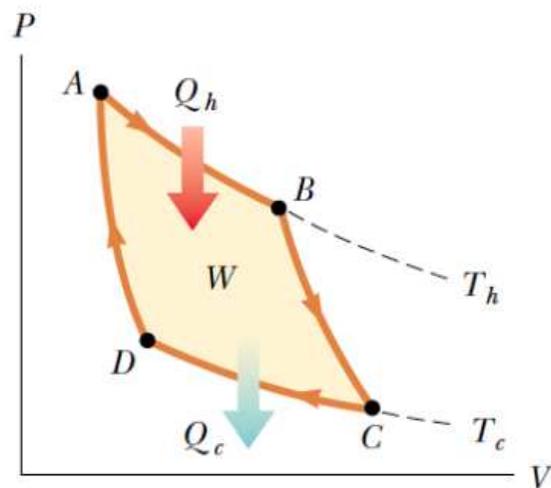
1. Suponemos que la máquina térmica tiene 100% de eficiencia(en contradicción con el postulado de Kelvin-Planck).
2. Esto es transforma todo el calor  $Q_x$  en trabajo  $W, Q_x = W$
3.  $W$  se ingresa al refrigerador para transportar calor  $Q_d$  del reservorio más frío al más caliente.  $Q_h = Q_x + Q_d$
4. El resultado neto es el transporte de calor  $Q_d$  del reservorio a menor temperatura  $T_c$  al reservorio a mayor temperatura, sin agregar trabajo. Notar que el calor neto que entra al reservorio de mayor temperatura es  $Q_h - Q_x = Q_d$
5. Lo mostrado en 4. contradice el postulado de Clausius.
6. Usando un argumento similar se muestra que violando el postulado de Clausius se viola también el postulado de Kelvin-Planck

### 3 El ciclo de Carnot

Considere un gas ideal.

1. Proceso  $A \rightarrow B$  es una expansión isotérmica a  $T = T_h$ . Se absorbe energía  $Q_h$  y se realiza un trabajo  $W_{AB}$ .

2. Proceso  $B \rightarrow C$  es una expansión adiabática. La temperatura del gas disminuye a  $T_c$  y realiza un trabajo  $W_{BC}$ .
3. Proceso  $C \rightarrow D$  es una compresión isotérmica a  $T = T_c$ . Se libera energía  $Q_c$  hacia el depósito, y el trabajo realizado sobre el gas es  $W_{CD}$ .
4. Proceso  $D \rightarrow A$  es una compresión adiabática. La temperatura del gas aumenta a  $T_h$  y el trabajo efectuado sobre el gas es  $W_{DA}$ .



**Figura 3.** Ciclo de Carnot

- El trabajo neto realizado por el gas en este proceso cíclico es el área encerrada en la figura.

- Mostraremos que la eficiencia de una máquina de Carnot es:

$$e_C = 1 - \frac{T_c}{T_h}$$

- En  $A \rightarrow B$  se tiene:

$$Q_h = W_{AB} = n R T_h \ln \frac{V_B}{V_A}$$

- En  $C \rightarrow D$  se tiene:

$$Q_c = |W_{CD}| = n R T_c \ln \frac{V_C}{V_D}$$

- Notar que los  $Q$  de una máquina térmica se consideran positivos.
- Por lo tanto:

$$\frac{Q_c}{Q_h} = \frac{T_c \ln (V_C/V_D)}{T_h \ln (V_B/V_A)}$$

- Para un proceso adiabático se tiene que:

$$TV^{\gamma-1} = \text{constante}$$

Por lo tanto:

$$T_h V_B^{\gamma-1} = T_c V_C^{\gamma-1} \quad T_h V_A^{\gamma-1} = T_c V_D^{\gamma-1}$$

lo que implica:

$$\frac{V_B}{V_A} = \frac{V_C}{V_D}$$

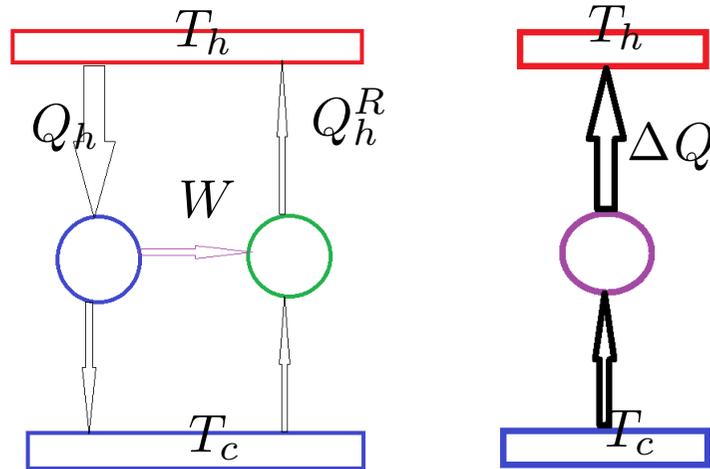
luego:

$$\frac{Q_c}{Q_h} = \frac{T_c}{T_h}$$

### 3.1 Principios de Carnot

1. La eficiencia de una máquina térmica irreversible siempre es menor que la eficiencia de una máquina reversible funcionando entre dos depósitos de energía idénticos.
2. La eficiencia de todas las máquinas térmicas reversibles son iguales.

Para demostrar los principios de Carnot, considere dos máquinas térmicas que operan usando los mismos depósitos de energía.



**Figura 4.**  $\Delta Q = Q_h^R - Q_h$

Una es una máquina reversible, con eficiencia  $e_R$ , y la otra es irreversible con eficiencia  $e > e_R$ .

Supongamos que las dos máquinas producen el mismo trabajo  $W$ . La máquina irreversible(reversible) absorbe calor  $Q_h(Q_h^R)$  del depósito a mayor temperatura  $T_h$ .

Como

$$e = \frac{W}{Q_h} > e_R = \frac{W}{Q_h^R} \rightarrow Q_h^R > Q_h$$

La máquina más eficiente se usa para hacer funcionar la máquina reversible como un refrigerador. Para hacer esto se equipara la salida en trabajo de la máquina más eficiente con la entrada en trabajo del refrigerador. Ahora el refrigerador libera calor  $Q_h^R$  en el depósito a temperatura  $T_h$ .

El efecto neto es transferir calor  $Q_h^R - Q_h > 0$  de la fuente fría a temperatura  $T_c$  a la fuente caliente a temperatura  $T_h$  sin agregar trabajo.

Esto viola la Segunda Ley (Clausius).

Por lo tanto:

$$e \leq e_R \tag{1}$$

Supongamos ahora que la segunda máquina también es reversible, con  $e > e_R$ . El mismo argumento expuesto más arriba implica que se viola el enunciado de Clausius de la Segunda Ley. Por lo tanto:

$$e \leq e_R$$

Intercambiando las dos máquinas, ambas reversibles, obtenemos

$$e \geq e_R$$

Por lo tanto  $e = e_R$ .

Vemos también que en (1), la igualdad vale solamente si la segunda máquina es reversible.

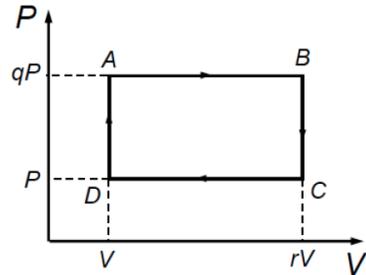
Lo que distingue el ciclo de Carnot es que es reversible.

Por lo tanto, el mismo argumento expuesto más arriba muestra que todos los ciclos reversibles igualan la eficiencia del ciclo de Carnot (nunca la superan). Esto implica que para todo proceso reversible

$$\left( \frac{Q_c}{Q_h} \right)_{rev} = \frac{T_c}{T_h}$$

**Ejercicio 1.** El ciclo lo realiza un mol de gas ideal monoatómico

- i. Obtener el trabajo realizado por el gas en un ciclo.
- ii. Obtener la eficiencia del ciclo.
- iii. Obtener la eficiencia del ciclo de Carnot equivalente.



$$W = (qP - P)(rV - V)$$

$$qP \times rV = nRT_h > PV = nRT_c$$

$A \rightarrow B$

$$Q_{AB} = \frac{5}{2}R(T_B - T_A) > 0,$$

$$P_A V_A = RT_A, \quad P_A V_B = RT_B, \quad \frac{V_A}{V_B} = \frac{T_A}{T_B} < 1$$

$$W_{AB} = P_A(V_B - V_A) = R(T_B - T_A)$$

$$\Delta U = \frac{3}{2}R(T_B - T_A)$$

$$\frac{3}{2}R(T_B - T_A) = \frac{5}{2}R(T_B - T_A) - R(T_B - T_A) \quad \text{Primera Ley}$$

B->C

$$W_{BC} = 0$$

$$Q_{BC} = \frac{3}{2}R(T_C - T_B) = \Delta U < 0$$

$$P_C V_C = RT_C, \quad P_B V_C = RT_B, \quad \frac{P_C}{P_B} = \frac{T_C}{T_B} < 1$$

C->D

$$Q_{CD} = \frac{5}{2}R(T_D - T_C) < 0,$$

$$P_C V_C = RT_C, \quad P_C V_D = RT_D, \quad \frac{V_C}{V_D} = \frac{T_C}{T_D} > 1$$

$$W_{CD} = P_C(V_D - V_C) = R(T_D - T_C) < 0$$

$$\Delta U = \frac{3}{2}R(T_D - T_C)$$

$$\frac{3}{2}R(T_D - T_C) = \frac{5}{2}R(T_D - T_C) - R(T_D - T_C) \quad \text{Primera Ley}$$

D-→A

$$W_{DA} = 0$$

$$Q_{DA} = \frac{3}{2}R(T_A - T_D) = \Delta U > 0$$

$$P_D V_D = RT_D, \quad P_A V_D = RT_A, \quad \frac{P_D}{P_A} = \frac{T_D}{T_A} < 1$$

Esto es:  $T_A < T_B$ ,  $T_B > T_C$ ,  $T_C > T_D$ ,  $T_A > T_D$ ,  $T_B = T_h$ ,  $T_c = T_D$

Se tiene que:

$$Q_{\text{entrada}} = \frac{5}{2}R(T_B - T_A) + \frac{3}{2}R(T_A - T_D)$$

$$Q_{\text{salida}} = \left| \frac{3}{2}R(T_C - T_B) + \frac{5}{2}R(T_D - T_C) \right|$$

$$\begin{aligned} \text{Primera ley: } Q_{\text{entrada}} - Q_{\text{salida}} &= \frac{5}{2}R(T_B - T_A) + \frac{3}{2}R(T_A - T_D) + \\ &\quad \frac{3}{2}R(T_C - T_B) + \frac{5}{2}R(T_D - T_C) = W = \\ &\quad (q_P - P)(rV - V) = \\ &\quad RT_B - RT_A - RT_C + RT_D \end{aligned}$$

Por lo tanto:

$$\begin{aligned}
 e &= \frac{W}{Q_{\text{entrada}}} = \frac{RT_B - RT_A - RT_C + RT_D}{\frac{5}{2}R(T_B - T_A) + \frac{3}{2}R(T_A - T_D)} = \\
 &\quad \frac{T_B - T_A - T_C + T_D}{\frac{5}{2}(T_B - T_A) + \frac{3}{2}(T_A - T_D)} \\
 e &= 1 - \frac{\frac{3}{2}R(-T_C + T_B) + \frac{5}{2}R(-T_D + T_C)}{\frac{5}{2}R(T_B - T_A) + \frac{3}{2}R(T_A - T_D)} = \\
 &\quad 1 - \frac{3(-T_C + T_B) + 5(-T_D + T_C)}{5(T_B - T_A) + 3(T_A - T_D)} = \\
 &\quad 1 - \frac{3T_B + 2T_C - 5T_D}{5T_B - 2T_A - 3T_D} \\
 e_C &= 1 - \frac{T_D}{T_B} \\
 e - e_C &= \frac{T_D}{T_B} - \frac{3T_B + 2T_C - 5T_D}{5T_B - 2T_A - 3T_D}
 \end{aligned}$$

$$e - e_C = \frac{3 \cdot T_B^2 + 2 \cdot T_B \cdot T_C + (2 \cdot T_A - 10 \cdot T_B) \cdot T_D + 3 \cdot T_D^2}{3 \cdot T_B \cdot T_D - 5 \cdot T_B^2 + 2 \cdot T_A \cdot T_B}$$

El denominador es negativo. El numerador es:  $N = 3(T_B - T_D)^2 + 2T_B(T_C - T_D) -$

$2T_D(T_B - T_A)$ . Reemplazando:

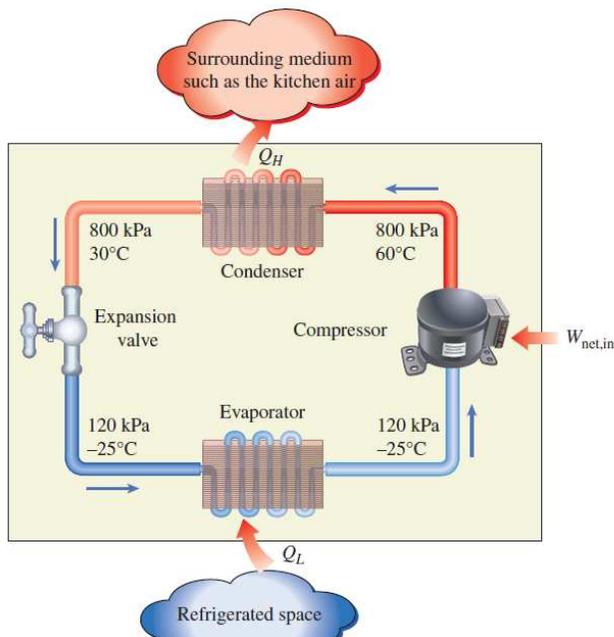
$$T_A = P_A V_A, T_B = P_A V_B,$$

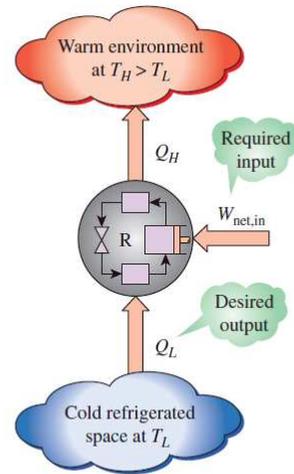
$$T_C = P_C V_B, T_D = P_C V_A$$

$$N = 2P_A P_C V_B^2 + 3P_A^2 V_B^2 - 10P_A P_C V_A V_B + 3P_C^2 V_A^2 + 2P_A P_C V_A^2 = \\ 2P_A P_C (V_B - V_A)^2 + 3(P_A V_B - P_C V_A)^2 > 0$$

Esto es:  $e < e_C$

## 4 Bombas de Calor y Refrigeradores





**Figura 5.** Un refrigerador transporta calor de un lugar frío( $T_L$ ) a otro caliente( $T_H$ ).

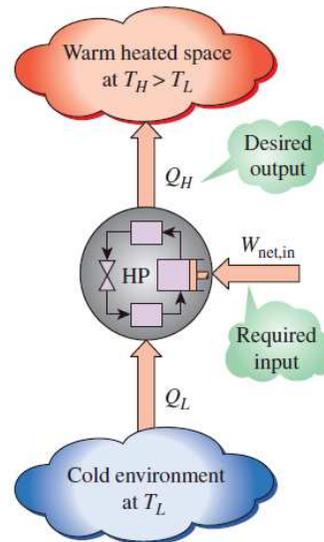
Coeficiente de realización(CDR):

$$CDR(mododeenfriamiento) = \frac{Q_c}{W} = \frac{Q_c}{Q_h - Q_c} = \frac{1}{\frac{Q_h}{Q_c} - 1}$$

**Ejercicio 2.** Encuentre el CDR de un refrigerador de Carnot.

R: En un ciclo de Carnot se tiene que:

$$\frac{Q_c}{Q_h} = \frac{T_c}{T_h} ;$$
$$\text{CDR}(\text{refrigerador}) = \frac{1}{\frac{T_h}{T_c} - 1}$$



**Figura 6.** Una bomba de calor transporta calor de una zona fría( $T_L$ ) a una caliente ( $T_H$ ).

Coeficiente de realización(CDR):

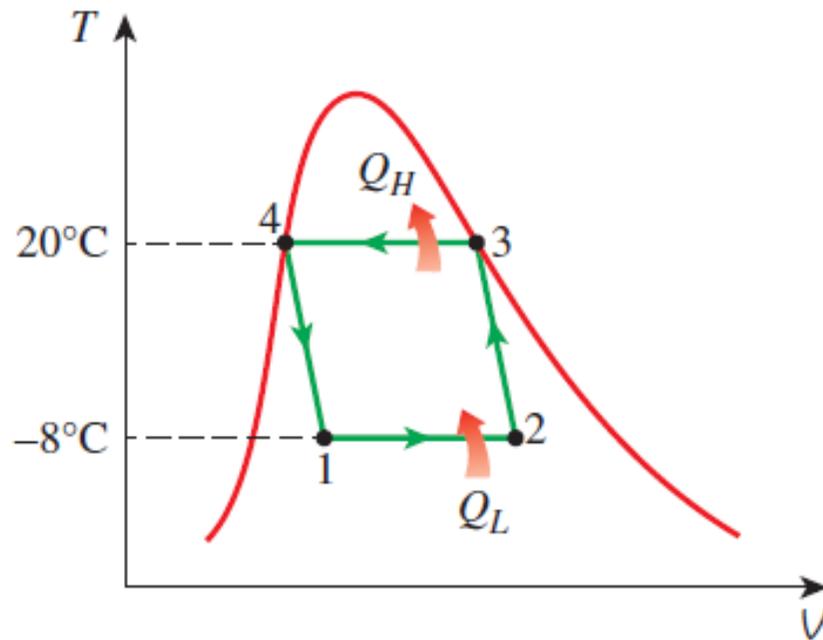
$$CDR(mododecalentamiento) = \frac{Q_h}{W} = \frac{Q_h}{Q_h - Q_c} = \frac{1}{1 - \frac{Q_c}{Q_h}}$$

**Ejercicio 3.** Encuentre el CDR de una bomba de calor de Carnot.

R: En un ciclo de Carnot se tiene que:

$$\frac{Q_c}{Q_h} = \frac{T_c}{T_h} ;$$
$$CDR(bomba) = \frac{1}{1 - \frac{T_c}{T_h}}$$

**Ejercicio 4.** Un ciclo de Carnot de refrigeración opera en un sistema cerrado en la región de mezcla vapor-líquido saturado usando 0.8 kg de refrigerante-134a como fluido(Ver figura). Las temperaturas máximas y mínimas en el ciclo son  $20$  y  $-8^{\circ}\text{C}$ , respectivamente. Se sabe que el refrigerante es líquido saturado al final del proceso de expulsión de calor y que el trabajo neto de entrada al ciclo es  $15$  kJ. Determine la fracción de la masa del refrigerante que se evapora durante el proceso de entrada de calor y la presión al final del proceso de expulsión del calor.



$$R:CDR(\text{refrigerador}) = \frac{1}{\frac{T_h}{T_c} - 1} = \frac{1}{\frac{293}{265} - 1} = 9.464$$

$$Q_L = CDR \times W = 9.464 \times 15 \text{kJ} = 141.96 \text{ kJ}$$

Si pensamos en el fluido entrante como un volumen de control, el cambio de energía del fluido entrante  $m \Delta h$  (el fluido hace trabajo al expandirse) debe igualar el calor absorbido.  $m$  es la masa de fluido que se evapora:

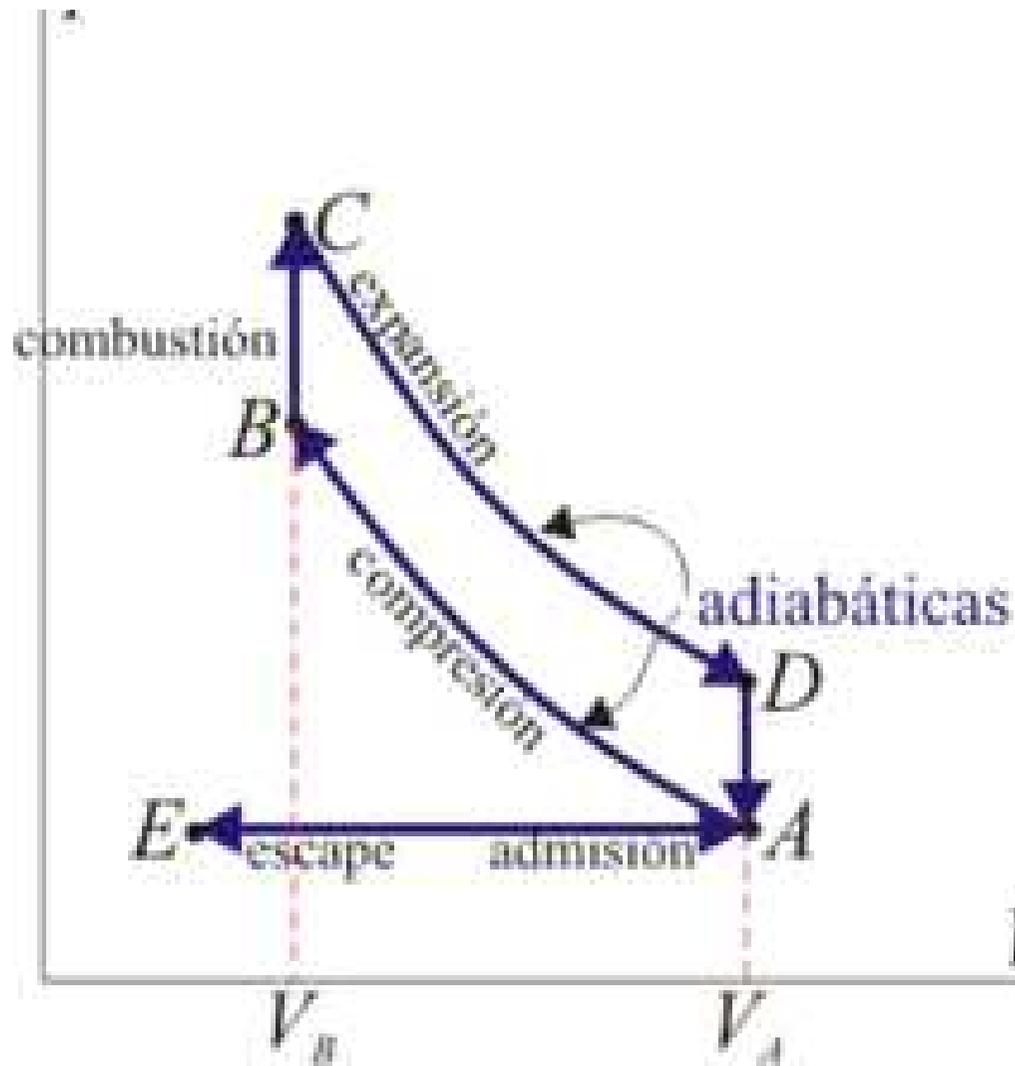
$$Q_L = m \Delta h = m h_{fg} \quad \text{con } T = -8^\circ\text{C}$$

$$m = \frac{Q_L}{h_{fg}} = \frac{141.96}{204.52} \text{kg} = 0.694 \text{kg} \quad \text{Tabla A - 11}$$

$$\text{fracción} = \frac{m}{M} = \frac{0.694}{0.8} = 0.868$$

La presión en el punto 4 corresponde a líquido saturado a 20°C, 572.07 kPa de A-11.

**Ejercicio 5.** Un motor de gasolina se aproxima usando el ciclo de Otto:



**Figura 7.**

1. Durante la carrera de admisión  $O \rightarrow A$  el pistón se mueve hacia abajo, y una mezcla

gaseosa de aire y combustible se introduce en el cilindro a presión atmosférica. El volumen aumenta de  $V_2 = V_B$  a  $V_1 = V_A$ .

2. Durante la carrera de compresión  $A \rightarrow B$  el pistón se mueve hacia arriba, la mezcla de aire-combustible se comprime adiabáticamente del volumen  $V_1 = V_A$  al  $V_2 = V_B$  y la temperatura aumenta de  $T_A$  a  $T_B$ . El trabajo realizado por el gas es negativo.
  3. En  $B \rightarrow C$  la combustión ocurre cuando se enciende la chispa de la bujía. Esta no es una de las carreras del ciclo porque ocurren en un período muy breve. La temperatura y presión del gas aumentan considerablemente, pero el volumen permanece prácticamente constante, por lo que el gas no realiza trabajo.
  4. En la carrera de potencia(expansión)  $C \rightarrow D$ , el gas se expande adiabáticamente de  $V_2$  a  $V_1$ , con un descenso de temperatura de  $T_C$  a  $T_D$ .
  5. En el proceso  $D \rightarrow A$  una válvula de escape se abre conforme el pistón alcanza el final de su viaje y la presión disminuye repentinamente.
  6. En la carrera de escape  $A \rightarrow O$  el pistón se mueve hacia arriba mientras la válvula de escape permanece abierta. Los gases residuales se expulsan a presión atmosférica y el volumen disminuye de  $V_1$  a  $V_2$ .
- Si se representa la mezcla aire-combustible por un gas ideal, se tiene la eficiencia del ciclo de Otto:

$$e = 1 - \frac{1}{(V_1/V_2)^{\gamma-1}}$$

- $V_1/V_2$  es la relación de compresión

### **Eficiencia del ciclo de Otto**

Trabajo neto(Primera Ley):

$$W = Q_h - Q_c$$

Pero:

$$Q_h = n C_V (T_C - T_B), Q_c = n C_V (T_D - T_A)$$

Esto es:

$$e = 1 - \frac{T_D - T_A}{T_C - T_B}$$

Para procesos adiabáticos se tiene que

$$TV^{\gamma-1} = \text{constante}$$

Luego

$$T_A V_A^{\gamma-1} = T_B V_B^{\gamma-1}, T_C V_C^{\gamma-1} = T_D V_D^{\gamma-1}$$

Recordando que,  $V_A = V_D = V_1$  y  $V_B = V_C = V_2$ , se tiene que:

$$\frac{T_D - T_A}{T_C - T_B} = \left( \frac{V_2}{V_1} \right)^{\gamma-1}$$

## 5 Desigualdad de Clausius

En todo ciclo, reversible o irreversible, se tiene que:

$$\oint \frac{\delta Q}{T} \leq 0$$

cumpléndose la desigualdad si el proceso es irreversible, y la igualdad si es reversible.

### 5.1 El caso de dos focos térmicos

Antes de enunciar de forma completa y rigurosa la desigualdad de Clausius, conviene presentar y analizar el caso más simple y importante de un sistema en contacto con sólo dos focos de temperatura, uno caliente a temperatura  $T_c$  y uno frío a  $T_f$ .

Desde el foco caliente entrará en el sistema una cierta cantidad de calor  $Q_c$  y desde el foco frío una cantidad  $Q_f$ . Una de estas dos, o las dos, cantidades será negativa, queriendo decir con ello que el sistema cede calor bien al foco frío (caso de una máquina térmica normal), bien al foco caliente (caso de un refrigerador o de una bomba de calor).

Sobre el sistema se realiza una cierta cantidad de trabajo  $W$  que puede ser positivo (caso de un refrigerador o una bomba de calor) o negativo (caso de una máquina térmica).

## 5.2 Ciclo reversible

Por el corolario al teorema de Carnot se tiene que todas las máquinas reversibles que operen entre las mismas temperaturas tienen el mismo rendimiento. Como todas tienen el mismo puede calcularse analizando algún caso particular, siendo el más sencillo el ciclo de Carnot.

El resultado es que  $\eta = 1 - \frac{|Q_f|}{|Q_c|} = 1 - \frac{T_f}{T_c}$

Restando cada miembro de la unidad queda la igualdad equivalente  $\frac{|Q_f|}{|Q_c|} = \frac{T_f}{T_c}$  o, equivalentemente,  $\frac{|Q_c|}{T_c} = \frac{|Q_f|}{T_f}$

Es decir que la cantidad de calor que toma o cede de una fuente es proporcional a la temperatura de dicha fuente.

En el caso de una máquina térmica,  $Q_c$  es positivo, pero el calor  $Q_f$  es negativo, por lo que  $|Q_f| = -Q_f \Rightarrow \frac{Q_c}{T_c} = -\frac{Q_f}{T_f}$

o, lo que es lo mismo,  $\frac{Q_f}{T_f} + \frac{Q_c}{T_c} = 0$  (ciclo reversible)

En el caso de un refrigerador o de una bomba de calor la cantidad negativa es  $Q_c$ , pero el resultado final es el mismo.

### 5.3 Ciclo irreversible: Máquina térmica

Consideremos un proceso cíclico irreversible que toma calor  $Q_c$  de un foco caliente a temperatura  $T_c$  y cede una cantidad  $|Q_f|$  a un foco frío a temperatura  $T_f$ .

De acuerdo con el teorema de Carnot, el rendimiento de esta máquina térmica será menor que el de una reversible que trabaje entre las mismas dos temperaturas.

Esto implica  $\eta = 1 - \frac{|Q_f|}{|Q_c|} < \eta_{\max} = 1 - \frac{T_f}{T_c}$

Despejando llegamos a la relación  $\frac{|Q_f|}{|Q_c|} > \frac{T_f}{T_c} \Rightarrow \frac{|Q_f|}{T_f} > \frac{|Q_c|}{T_c}$

El significado físico de este resultado es simple: a igualdad de temperaturas y para el mismo calor tomado del foco caliente, la máquina irreversible produce una cantidad mayor de calor de desecho  $|Q_f|$  que una reversible.

Teniendo en cuenta de nuevo que  $Q_f$  es negativo queda, finalmente  $|Q_f| = -Q_f \Rightarrow -\frac{Q_f}{T_f} > \frac{Q_c}{T_c} \Rightarrow \frac{Q_f}{T_f} + \frac{Q_c}{T_c} < 0$

## 5.4 Ciclo irreversible: Refrigerador

En el caso de un refrigerador lo que nos dice el teorema de Carnot es que el coeficiente de desempeño (COP) no puede superar al de un refrigerador que funcione según el ciclo de Carnot  $\text{COP} = \frac{1}{|Q_c|/|Q_f|-1} < \text{COP}_{\text{Carnot}} = \frac{1}{T_c/T_f - 1}$

Despejando  $\frac{|Q_c|}{|Q_f|} > \frac{T_c}{T_f} \Rightarrow \frac{|Q_c|}{T_c} > \frac{|Q_f|}{T_f}$

Físicamente, este resultado nos dice que para extraer la misma cantidad de calor  $|Q_f|$  el refrigerador irreversible requiere un trabajo mayor para funcionar y produce una cantidad mayor de calor de desecho (que ahora es  $|Q_c|$ ).

Para un refrigerador la cantidad que es negativa es el calor  $Q_c$ , por lo que  $-\frac{Q_c}{T_c} > \frac{Q_f}{T_c} \Rightarrow \frac{Q_f}{T_f} + \frac{Q_c}{T_c} < 0$

Este es el mismo resultado que obtuvimos para una máquina térmica irreversible.

Por tanto, podemos concluir que  $\frac{Q_f}{T_f} + \frac{Q_c}{T_c} < 0$  (ciclo irreversible)

y, reuniendo ambos resultados  $\frac{Q_f}{T_f} + \frac{Q_c}{T_c} \leq 0$

cumpléndose la igualdad para los ciclos reversibles y la desigualdad para los irreversibles.

## 5.5 Enunciado general

Si el sistema evoluciona variando su temperatura en varios pasos, a base de ponerse en contacto con distintos ambientes a diferentes temperaturas, intercambiará calor con cada uno de ellos, y ya no podremos hablar simplemente de  $Q_c$  y  $Q_f$ , sino que tendremos una serie de calores  $Q_1, Q_2, Q_3, \dots$  que entran en el sistema desde focos a temperaturas  $T_1, T_2, T_3, \dots$

En este caso, demostraremos más adelante que la desigualdad correspondiente, conocida como desigualdad de Clausius, es  $\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} + \frac{Q_3}{T_3} + \dots \leq 0$

donde de nuevo, la igualdad corresponde a ciclos reversibles y la desigualdad a irreversibles.

Podemos generalizar aun más este resultado: supongamos que la temperatura del ambiente no cambia a saltos, sino que va variando gradualmente de forma continua. Podemos modelar esto como un conjunto infinito de baños térmicos, situados a temperaturas que varían en una cantidad diferencial (por ejemplo, que en un momento está en contacto con un baño a 25.00C y posteriormente con uno a temperatura 24.99C).

La cantidad de calor que entrará en el sistema desde cada uno de estos baños será una cantidad diferencial  $dQ$ . La razón es que si el punto por el que entra el calor ha alcanzado el equilibrio con un baño a 25.00C y posteriormente se pone en contacto con uno a temperatura 24.99C, la cantidad de calor que fluirá como consecuencia de la diferencia de temperaturas será minúscula.

La suma de una cantidad infinita de pasos diferenciales no es más que una integral, por lo que la desigualdad de Clausius se escribe para un proceso continuo como

$$\oint \frac{dQ}{T} \leq 0$$

donde la igualdad corresponde a ciclos reversibles y la desigualdad a irreversibles.

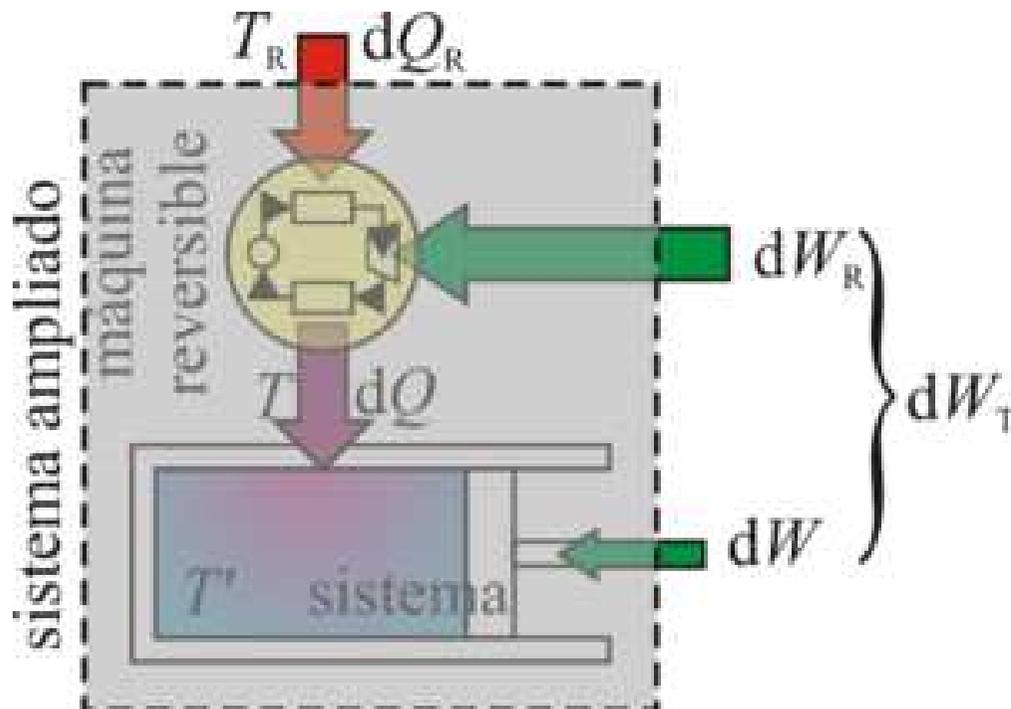
## 5.6 Caso general

Para demostrar la desigualdad de Clausius partiendo del enunciado de Kelvin-Planck debemos suponer un sistema que realiza un proceso cíclico.

En un paso diferencial de dicho ciclo en el sistema entrará una cierta cantidad de calor  $dQ$  y sobre él se realizará un trabajo  $dW$ , de forma que, de acuerdo con el Primer Principio de la termodinámica  $dU = dQ + dW$

El calor que entra en el sistema lo hace desde el ambiente a una temperatura  $T$ . Esta temperatura no es la temperatura del sistema sino la del foco que cede el calor en ese momento.

Para evitar tratar con una infinitud de baños térmicos (uno por cada temperatura por la que pasa el ciclo) podemos sustituir dichos baños por una sola máquina térmica reversible que trabaja entre una temperatura de referencia  $T_R$  y la temperatura  $T$  con que llega el calor al sistema. Es decir, nos imaginamos que el calor en lugar de entrar desde el ambiente a una temperatura variable, lo hace desde la máquina reversible, que va variando su temperatura de salida. Esta máquina reversible que opera a temperatura variable es por supuesto un ente ideal, pero no afecta a la desigualdad de Clausius y simplifica los cálculos.



Esta máquina reversible recibe un calor  $dQ_R$  desde el foco a temperatura  $T_R$ , y un trabajo  $dW_R$ , y entrega un calor  $dQ$  a la temperatura  $T$ . Por ser reversible se cumple  $\frac{dQ}{T} = \frac{dQ_R}{T_R}$

Nótese que, puesto que  $dQ$  es el calor que entra en el sistema, debemos contabilizarlo como un calor que sale de la máquina para que los signos sean coherentes.

Si consideramos el “sistema ampliado” formado por el sistema y la máquina reversible, se cumple, según el Primer Principio  $dQ_R + dW_T = dU_T$

siendo  $dW_T = dW + dW_R$

el trabajo total realizado sobre el sistema ampliado, y análogamente para la energía interna, para la cual  $U_T$  es la suma de la del sistema y de la máquina reversible.

En este balance el único calor que entra es  $dQ_R$ , procedente del foco caliente, ya que  $dQ$  se transfiere internamente, no se intercambia con el exterior.

A lo largo de un ciclo tenemos  $\oint dQ_R + \oint dW_T = \oint dU_T \Rightarrow Q_R + W_T = 0$

ya que, por ser la energía interna una función de estado, su valor no cambia en un ciclo completo.

Ahora bien, el “sistema ampliado” intercambia calor con un solo foco a temperatura  $T_R$ . De acuerdo con el enunciado de Kelvin-Planck la única posibilidad es que entre trabajo y salga calor, y no a la inversa. Por tanto  $Q_R = -W_T \leq 0$  cumpliéndose la igualdad en el caso reversible y la desigualdad en el irreversible.

Por otro lado, de que la máquina térmica sea reversible se deduce  $\frac{dQ}{T} = \frac{dQ_R}{T_R} \Rightarrow Q_R = \oint dQ_R = T_R \oint \frac{dQ}{T}$  y puesto que la temperatura del foco es una cantidad positiva (que no afecta al signo) se llega finalmente a que  $Q_R \leq 0 \Rightarrow \oint \frac{dQ}{T} \leq 0$  que es la desigualdad de Clausius.

## 6 Entropía

Vemos que en un proceso reversible:

$$\oint \frac{dQ}{T} = 0$$

Esto significa que la cantidad

$$\int_1^2 \frac{dQ_r}{T}$$

es independiente de la curva que conecta los estados 1 y 2.

Ahora definimos una nueva función de estado  $S$ , la entropía:

$$dS = \frac{dQ_r}{T}$$

Para utilizar esta definición debe elegirse un proceso reversible que conecte el estado inicial con el final.

La entropía es una cantidad extensiva

Para un ciclo reversible se tiene que:

$$dS = 0$$

Para un proceso real (no reversible) se tiene:

$$dS > 0$$

Este es un nuevo enunciado de la Segunda Ley de la Termodinámica, equivalente a los dados con anterioridad.

Para un ciclo de Carnot se tiene:

$$\Delta S = \frac{Q_h}{T_h} - \frac{Q_c}{T_c}$$

Pero

$$\frac{Q_h}{T_h} = \frac{Q_c}{T_c}$$

con lo que

$$\Delta S = 0$$

Dado que la entropía es una función de estado, se tiene, para todo ciclo reversible:

$$dS = 0$$

## 6.1 Aplicación a procesos reversibles de un gas ideal

A continuación se calcula la variación de entropía para las cuatro **transformaciones reversibles** más habituales que puede experimentar un gas ideal.

### 6.1.1 Transformación adiabática

Una transformación adiabática se caracteriza porque la sustancia de trabajo no intercambia calor, es decir:

$$\delta Q = 0 \rightarrow dS = \frac{\delta Q}{T} = 0, \rightarrow \Delta S = 0$$

Se cumple entonces que entre dos estados 1 y 2 unidos por una transformación adiabática reversible la entropía no varía; por ello estas transformaciones se denominan también **isentrópicas**

### 6.1.2 Transformación isoterma

Consideremos un proceso isotérmico cuasiestático.  $T_R$  es la temperatura del reservorio de calor. Es reversible.

$$dS = \frac{\delta Q}{T_R}, \quad \Delta S = \frac{1}{T_R} Q$$

$Q$  es el calor total que entra al sistema.

$\Delta S > (<)0$  si entra(sale) calor al(del) sistema.

Esta expresión se utiliza para calcular la variación de entropía de un **foco térmico** (dispositivo capaz de absorber o ceder calor sin modificar su temperatura).

Haciendo uso de la expresión que da el calor intercambiado en una transformación isoterma experimentada por un gas ideal:

$$\Delta S_{12} = \frac{Q}{T_R} = \frac{nRT_R \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)}{T_R} = nR \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$

### 6.1.3 Transformación isócora

Una **transformación isócora** es aquella en que el volumen permanece constante. Utilizando la expresión que da el calor intercambiado en una transformación isócora se obtiene:

$$\Delta S_{12} = \int_1^2 nC_V \frac{dT}{T} = nC_V \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)$$

### 6.1.4 Transformación isóbara

Para calcular la variación de entropía en una **transformación isóbara** se sigue un procedimiento análogo al anterior; la única diferencia es que la capacidad calorífica para esta transformación es la capacidad calorífica a presión constante de un gas ideal:

$$\Delta S_{12} = \int_1^2 nC_P \frac{dT}{T} = nC_P \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)$$

Como puede observarse, en las dos últimas transformaciones un aumento de temperatura conlleva un aumento de entropía.

## 6.2 Proceso Reversible y Cuasiestático para un gas ideal. Resumen

$i(T_i, V_i) \rightarrow f(T_f, V_f)$ :

$$dQ_r = n C_V dT + n R T \frac{dV}{V}$$

y

$$\frac{dQ_r}{T} = n C_V \frac{dT}{T} + n R \frac{dV}{V}$$

Por lo tanto:

$$\Delta S = n C_V \ln \frac{T_f}{T_i} + n R \ln \frac{V_f}{V_i}$$

Esto muestra que  $S$  es una función de estado.

## 6.3 Cambios de Entropía en Procesos Irreversibles

Se debe elegir un proceso reversible que conecte los estados inicial y final.

Segunda Ley: La entropía total de un sistema aislado que se somete a un cambio nunca puede disminuir

Proceso reversible:  $dS = 0$

Proceso irreversible:  $dS > 0$

Muerte Térmica del Universo: Temperatura y densidad uniformes. Leer «La última pregunta»

## 6.4 Cambio de Entropía en una Expansión libre

Supongamos el siguiente proceso: Un cilindro de volumen total  $2V_0$  está dividido en su mitad por un diafragma. A un lado del diafragma hay un gas a temperatura  $T_0$  (igual a la del ambiente). Al otro hay vacío. La cámara vacía esta limitada en su extremo por un pistón.

Se elimina bruscamente el diafragma, de forma que el gas se expande rápidamente hasta llenar el espacio vacío. En esta expansión libre, no se intercambia calor con el exterior, ni tampoco se realiza trabajo sobre el sistema. Por ello la energía interna no cambia y el gas se encuentra a una temperatura final igual a la inicial.

A continuación se devuelve el gas a su estado inicial, comprimiéndolo con el pistón.

La compresión se hace de forma lenta, de forma que puede ir liberando calor y permanecer en todo momento a la temperatura ambiente  $T_0$ .

En la expansión libre no se intercambia calor,  $dQ = 0$  y

$$\int_{V_i}^{V_f} \frac{dQ}{T} = 0$$

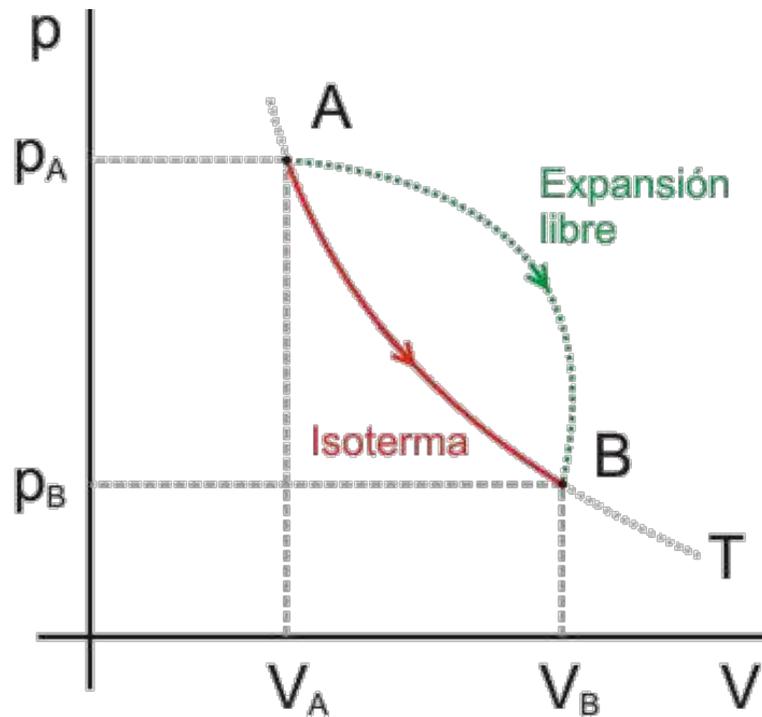
En la compresión isoterma, la temperatura permanece constante. La energía interna tampoco cambia, por lo que el trabajo que se va realizando sobre el gas va escapando en forma de calor

$$0 = dU = dQ + dW \Rightarrow dQ = -dW = p dV$$

$$\text{Integrando } \int_{V_f}^{V_i} \frac{dQ}{T} = \int_{V_f}^{V_i} \frac{dQ}{T_0} = \int_{V_f}^{V_i} \frac{p}{T_0} dV = nR \int_{V_f}^{V_i} \frac{dV}{V} = nR \ln \left( \frac{V_i}{V_f} \right)$$

$$\text{Sumando las dos contribuciones } \oint \frac{dQ}{T} = 0 + nR \ln \left( \frac{V_i}{V_f} \right) < 0$$

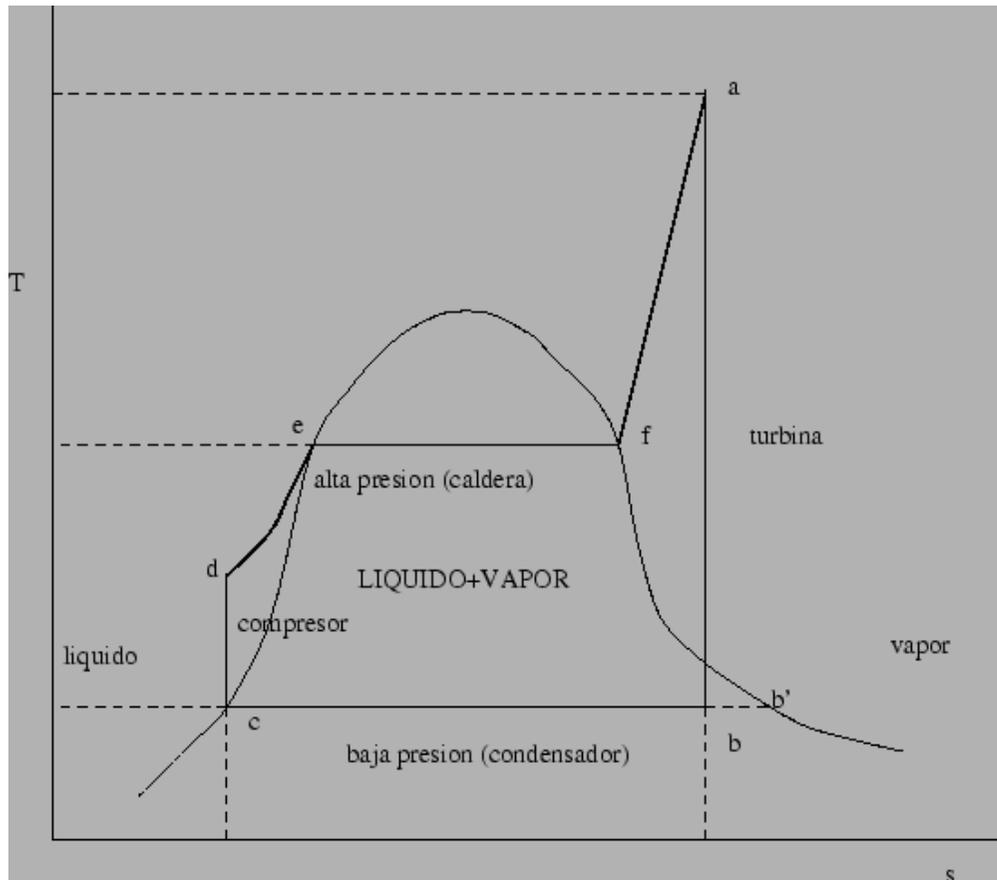
Esta cantidad es negativa puesto que el volumen final es mayor que el inicial. Vemos que el proceso es posible e irreversible, debido a las irreversibilidades mecánicas internas. El proceso inverso (expansión gradual y que luego el gas se comprimiera solo a un volumen menor) es un proceso imposible.



Luego:

$$\Delta S = n R \ln \frac{V_f}{V_i} > 0$$

## 7 Cambio de entropía en sustancias puras

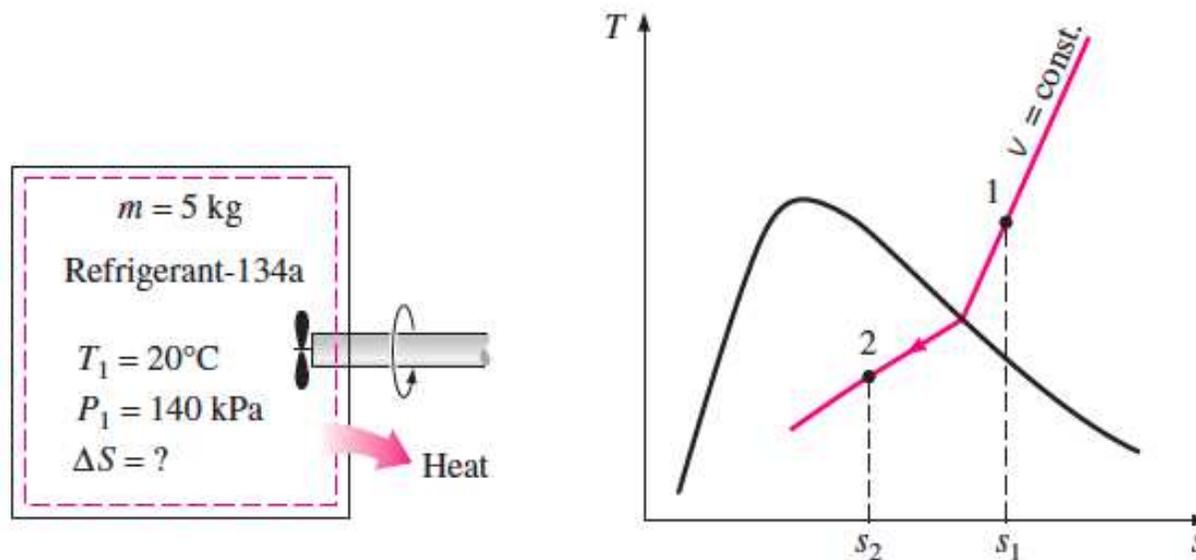


**Figura 8.**

- Sólo cambios de entropía son medibles. Necesitamos fijar estado de referencia.

- Los estado de referencia en las tablas que conocemos son:
  - Vapor:  $s_{\text{liq.sat.}}$  a  $0.01\text{C} = 0$
  - R-134a:  $s_{\text{liq.sat.}}$  a  $-40\text{C} = 0$
- En la zona húmeda:  $s = s_f(1 - x) + s_g x = s_f + x s_{fg}$
- Si no hay datos para el líquido comprimido, la entropía puede aproximarse por la del líquido saturado a la temperatura correspondiente.

**Ejercicio 6.** Un tanque contiene 5kg de refrigerante 134a a 20C y 140 kPa. El refrigerante es enfriado hasta que la presión baja a 100 kPa. Determine el cambio de entropía.



- El volumen del tanque no cambia.  $v_1 = v_2$

- Estado 1:  $P_1 = 140 \text{ kPa}$ ,  $T_1 = 20\text{C}$ ,  
Tabla A-13 da para  $P_1 = 140 \text{ kPa}$ ,  $T_1 = 20\text{C}$  ,  $v_1 = 0.16544$ ,  $s_1 = 1.0624$
- $v_2 = v_1$ ,  $P_2 = 100 \text{ kPa}$  ,Tabla A12,  $v_f = 7259 \times 10^{-8}$ ,  $v_g = 0.19254$ ,  $v_f < v_2 < v_g$ , zona húmeda
- Calidad:  $x = \frac{v_2 - v_f}{v_g - v_f} = \frac{0.165367}{0.19247} = 0.86$
- $s_2 = s_f + x s_{fg} = 0.07188 + 0.86 \times 0.87995 = 0.8278$
- $\Delta S = m(s_2 - s_1) = -1.173 \text{ kJ/K}$

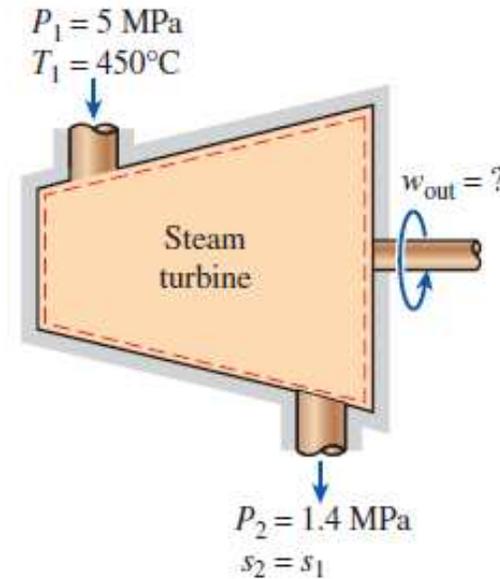
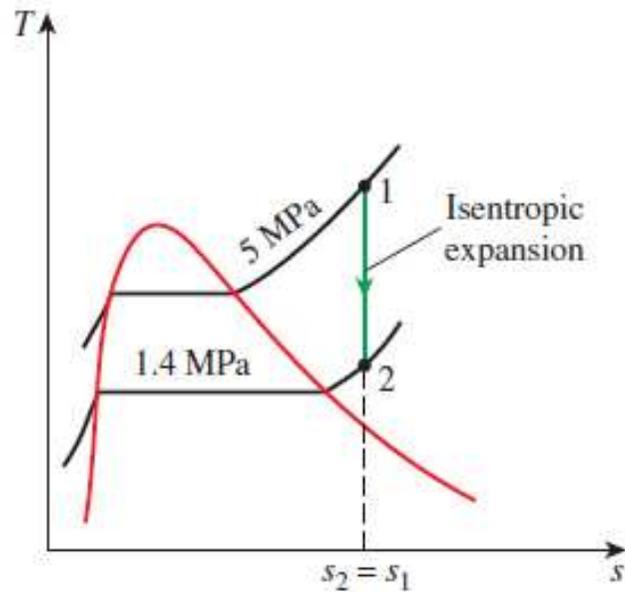
## 7.1 Proceso Isentrópico

$$\Delta S = 0$$

La entropía de una masa fija cambia por un flujo de calor o por irreversibilidades.

Adiabatico y reversible  $\rightarrow$  isentrópico, pero no al revés.

**Ejercicio 7.** Entra vapor a una turbina adiabatica a 5 MPa y 450C, y sale a una presión de 1.4 MPa. Determine el trabajo de salida por unidad de masa si el proceso es reversible.



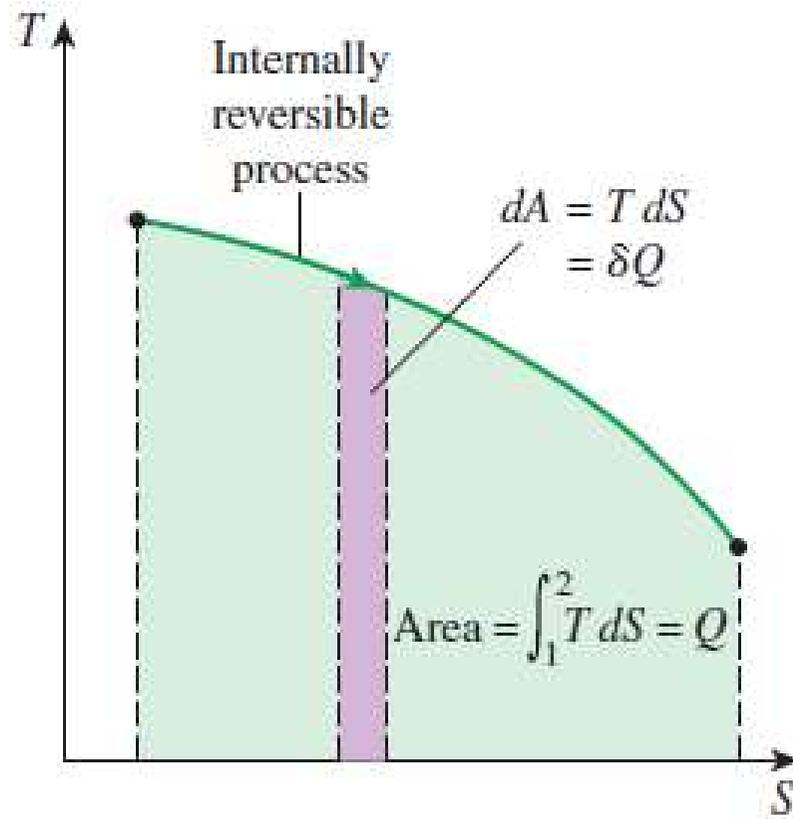
### Flujo estacionario

- Balance de masa:  $\dot{m}_e = \dot{m}_s = \dot{m}$
- Balance de energía:  $\dot{m} h_e = \dot{m} h_s + W_s, W_s = \dot{m} (h_e - h_s)$
- Tabla A-6:  $h_e = 3317.2, s_e = 6.8210; s_s = s_e = 6.8210, P_s = 1.4 \text{ MPa}, 250 < T_s < 300, h_s = 2967.4 \text{ kJ/kg}$

$$T = T_1 + \frac{T_2 - T_1}{s_2 - s_1} (s - s_1) = 250 + \frac{300 - 250}{6.9553 - 6.7488} (6.8210 - 6.7488) = 267.5$$

- $W_s/\dot{m} = 3317.2 - 2967.4 = 349.8 \text{ kJ/kg}$

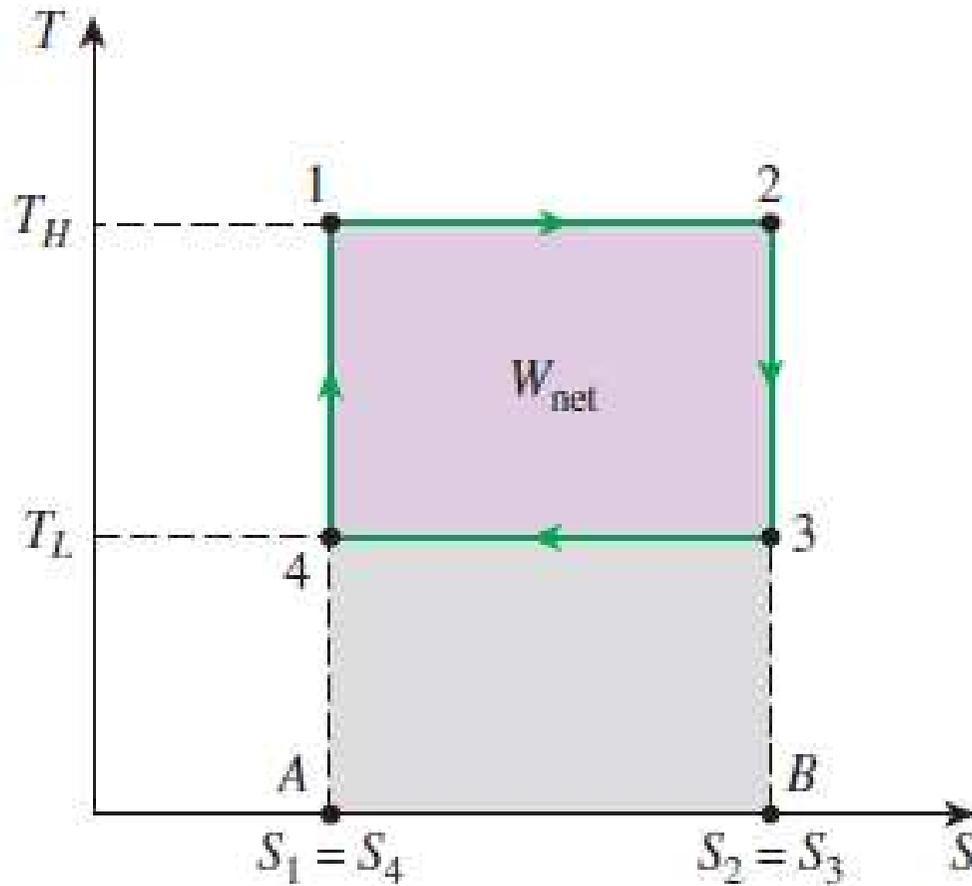
## 7.2 Diagrama T-S



**Figura 9.**

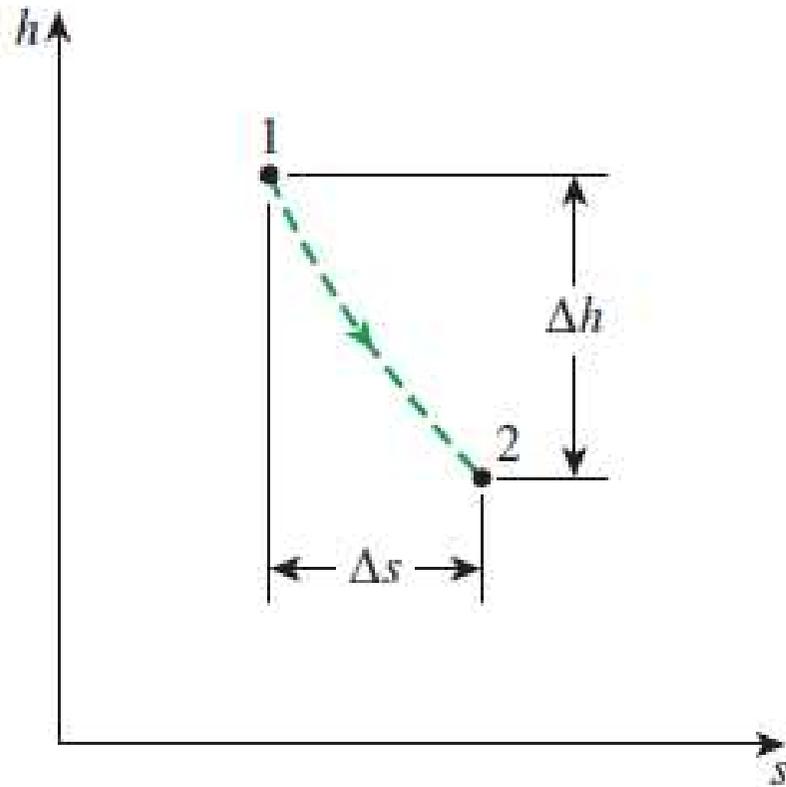
- Intercambio de calor en un proceso reversible:  $\delta Q_{\text{rev}} = T dS$

- El área bajo la curva  $T(S)$  es el calor transferido en un proceso reversible.



**Figura 10.** Ciclo de Carnot

## 7.3 Diagrama h-s(Mollier)



**Figura 11.**

- $\Delta h$ : Trabajo realizado en un flujo estacionario
- $\Delta s$ : Mide la irreversibilidad del proceso

## 7.4 Relaciones termodinámicas

$$dU = TdS - PdV, \quad dH = TdS + VdP$$

$$dS = \frac{dU}{T} + P \frac{dV}{T}, \quad dS = \frac{dH}{T} - V \frac{dP}{T}$$

\* Para líquidos y sólidos  $dV \sim 0$ ,  $C_P \sim C_V = C$

$$S_f - S_i = \int_i^f C \frac{dT}{T} = C_{\text{medio}} \ln \left( \frac{T_f}{T_i} \right)$$

En un proceso isentrópico  $T_f = T_i$

La temperatura de una sustancia incompresible permanece constante en un proceso isentrópico.

**Ejercicio 8.** La temperatura crítica para el metano es 191 K. Las propiedades del metano líquido a varias temperaturas están en la Tabla 7-1. Encuentre el cambio de entropía del metano líquido en un proceso desde 110 K y 1 MPa a 120 K y 5 MPa

(a) usando propiedades tabuladas y

(b) aproximando el metano líquido como una sustancia incompresible. Cual es el error en este caso?

TABLE 7-1					
Properties of liquid methane					
Temp., $T$ , K	Pressure, $P$ , MPa	Density, $\rho$ , kg/m <sup>3</sup>	Enthalpy, $h$ , kJ/kg	Entropy, $s$ , kJ/kg·K	Specific heat, $c_p$ , kJ/kg·K
110	0.5	425.3	208.3	4.878	3.476
	1.0	425.8	209.0	4.875	3.471
	2.0	426.6	210.5	4.867	3.460
	5.0	429.1	215.0	4.844	3.432
120	0.5	410.4	243.4	5.185	3.551
	1.0	411.0	244.1	5.180	3.543
	2.0	412.0	245.4	5.171	3.528
	5.0	415.2	249.6	5.145	3.486

(a)  $\Delta s = 5.145 - 4.875 = 0.270 \text{ kJ/kg } K$

(b)  $\Delta s = 0.303 \text{ kJ/kg } K$ , error=0.122, 12.2%

$$\Delta s = \frac{3.471 + 3.486}{2} \log\left(\frac{120}{110}\right)$$

## 7.5 Proceso isentrópico Gas ideal

$$\Delta S = n C_V \ln \frac{T_f}{T_i} + n R \ln \frac{V_f}{V_i} = 0$$

$$\frac{T_f}{T_i} = \left( \frac{v_i}{v_f} \right)^{\gamma-1}, Pv = RT$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

## 8 Volumen de control: Flujo estacionario

### 8.1 Trabajo reversible

Balance de energía:

$$\delta q_{\text{rev}} - \delta w_{\text{rev}} = dh + d(E_{\text{cin}}) + d(E_{\text{pot}})$$

$$\delta q_{\text{rev}} = T ds = dh - v dP$$

$$-\delta w_{\text{rev}} = -T ds + dh + d(E_{\text{cin}}) + d(E_{\text{pot}}) = \\ v dP + d(E_{\text{cin}}) + d(E_{\text{pot}})$$

$$-\delta w_{\text{rev}} = v dP + d(E_{\text{cin}}) + d(E_{\text{pot}})$$

$$w_{\text{rev}} = - \int_1^2 v dP - \Delta(E_{\text{cin}}) - \Delta(E_{\text{pot}}) =$$

Fluido incompresible:

$$w_{\text{rev}} = -v(P_2 - P_1) - \frac{1}{2}(V_2^2 - V_1^2) - g(z_2 - z_1)$$

Si  $w_{\text{rev}} = 0$  se obtiene la ecuación de Bernoulli.

## 8.2 Trabajo irreversible

$$w = q + h_2 - h_1 + \frac{1}{2}(V_2^2 - V_1^2) + g(z_2 - z_1)$$

Para un proceso irreversible:  $\frac{\delta q}{T} + ds_{\text{gen}} = ds$

$$w - w_{\text{rev}} = - \int T ds_{\text{gen}} < 0, w < w_{\text{rev}}$$

## 8.3 Balance de entropía

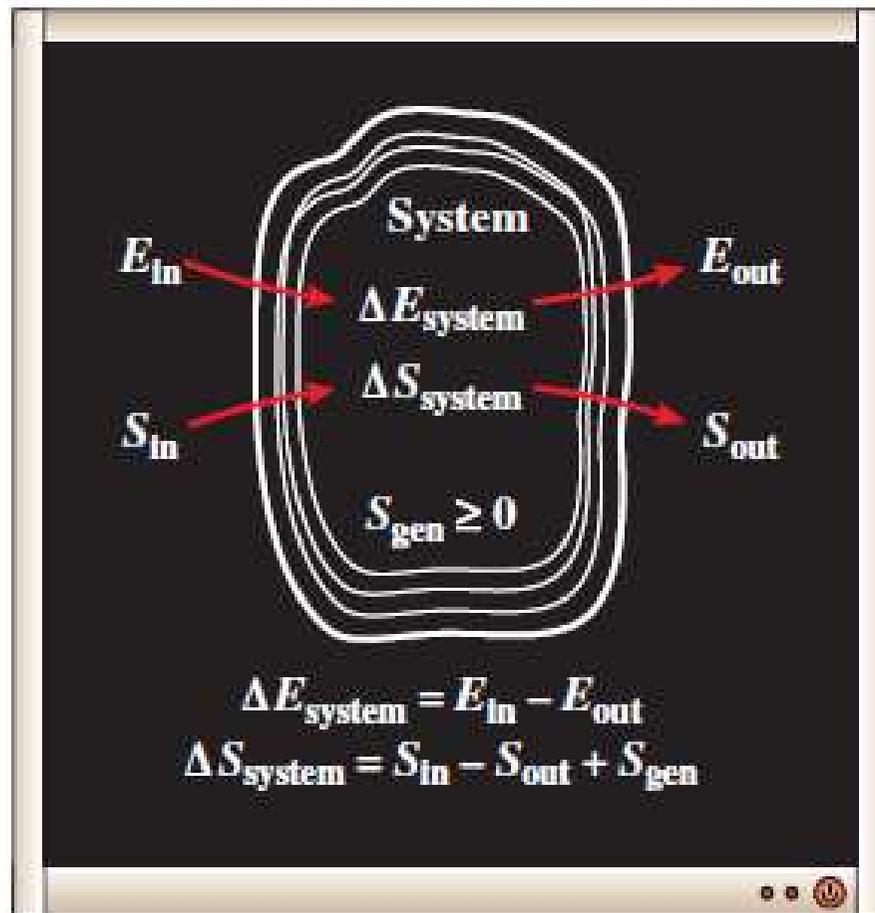


Figura 12. Balance de entropía

$$S_e - S_s + S_{\text{gen}} = \Delta S_{\text{sist}}$$

- $\Delta S_{\text{sist}} = S_f - S_i$

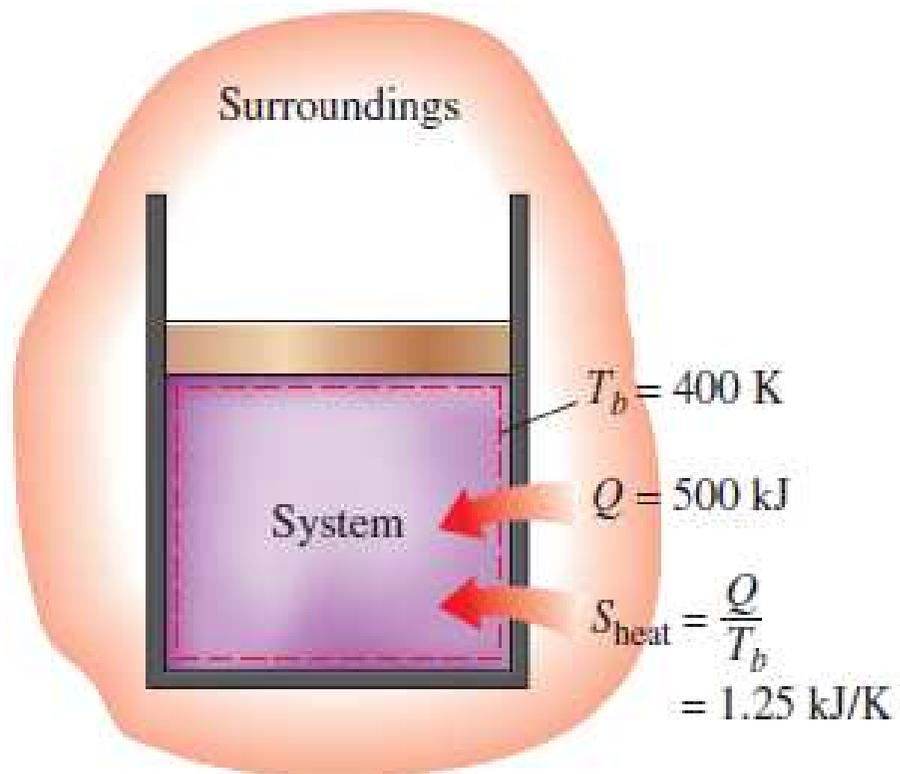
$$\Delta S_{\text{sist}} = \int_V s \rho dV$$

## 8.4 Mecanismos de transferencia de entropía: $S_e, S_s$

Entropía puede ser transferida por calor o flujo de masa.

- Entropía transferida por calor  $Q$  a temperatura constante  $T$ :  $S_Q = \frac{Q}{T}$

- Si la temperatura cambia:  $S = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} \sim \sum_i \frac{Q_i}{T_i}$



**Figura 13.**

- $S_{\text{trabajo}} = 0$  El trabajo no produce transferencia de entropía
- Flujo de masa:  $S_m = m s$

$$\dot{S} = \int_{A_c} s \rho V_n dA_c$$

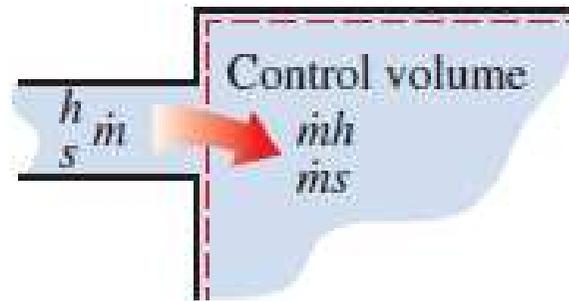


Figura 14.

## 8.5 Generación de entropía: $S_{\text{gen}}$

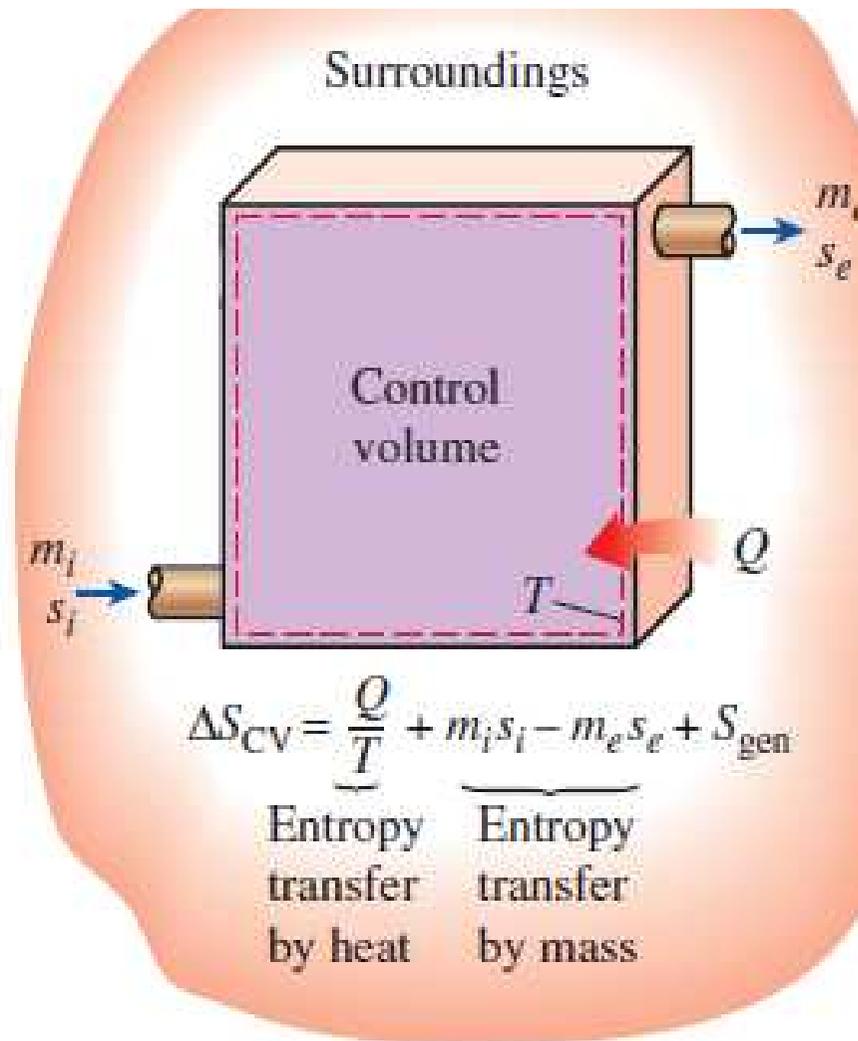
- fricción, mezcla, reacciones químicas, transferencia de calor debido a diferencias de temperatura... al interior del volumen de control
- $\Delta S_{\text{gen}} = 0$  para procesos reversibles al interior del volumen de control.

## 8.6 Volumen de control

$$\sum_i \frac{Q_i}{T_i} + \sum m_e s_e - \sum m_s s_s + S_{\text{gen}} = (S_2 - S_1)_{\text{VC}}$$

o

$$\sum_i \frac{\dot{Q}_i}{T_i} + \sum \dot{m}_e s_e - \sum \dot{m}_s s_s + \dot{S}_{\text{gen}} = \frac{dS_{\text{VC}}}{dt}$$



**Figura 15.**

- Flujo estacionario:  $\frac{dS_{VC}}{dt} = 0$

$$\dot{S}_{gen} = - \sum_i \frac{\dot{Q}_i}{T_i} - \sum \dot{m}_e s_e + \sum \dot{m}_s s_s$$

- Flujo estacionario adiabático:

$$\dot{S}_{\text{gen}} = -\sum \dot{m}_e s_e + \sum \dot{m}_s s_s$$

**Ejercicio 9.** En una turbina a vapor el vapor entra a 300 °C, 1 MPa y a 50 m/s. A la salida, el vapor está a 300 kPa y tiene una velocidad de 200 m/s. Determinar el trabajo por kg de vapor que fluye a través de la turbina, suponiendo que el proceso es adiabático y reversible.

- Flujo estacionario adiabático reversible:  $\sum \dot{m}_e s_e - \sum \dot{m}_s s_s = 0$

- Balance de masa:  $\dot{m}_e = \dot{m}_s = \dot{m}$ . Por lo tanto  $s_e = s_s$
- Balance de energía:

$$q - w = h_2 - h_1 + \frac{1}{2}(V_2^2 - V_1^2) + g(z_2 - z_1)$$

$$w = h_1 - h_2 - \frac{1}{2}(V_2^2 - V_1^2)$$

- Tabla A-6  $v_1 = 0.25799$ ,  $u_1 = 2793.7$ ,  $h_1 = 3051.6$ ,  $s_1 = 7.1246$

$P_2 = 300$  kPa,  $s_2 = 7.1246$ ; Tabla A-5:  $s_f = 1.6717$ ,  $s_g = 6.9917$ ,  $s_2 > s_g$ . La salida es vapor sobrecalentado.

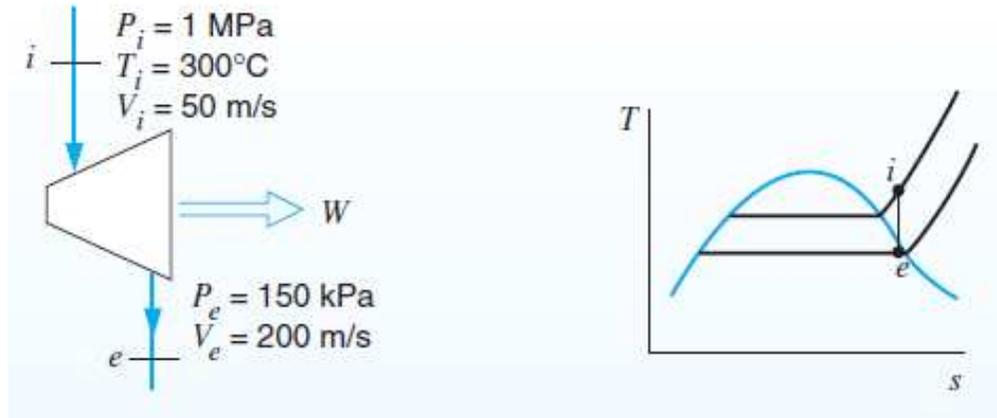
- Tabla A-6: 2761.2 7.0792; 2865.9 7.3132

$$h_2 = 2761.2 + \frac{2761.2 - 2865.9}{7.0792 - 7.3132}(7.1246 - 7.0792) = 2781.5$$

- $w = 3051.6 - 2781.5 - 0.5(200^2 - 50^2)10^{-3}$  kJ/kg = 251.3 kJ/kg

**Ejercicio 10.** (BS7.1) En una turbina a vapor el vapor entra a 300 °C, 1 MPa y a 50 m/s. A la

salida, el vapor está a 150 kPa y tiene una velocidad de 200 m/s. Determinar el trabajo por kg de vapor que fluye a través de la turbina, suponiendo que el proceso es adiabático y reversible.



**Figura 16.**

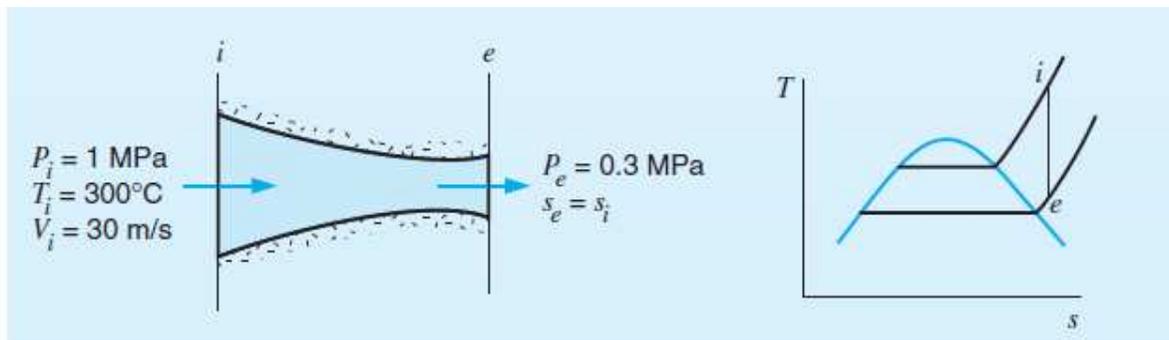
- Flujo estacionario adiabático reversible:  $\sum \dot{m}_e s_e - \sum \dot{m}_s s_s = 0$
- Balance de masa:  $\dot{m}_e = \dot{m}_s = \dot{m}$ . Por lo tanto  $s_e = s_s$
- Balance de energía:

$$q - w = h_2 - h_1 + \frac{1}{2}(V_2^2 - V_1^2) + g(z_2 - z_1)$$

$$w = h_1 - h_2 - \frac{1}{2}(V_2^2 - V_1^2)$$

- Tabla A-6  $v_1 = 0.25799$ ,  $u_1 = 2793.7$ ,  $h_1 = 3051.6$ ,  $s_1 = 7.1246$   
 $P_2 = 150 \text{ kPa}$ ,  $s_2 = 7.1246$ ; Tabla A-5:  $s_f = 1.4337$ ,  $s_g = 7.2231$ ,  $s_f < s_2 < s_g$ . La salida es vapor húmedo.
- Calidad  $x_2 = \frac{s_2 - s_f}{s_g - s_f} = \frac{7.1246 - 1.4337}{7.2231 - 1.4337} = 0.983$   
 $h_2 = h_f(1 - x_2) + h_g x_2 = h_f + h_{fg} x_2 = 467.13 + 2226 \times 0.983 = 2655.29$
- $w = 3051.6 - 2655.29 - 0.5(200^2 - 50^2)10^{-3} \text{ kJ/kg} = 377.56 \text{ kJ/kg}$

**Ejercicio 11.** (BS7.2) En una turbina a vapor el vapor entra a  $300^\circ\text{C}$ ,  $1 \text{ MPa}$  y a  $30 \text{ m/s}$ . A la salida, el vapor está a  $300 \text{ kPa}$ . Determinar la velocidad de salida del vapor, suponiendo que el proceso es adiabático, estacionario y reversible.



**Figura 17.**

- Flujo estacionario adiabático reversible:  $\sum \dot{m}_e s_e - \sum \dot{m}_s s_s = 0$
- Balance de masa:  $\dot{m}_e = \dot{m}_s = \dot{m}$ . Por lo tanto  $s_e = s_s$
- Balance de energía:

$$q - w = h_2 - h_1 + \frac{1}{2}(V_2^2 - V_1^2) + g(z_2 - z_1)$$

$$h_1 - h_2 = \frac{1}{2}(V_2^2 - V_1^2), \text{ Flujo estacionario } w = 0.$$

- Tabla A-6  $v_1 = 0.25799$ ,  $u_1 = 2793.7$ ,  $h_1 = 3051.6$ ,  $s_1 = 7.1246$   
 $P_2 = 300 \text{ kPa}$ ,  $s_2 = 7.1246$ ; Tabla A-5:  $s_f = 1.6717$ ,  $s_g = 6.9917$ ,  $s_2 > s_g$ . La salida es vapor sobrecalentado.
- Tabla A-6: 2761.2 7.0792; 2865.9 7.3132

$$h_2 = 2761.2 + \frac{2761.2 - 2865.9}{7.0792 - 7.3132}(7.1246 - 7.0792) = 2781.5$$

- $V_2 = \sqrt{2(h_1 - h_2) + V_1^2} = \sqrt{2(3051.6 - 2781.5) \times 1000 + 30^2} = 735.59 \text{ m/s}$

**Ejercicio 12.** BS7.3 Un inventor dice que inventó un compresor de refrigeración que recibe vapor saturado R-134a a  $-20 \text{ C}$  y lo transforma en vapor a  $1 \text{ MPa}$ ,  $40 \text{ C}$ . La compresión es adiabática. Se viola la Segunda Ley en este proceso?

R: Este es un proceso estacionario, así que :

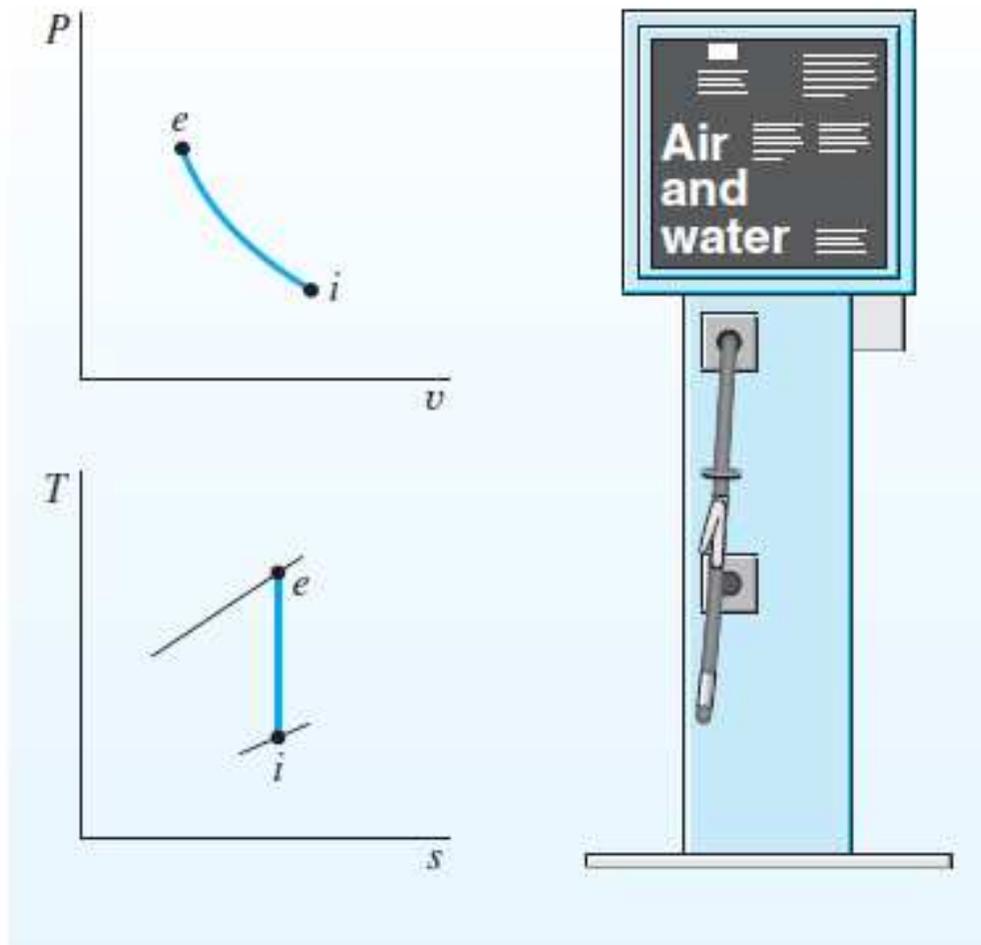
$$s_e = s_i + s_{\text{gen}}$$

Usando la tabla A-11:  $s_i = 0.94564$ , de la tabla A-13  $s_e = 0.9179$ ,

$$s_{\text{gen}} = 0.9179 - 0.94564 < 0$$

viola la Segunda Ley

**Ejercicio 13.** BS 7.4 Un compresor de aire en un servicentro toma aire del medio ambiente a  $100 \text{ kPa}$ ,  $290 \text{ K}$  y lo comprime a  $1 \text{ MPa}$  en un proceso adiabático irreversible. Encuentre el trabajo específico requerido y la temperatura del aire que sale del compresor.



**Figura 18.**

- Aire: gas ideal con  $\gamma = 1.4$

- Flujo estacionario adiabático reversible:  $\sum \dot{m}_e s_e - \sum \dot{m}_s s_s = 0$
- Balance de masa:  $\dot{m}_e = \dot{m}_s = \dot{m}$ . Por lo tanto  $s_e = s_s$
- Balance de energía:

$$q - w = h_2 - h_1 + \frac{1}{2}(V_2^2 - V_1^2) + g(z_2 - z_1), q = 0, EP = ECIN \simeq 0$$

$$-w = h_2 - h_1 = c_P(T_2 - T_1)$$

- $\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{\gamma-1}, v = R \frac{T}{P},$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{P_2 T_1}{P_1 T_2}\right)^{\gamma-1}, \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\gamma} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\gamma-1}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

$$T_2 = 290 \left(\frac{1000}{100}\right)^{\frac{0.4}{1.4}} = 559.9K$$

- Tabla A-2,  $c_P = 1.005 \text{ kJ/kg } K$

$$w = c_P(T_1 - T_2) = 1.005(290 - 559.9) \text{ kJ/kg} = -271.25 \text{ kJ/kg}$$

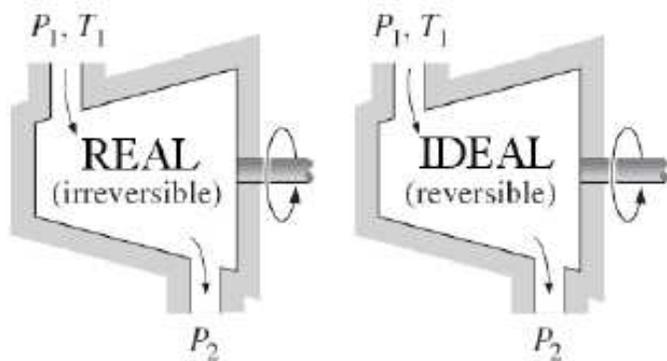
# 9 Eficiencia en sistemas con flujo de masa estacionario

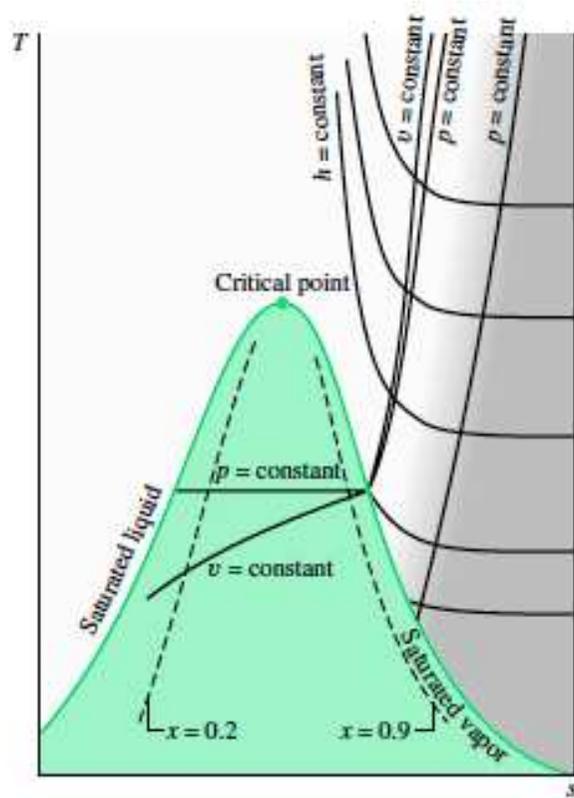
Las irreversibilidades acompañan todos los procesos reales y sus efectos son de degradar el rendimiento de operación de los dispositivos.

Analizaremos dispositivos que trabajan bajo la condición de flujo estacionario (turbinas, compresoras, toberas) y determinaremos el grado de degradación de la energía como resultado de las irreversibilidades.

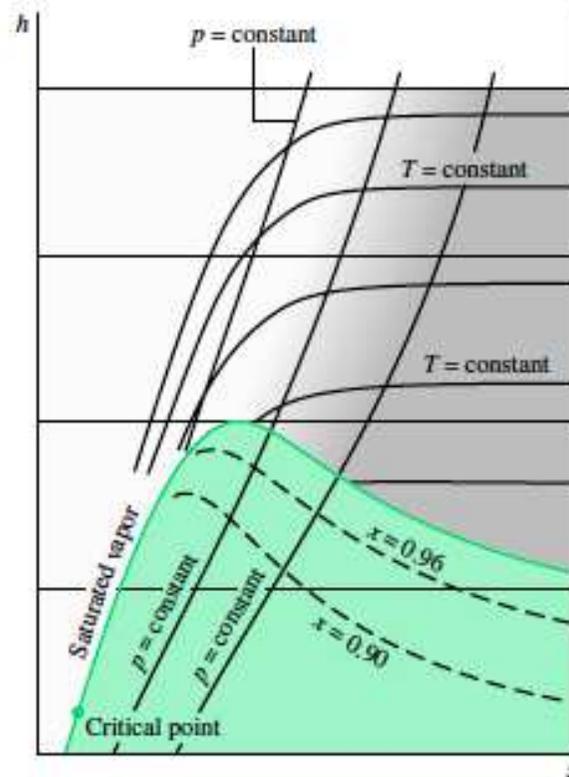
La mayoría de los dispositivos que nos interesarán operan bajo condiciones adiabáticas; por lo tanto, el proceso modelo será uno adiabático que no involucra irreversibilidades

## proceso isoentrópico





▲ **Figure 6.3** Temperature–entropy diagram.



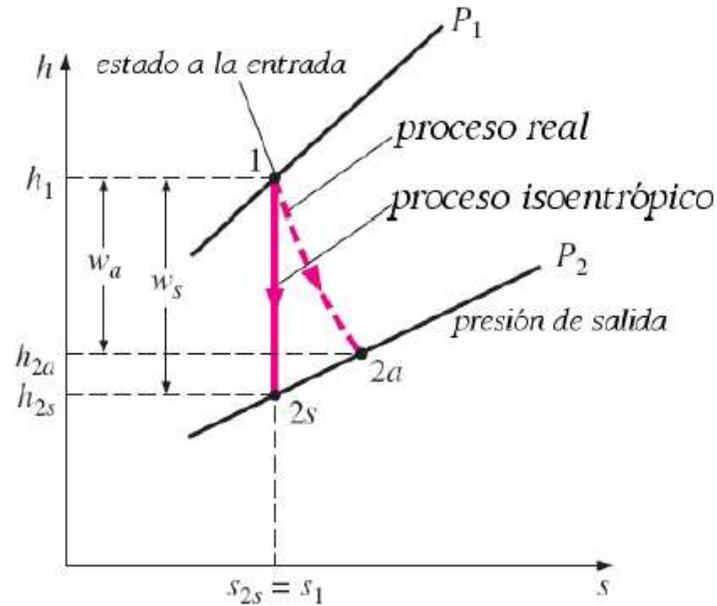
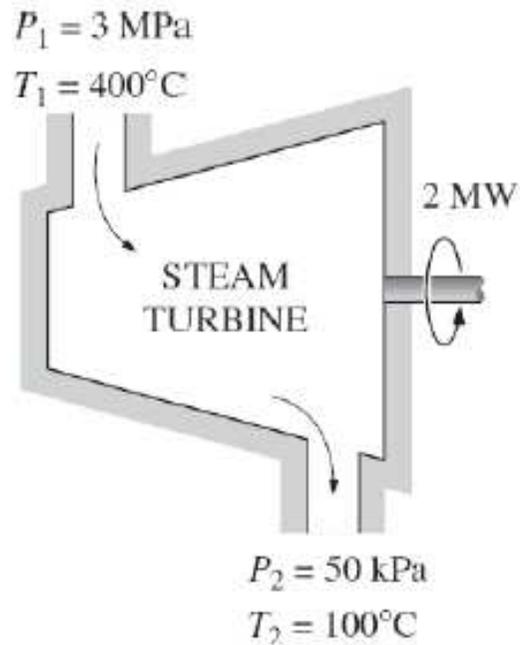
▲ **Figure 6.4** Enthalpy–entropy diagram.

**Figura 19.** Diagrama s-h

## 9.1 Eficiencia adiabática de turbinas

**Ejercicio 14.** CB7.14 Vapor entra a una turbina adiabática estacionaria a 3 MPa y 400C ;

el vapor sale a 50 kPa y 100°C. Si la potencia de salida de la turbina es 2 MW, determine (a) La eficiencia isentrópica de la turbina y (b) el flujo de masa del vapor que fluye a través de la turbina.



$$\eta_{\text{turbina}} = \frac{W_{\text{real}}}{W_{s=\text{cte.}}}$$

Estado 1: Tabla A-6:  $P_1 = 3 \text{ MPA}$ ,  $T_1 = 400\text{C}$ ;  $h_1 = 3231.7 \text{ kJ/kg}$ ,  $s_1 = 6.9235 \text{ kJ/kgK}$

Estado 2a:  $P_{2a} = 50 \text{ kPa}, T_{2a} = 100\text{C}; h_{2a} = 2682.4 \text{ kJ/kg}$ , Tabla A-6.

Estado 2s: Tabla A-5,  $P_{2s} = 50 \text{ kPa}, s_{2s} = s_1; s_f = 1.0912 \text{ kJ/kg.K}, s_g = 7.5931 \text{ kJ/kg.K}, s_f < s_1 < s_g$ , vapor húmedo,

$$x_{2s} = 0.897$$

$$h_{2s} = h_f + x_{2s}h_{fg} = 340.54 + 0.897(2304.7) = 2407.9 \text{ kJ/kg}$$

- $\eta_{\text{turbina}} \approx \frac{h_1 - h_{2.\text{real}}}{h_1 - h_{2.s=0}} = \frac{3231.7 - 2682.4}{3231.7 - 2407.9} = 0.667, \eta_{\text{turbina}} \approx 70 - 90\%$

(b) Balance de masa y energía:

$$-w = h_{2a} - h_1, \quad -\dot{W} = \dot{m}(h_{2a} - h_1),$$

$$\dot{m} = \frac{\dot{W}}{h_1 - h_{2a}} = \frac{2000}{3231.7 - 2682.4} = 3.64 \text{ kg/s}$$

**Ejercicio 15.** BS7.10 Una turbina recibe vapor a una presión de 1 MPa y temperatura de 300C. El vapor deja la turbina a 15 kPa. El trabajo producido por la turbina es 600 kJ/kg de vapor fluyendo por la turbina. Determine la eficiencia de la turbina.

$$\eta_{\text{turbina}} = \frac{W_{\text{real}}}{W_{s=\text{cte.}}},$$

Para calcular la eficiencia necesitamos calcular  $W_{s=cte}$ .

Estado 1: Tabla A-6:  $P_1 = 1 \text{ MPA}$ ,  $T_1 = 300\text{C}$ ;  $h_1 = 3051.6 \text{ kJ/kg}$ ,  $s_1 = 7.1246 \text{ kJ/kgK}$

Estado 2s: Tabla A-5,  $P_{2s} = 15 \text{ kPa}$ ,  $s_{2s} = s_1$ ;  $s_f = 0.7549 \text{ kJ/kg.K}$ ,  $s_g = 8.0071, \text{ kJ/kg.K}$ ,  $s_f < s_1 < s_g$ , vapor húmedo,  $s_{fg} = 7.2522$

$$x_{2s} = \frac{s_2 - s_f}{s_{fg}} = \frac{7.1246 - 0.7549}{7.2522} = 0.8779$$

$$h_{2s} = h_f + x_{2s}h_{fg} = 225.9 + 0.8779(2373.1) = 2309.3 \text{ kJ/kg}$$

$$-w = h_{2s} - h_1 = 2309.3 - 3051.6, w = 741.9$$

- $\eta_{\text{turbina}} \approx \frac{w_{\text{real}}}{h_1 - h_{2,s=0}} = \frac{600}{741.9} = 0.809$

(b) Balance de masa y energía, proceso real:

$$-w = h_{2a} - h_1, \quad s_e > s_i$$

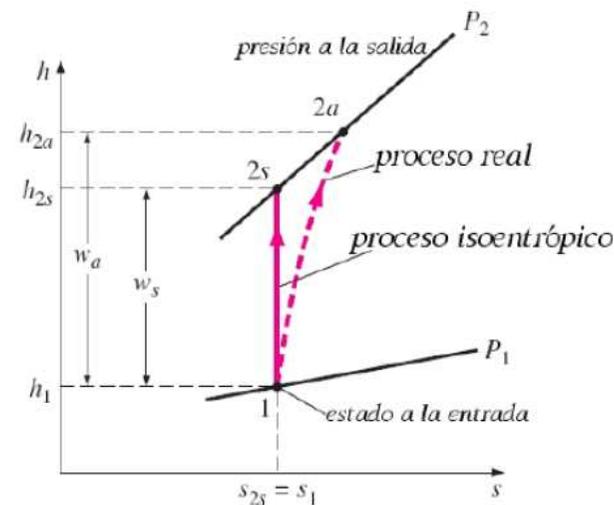
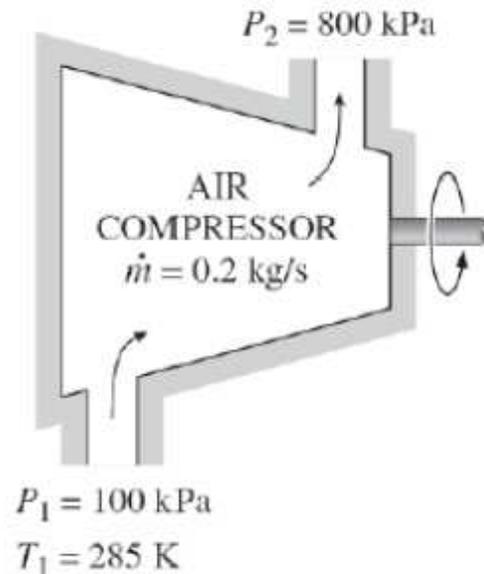
$$h_{2a} = 2451.2 \text{ kJ/kg}$$

$$x_{2a} = 0.9377$$

## 9.2 Eficiencia adiabática de compresores y bombas

$$\eta = \frac{W_{s=cte}}{W}$$

**Ejercicio 16.** CB7.15 Aire es comprimido por un compresor adiabático de 100 kPa y 12°C hasta una presión de 800 kPa a un flujo estacionario de 0.2 kg/s. Si la eficiencia isentrópica del compresor es 80%, determine (a) la temperatura del aire que sale y (b) la potencia de entrada requerida en el compresor.



A la entrada del compresor  $T_1 = 285 \text{ K} \rightarrow h_1 = 285.14 \text{ kJ/kg}$  (Tabla A-17), ( $P_{r1} = 1.1584$ )

A la salida, en un proceso isentrópico:

$$P_{r2} = P_{r1} \left( \frac{P_2}{P_1} \right) = 1.1584 \left( \frac{800}{100} \right) = 9.2672 \rightarrow h_{2s} = 517.05 \text{ kJ/kg}$$

$$\eta_{\text{compresor}} = \frac{W_{s=\text{cte.}}}{W_{\text{real}}} = \frac{h_{2,s=\text{cte}} - h_1}{h_{2a} - h_1} \rightarrow h_{2a} = 575.03 \text{ kJ/kg}, T_2 = 569.5 \text{ K}$$

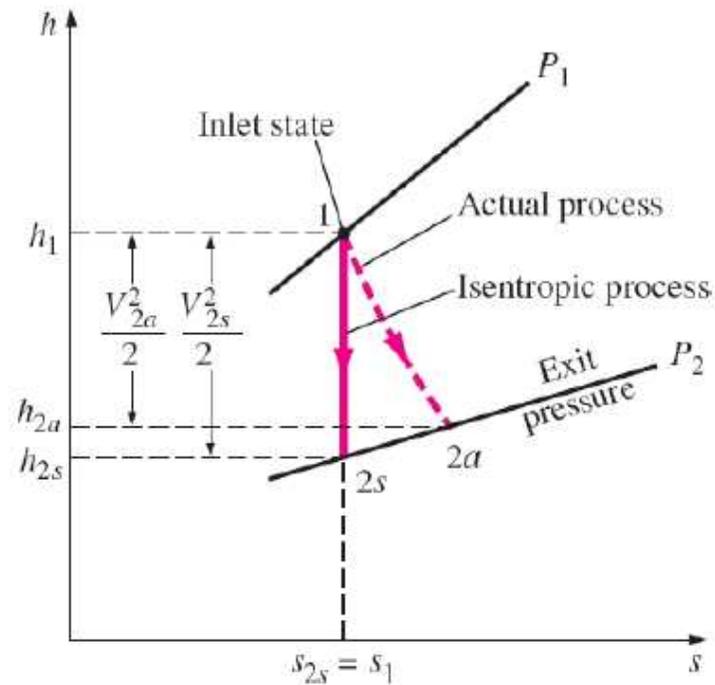
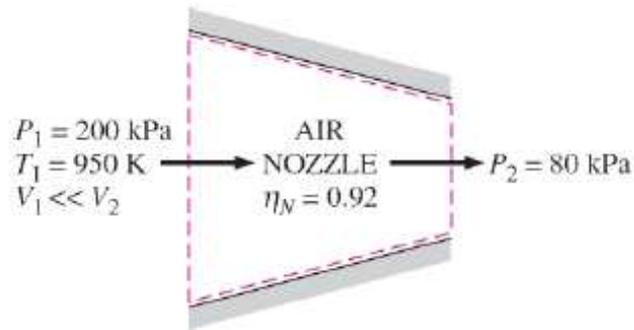
$$\dot{W} = \dot{m}(-h_{2a} + h_1) = (0.2 \text{ kg/s})[(575.03 - 285.14) \text{ kJ/kg}] = 58.0 \text{ kW}$$

- $\eta_{\text{compresor}} \approx \frac{h_{2,s=\text{cte}} - h_1}{h_{2,\text{real}} - h_1}, \eta_{\text{bomba}} = \frac{v(P_2 - P_1)}{h_{2,\text{real}} - h_1}$

### 9.3 Eficiencia adiabática de toberas

$$\eta_{\text{tobera}} = \frac{V_{2a}^2/2}{V_{2s}^2/2}$$

**Ejercicio 17.** CB 7.16 Aire a 200 kPa y 950 K entra una tobera adiabática a baja velocidad y es dcargado a 110 kPa. Si la eficiencia isentrópica de la tobera es 92 %, determine (a) la velocidad de salida máxima posible, (b) la temperatura de salida, y (c) la velocidad actual de salida del aire. Suponga calores específicos constantes para el aire.



$$\frac{T_{2s}}{T_1} = \left( \frac{P_{2s}}{P_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}, \quad T_{2s} = T_1 \left( \frac{P_{2s}}{P_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = 950 \text{ K} \left( \frac{110}{200} \right)^{\frac{0.349}{1.349}} = 814 \text{ K}$$

$$\eta_{\text{tobera}} = \frac{(V_{2,\text{real}})^2}{(V_{2,s=\text{cte}})^2}$$

- Balance de energía:

$$h_1 = h_{2s} + \frac{1}{2}(V_{2s})^2, V_1 \simeq 0$$

$$V_{2s} = \sqrt{2(h_1 - h_{2s})} = \sqrt{2\bar{c}_p(T_1 - T_{2s})} = \sqrt{2(1.11)(950 - 814)1000} = 549\text{m/s}$$

- La temperatura real de salida de la tobera es mayor que la calculada para el proceso isentrópico

$$\eta_{\text{tobera}} \approx \frac{h_1 - h_{2,\text{real}}}{h_1 - h_{2,s=\text{cte}}} = \frac{c_P(T_1 - T_{2a})}{c_P(T_1 - T_{2s})} = .92$$

$$T_{2a} = 825\text{K}$$

- 

$$\eta_{\text{tobera}} = \frac{V_{2a}^2}{V_{2s}^2} = .92 \rightarrow V_{2a} = 527\text{m/s}$$

- $\eta_{\text{tobera}} \approx \frac{h_1 - h_{2,\text{real}}}{h_1 - h_{2,s=\text{cte}}}$ ,  $\eta_{\text{tobera}} \approx 90 - 95\%$

