Pontificia Universidad Católica de Chile
Instituto de Física
FIS1523 Termodinámica
12 de septiembre del 2016

P1	P2	P3	Nota

Tiempo: 120 minutos
Se puede usar calculadora.
No se puede usar celular.
No se puede prestar nada.
Preguntas de enunciado en voz alta durante los primeros 60 minutos.
Si usa lápiz mina no podrá pedir recorrección.

Interrogación Nro. 1

Nombre: ____

Problema 1

Considere un mol de gas ideal monoatómico que se somete a los procesos que se muestran en el diagrama, donde se tienen como únicos datos T_A y T_B. Además se cumple que $P_A = 5P_C$.

a) Demuestre que $V_B = \frac{T_B}{T_A} V_A$. *(1 pto.)*

b) A partir de lo anterior, demuestre que $T_C = \frac{T_B}{5}$. *(1 pto.)*

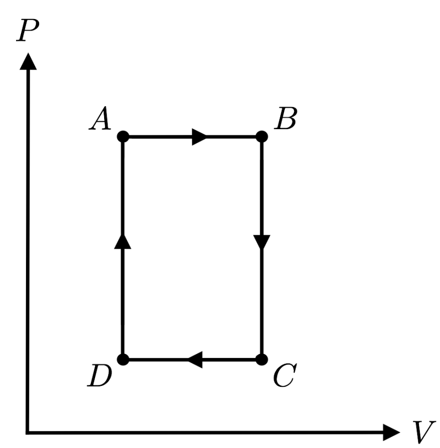
Suponiendo ahora que $T_A = 0\,°\mathrm{C}$ y $T_B = 100\,°\mathrm{C}$, calcule:

c) el trabajo realizado en el proceso ABC, *(1 pto.)*

d) el calor transferido en el proceso ABC, *(1.5 pts.)*

e) el calor y el trabajo neto en el ciclo $ABCDA$. *(1.5 pts.)*

Especifique la magnitud y sentido del calor y el trabajo. Dato: $R = 8{,}314\,\mathrm{J/(mol \cdot K)}$.



Solución:

a) Como el proceso AB es isobárico tenemos

$$P_A = P_B \qquad \Rightarrow \qquad \frac{T_A}{V_A} = \frac{T_B}{V_B} \qquad \Rightarrow \qquad V_B = \frac{T_B}{T_A} V_A \,.$$

b) Como el proceso BC es isocórico y además sabemos que $P_C = P_A/5$, podemos escribir

$$V_C = V_B \,, \qquad P_C = \frac{1}{5} P_A \,, \qquad \Rightarrow \qquad \begin{aligned} T_C &= \frac{P_C V_C}{R} \\ &= \frac{P_A V_A T_B}{5 R T_A} \\ &= \frac{1}{5} T_B \,. \end{aligned}$$

c) El trabajo en el proceso ABC es

$$\begin{aligned} |W_{ABC}| &= |W_{AB} + W_{BC}| \\ &= |W_{AB}| \\ &= P_A \left(V_B - V_A \right) \\ &= P_B V_B - P_A V_A \\ &= R \left(T_B - T_A \right) \\ &= 0{,}8314 \, \mathrm{kJ} \,. \end{aligned}$$

El trabajo es realizado por el sistema sobre el entorno.

d) Para calcular el calor en ABC podemos usar la primera ley:

$$U_C - U_A = Q_{ABC} - |W_{ABC}| \qquad \Rightarrow \qquad Q_{ABC} = U_C - U_A + |W_{ABC}| \,.$$

Pero

$$\begin{aligned} U_C - U_A &= \frac{3}{2} R \left(T_C - T_A \right) \\ &= \frac{3}{2} R \left(\frac{T_B}{5} - T_A \right) \end{aligned} \qquad \Rightarrow \qquad \begin{aligned} Q_{ABC} &= \frac{3}{2} R \left(\frac{T_B}{5} - T_A \right) + R \left(T_B - T_A \right) \\ &= R \left(\frac{13}{10} T_B - \frac{5}{2} T_A \right) \\ &= -1{,}64 \, \mathrm{kJ} \,. \end{aligned}$$

Este calor sale del sistema.

e) El trabajo neto es el área bajo la curva:

$$\begin{aligned} |W| &= |W_{AB}| - |W_{CD}| \\ &= P_A \left(V_B - V_A \right) - P_C \left(V_C - V_D \right) \\ &= R \left(T_B - T_A - T_C + T_D \right) \,. \end{aligned}$$

Pero, $T_D = T_A/5$ por la misma razón que $T_C = T_B/5$. Luego,

$$\begin{aligned} |W| &= \frac{4}{5} R \left(T_B - T_A \right) \\ &= 0{,}665 \, \mathrm{kJ} \,. \end{aligned}$$

Este trabajo lo realiza el sistema sobre el entorno. Por primera ley, como $\Delta U = 0$, se cumple que

$$\begin{aligned} |Q| &= |W| \\ &= 0{,}665 \, \mathrm{kJ} \,. \end{aligned}$$

El calor entra al sistema.

Nombre: ____

Problema 2

Considere un recipiente con coeficiente de expansión β_r que contiene un líquido con coeficiente de expansión $\beta_l > \beta_r$. A una cierta temperatura el líquido llena una fracción q del volumen del recipiente.

a) ¿En cuánto hay que aumentar la temperatura del sistema para que el líquido llene por completo el recipiente? *(2 pts.)*

b) Encuentre el valor crítico de q que hace que el líquido nunca ocupe todo el volumen. *(2 pts.)*

c) Evalúe el resultado del inciso anterior para un recipiente de vidrio ($\beta_{\text{vidrio}} = 3 \times 10^{-5}\,\mathrm{K}^{-1}$) que contiene Mercurio ($\beta_{\text{Hg}} = 2 \times 10^{-4}\,\mathrm{K}^{-1}$). Si ésta es la fracción inicial, ¿qué porcentaje del volumen del recipiente llena el líquido cuando la temperatura disminuye en $50\,^\circ\mathrm{C}$? *(2 pts.)*

Solución:

a) Llamemos V_0 al volumen inicial del recipiente. El volumen inicial del líqudo es qV_0. Al aumentar la temperatura en ΔT ambos volúmenes varían según

$$V_r = V_0\left(1+\beta_r\Delta T\right)\,, \qquad V_l = qV_0\left(1+\beta_l\Delta T\right)\,.$$

Luego, el líquido llena una fracción q' del recipiente cuando

$$V_l = q'V_r \qquad \Rightarrow \qquad q\left(1+\beta_l\Delta T\right) = q'\left(1+\beta_r\Delta T\right) \qquad \Rightarrow \qquad \Delta T = \frac{q'-q}{q\beta_l - q'\beta_r}\,.$$

Para $q'=1$, es decir, cuando el líquido llena el volumen completo, esto es

$$\Delta T = \frac{1-q}{q\beta_l - \beta_r}\,.$$

b) La fracción crítica ocurre cuando se debe calentar infinitamente el sistema. Luego,

$$q\beta_l - \beta_r = 0 \qquad \Rightarrow \qquad q_c = \frac{\beta_r}{\beta_l}\,.$$

c) Usando los valores de β_r y β_l encontramos

$$\begin{aligned} q_c &= \frac{3}{20} \\ &= 0{,}15\,. \end{aligned}$$

Para $\Delta T = -50\,^\circ\mathrm{C}$, la fracción final de volumen es

$$\begin{aligned} \frac{V_l}{V_r} &= q_c\frac{1+\beta_l\Delta T}{1+\beta_r\Delta T} \\ &= 0{,}1487 \\ &= 14{,}87\,\%\,. \end{aligned}$$

Nombre: ______________________________

Problema 3

Se quiere usar el manómetro de la figura para medir la temperatura atmosférica. Para calibrar el dispositivo se hacen mediciones iniciales independientes y se encuentra que $h_1 = h_2 = 5$ cm cuando la presión y temperatura atmosférica son 100 kPa y 290 K, respectivamente. A lo largo del día la presión atmosférica cambia a 101,3 kPa y el manómetro marca $h_1 = 5{,}5$ cm. Asumiendo que el gas siempre está en equilibrio térmico con la atmósfera y que la densidad del agua no varía, encuentre:

a) la presión inicial del gas, *(1.5 pts.)*

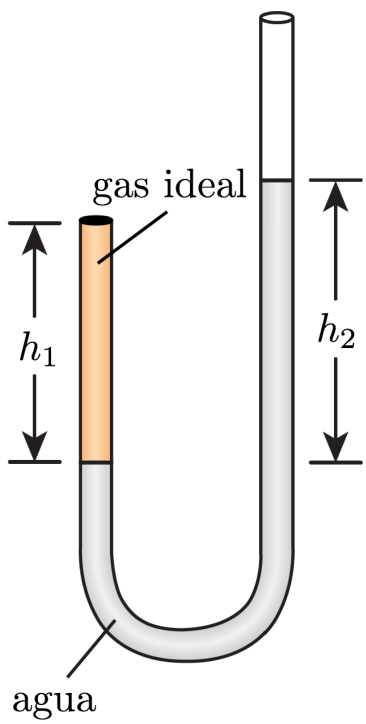
b) el valor de la constante nR/A para el gas, donde A es el area transversal del tubo, *(1.5 pts.)*

c) el valor final de h_2, *(1 pto.)*

d) la presión final del gas, *(1 pto.)*

e) la temperatura atmosférica final. *(1 pto.)*

Use $g = 9{,}8\,\mathrm{m/s^2}$.



Solución:

a) Por equilibrio mecánico, la presión del gas es siempre

$$P = P_{\text{atm}} + \rho g h_2 \,.$$

Para las condiciones iniciales y usando que $\rho = 1000\,\text{kg/m}^3$ obtenemos

$$P = 100{,}49\,\text{kPa}\,.$$

b) De la ecuación de estado del gas tenemos

$$PV = nRT \qquad \Rightarrow \qquad Ph_1 A = nRT$$
$$\frac{nR}{A} = \frac{Ph_1}{T}\,.$$

Evaluando para las condiciones iniciales encontramos

$$\frac{nR}{A} = 17{,}24\,\text{J/m}^2\cdot\text{K}\,.$$

c) El volumen total que ocupa el agua en el tubo es constante. Luego, si la altura h_1 cambia en una cantidad Δh_1, la altura h_2 cambia en $\Delta h_2 = 2\Delta h_1$. El factor de 2 se debe a que una variación en h_1 desplaza una cierta cantidad de agua pero además mueve el punto de referencia. Así, como $\Delta h_1 = 0{,}5$ cm, tenemos $\Delta h_2 = 1$ cm y

$$h_2 = 6\,\text{cm}\,.$$

d) La presión final del gas es

$$P = P_{\text{atm}} + \rho g h_2 \qquad \Rightarrow \qquad P = 101{,}89\,\text{kPa}\,.$$

e) Por último, la temperatura atmosférica es la misma que la del gas, la que por su parte se puede obtener a partir de la ecuación de estado:

$$\begin{aligned} T &= \frac{PV}{nR} \\ &= \frac{A}{nR}Ph_1\,. \end{aligned}$$

Luego,

$$T = 323{,}14\,\text{K}\,.$$