

Pauta Problema 3

A 0°C el mercurio llena el depósito completamente, por lo que se tiene que

$$V_{Hg,0} = V_{D,0} = \frac{4\pi R_0^3}{3} \equiv V_0.$$

Similarmente, el área inicial de la base del tubo es

$$\begin{aligned} A_0 &= \pi \left(\frac{d_0}{2} \right)^2 \\ &= 1.96 \times 10^{-7} \text{ m}^2. \end{aligned}$$

Al aumentar la temperatura en ΔT , el mercurio y el depósito se expanden volumétricamente, mientras que para la base del tubo consideramos la expansión superficial. Las cantidades correspondientes cambian según

$$\begin{aligned} V_{Hg} &= V_0 (1 + \beta_{Hg} \Delta T), \\ V_D &= V_0 (1 + \beta_V \Delta T), \\ A_T &= A_0 \left(1 + \frac{2}{3} \beta_V \Delta T \right), \quad (2.5 \text{ ptos.}) \end{aligned}$$

donde hemos usado que, para una expansión isotrópica, el coeficiente de expansión superficial es

$$\gamma = \frac{2}{3} \beta.$$

Ahora, el volumen final del mercurio es igual al volumen final del depósito más el volumen que ocupa dentro del tubo, es decir,

$$V_{Hg} = V_D + A_T h, \quad (2.5 \text{ ptos.})$$

donde h es la altura final de la columna de mercurio. De aquí despejamos

$$\begin{aligned} V_0 (1 + \beta_{Hg} \Delta T) &= V_0 (1 + \beta_V \Delta T) + A_0 \left(1 + \frac{2}{3} \beta_V \Delta T \right) h, \\ V_0 &= \frac{A_0 \left(1 + \frac{2}{3} \beta_V \Delta T \right) h}{(\beta_{Hg} - \beta_V) \Delta T} \\ &= \frac{5\pi d_0^2 \left(1 + \frac{2}{15} \beta_{Hg} \Delta T \right) h}{16\beta_{Hg} \Delta T} \\ &= 6.74 \times 10^{-6} \text{ m}^3. \end{aligned}$$

En la penúltima línea usamos que $\beta_V = \beta_{Hg}/5$ además de la expresión anterior para el área inicial del tubo. Finalmente, el radio es

$$\begin{aligned} R_0 &= \left(\frac{3V_0}{4\pi} \right)^{1/3} \\ &= \left(\frac{15d_0^2 \left(1 + \frac{2}{15}\beta_{Hg}\Delta T \right) h}{64\beta_{Hg}\Delta T} \right)^{1/3} \\ &= 1.17 \times 10^{-2} \text{ m.} \quad (1 \text{ ptos.}) \end{aligned}$$

Hay que considerar un posible error de arrastre si los valores de A_0 y V_0 calculados en los pasos intermedios son incorrectos.