

1) Las cuatro fuerzas de la naturaleza:

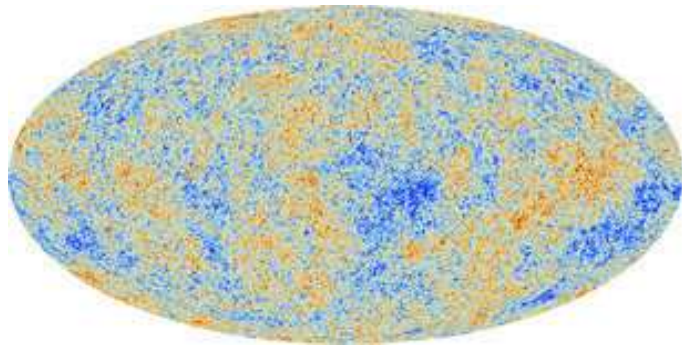
Gravitacional	Electromagnética	Nuclear o Fuerte	Débil
<ul style="list-style-type: none"> ● Movimiento de estrellas y planetas ● Expansión del Universo 	<ul style="list-style-type: none"> ● Química ● Ondas de radio y televisión ● Electrónica ● Computadores 	<ul style="list-style-type: none"> ● Estabilidad del Núcleo ● Física Nuclear 	<ul style="list-style-type: none"> ● Decaimiento radiactivo de los núcleos ● $n \rightarrow p + e + \bar{\nu}_e$

2) Fuerzas eléctricas y magnéticas.

- 600 AC Tales de Mileto nota que frotando vidrio con pieles se generan fuerzas "eléctricas".
- Los griegos antiguos notan la existencia de imanes naturales que atraen el hierro.
- 1780 DC Coulomb mide la fuerza eléctrica con su balanza de torsión.
- 1820 Oersted establece que una corriente eléctrica genera una fuerza magnética sobre una brújula situada en las cercanías.
- 1830 Faraday descubre que la variación del flujo magnético que atraviesa una espira conductora, genera una corriente sobre ésta.
- 1860 Maxwell descubre la Corriente de desplazamiento, muestra que la luz es una onda electromagnética.
- 1880 Hertz produce ondas electromagnéticas.
- 1920 Marconi inventa la telefonía inalámbrica.

- 1949 Feynman, Schwinger y Tomonaga desarrollan la moderna teoría electromagnética: Electrodinámica Cuántica.
- 1968 S. Weinberg y A. Salam proponen el Model Estándar de unificación de Electromagnetismo con la Fuerza Débil.
- 2003 WMAP mide las fluctuaciones del Fondo de Radiación Cósmica, determinando la edad y composición del universo.
- 2012 Se descubre la partícula Higgs en el LHC.
- 2013-2014 El satélite Planck observa el Fondo de Radiación Cósmica con una precisión mayor. Estimaciones más precisas de la composición y edad del universo.
- 2014 Biceps 2 descubre los modos B del Fondo de Radiación Cósmica. Inflación Cósmica y Ondas Gravitacionales Primordiales.

- CMB:Cosmic Microwave Background. Es luz que llena todo el universo. Se originó 380 mil años después del Big Bang, Ahora tiene una temperatura de 2.7 K. Se enfrió a esta temperatura tan baja debido a la expansión del universo.
- Se observan variaciones de Temperatura, representada por distintos colores



CMB medido por Planck

Figura 1.

Carga Eléctrica y Campo Eléctrico

- Desde la **Antigua Grecia** se conoce que al frotar **ámbar** con una piel, ésta adquiere la propiedad de atraer cuerpos ligeros tales como trozos de **paja** y **plumas** pequeñas. Todos hemos jugado en el colegio frotando un lápiz bic con una tela o piel para luego elevar trozos de papel que se pegan al lápiz.
- La carga eléctrica es una propiedad intrínseca de la **materia** que se presenta en dos tipos, llamadas cargas **positivas** y **negativas**. Cuando cargas del mismo tipo se encuentran se repelen y cuando son diferentes se atraen.

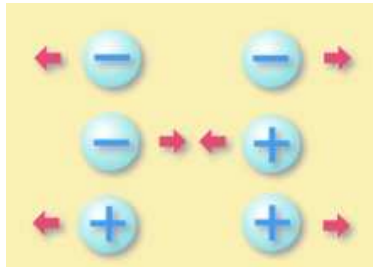


Figura 2.

- La carga eléctrica está **cuantizada**: $Q = ne$, $n \in \mathbb{Z}$, e es la carga eléctrica del electrón $= 1.6 \times 10^{-19} \text{C}$. Excepciones a esta regla suceden al interior de las partículas elementales como el protón y el neutrón que están compuestas por quarks.

Carga eléctrica	quark u: $2e/3$	quark d: $-e/3$
-----------------	-----------------	-----------------

- Sin embargo no se han observado quarks libres. Ellos viven al interior de las partículas pesadas (hadrones) como el protón o el neutrón.

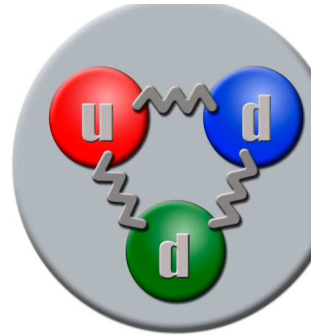


Figura 3. Neutrón. Está compuesto por un quark u(up) y dos quarks d(down).

- Medida de carga eléctrica en MKS: 1 Coulomb=1 Ampere-seg
- **La carga eléctrica se conserva:** La suma de todas las cargas eléctricas del universo no cambia en el tiempo.

- Un **conductor eléctrico** es un material que ofrece poca resistencia al movimiento de carga eléctrica. Ej.:cobre, oro, hierro, aluminio, agua de mar.
- Se denomina **dieléctrico** al material mal conductor de electricidad, por lo que puede ser utilizado como aislante eléctrico, y además si es sometido a un campo eléctrico externo, puede establecerse en él un campo eléctrico interno(Polarización). Todos los materiales dieléctricos son aislantes pero no todos los materiales aislantes son dieléctricos.
- Un material aislante de la electricidad tiene una resistencia teóricamente infinita. Algunos materiales, como el aire o el agua son aislantes bajo ciertas condiciones pero no para otras.

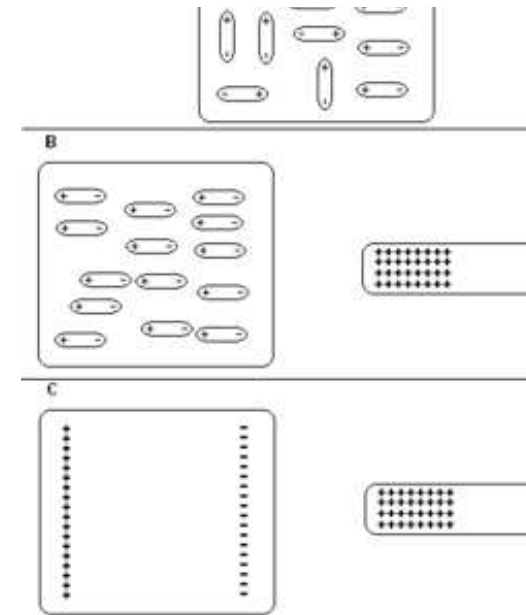
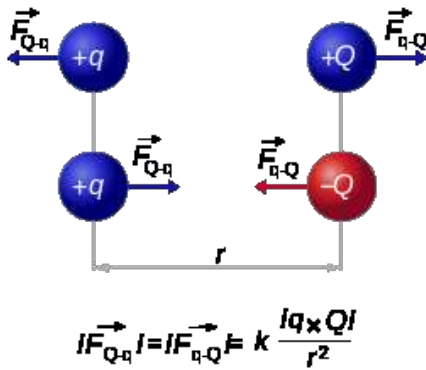


Figura 4.

Ley de Coulomb: La magnitud de la fuerza eléctrica con que interactúan dos cargas puntuales en reposo es directamente proporcional al producto de las cargas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa y tiene la dirección de la línea que las une. La fuerza es de repulsión si las cargas son de igual signo, y de atracción si son de signo contrario.



$$|\vec{F}_{Q-q}| = |\vec{F}_{q-Q}| = k \frac{|q \times Q|}{r^2}$$

Figura 5.

$$\vec{F}_{Q-q} = k \frac{qQ}{r^2} \hat{r}$$

donde \hat{r} es un vector unitario, siendo su dirección desde la carga que produce la fuerza hacia la carga que la experimenta.

k depende del sistema de unidades. En MKS es $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \times 10^9 \frac{Nm^2}{C^2}$, $\epsilon_0 = 8.8542 \times 10^{-12} C^2/Nm^2$ es la permitividad del vacío. **Dos cargas idénticas miden un Coulomb(C) si a la distancia de un metro se repelen con una fuerza de $9 \times 10^9 N$.**

Los experimentos muestran que cuando dos cargas q_1, q_2 ejercen fuerzas simultáneas sobre una tercera carga Q , la fuerza total ejercida sobre Q es la suma vectorial de las fuerzas ejercidas sobre Q por cada una de las cargas por separado:

$$\vec{F}_{TQ} = \vec{F}_{q_1-Q} + \vec{F}_{q_2-Q}$$

Charles-Augustin de Coulomb desarrolló la **balanza de torsión** con la que determinó las propiedades de la fuerza electrostática. Este instrumento consiste en una barra que cuelga de una fibra capaz de torcerse. Si la barra gira, la fibra tiende a hacerla regresar a su posición original, con lo que conociendo la fuerza de torsión que la fibra ejerce sobre la barra, se puede determinar la fuerza ejercida en un punto de la barra.



Figura 6. Balanza de Coulomb



Figura 7. Péndulo de torsión

Densidad de carga eléctrica. Consideremos un punto \vec{x} , ΔV un elemento de volumen que contiene al punto y Δq la carga eléctrica contenida en ΔV . Definimos la densidad de carga eléctrica en \vec{x} por $\rho(\vec{x}) = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta V}$.

La fuerza de Coulomb ejercida por el cuerpo 2 sobre el cuerpo 1 es:

$$d\vec{F}_{12} = k dq_1 dq_2 \frac{(\vec{x}_1 - \vec{x}_2)}{|\vec{x}_1 - \vec{x}_2|^3},$$

$$dq_1 = \rho_1(\vec{x}_1) d^3x_1, \quad dq_2 = \rho_2(\vec{x}_2) d^3x_2,$$

$$\vec{F}_{12} = k \int_{V_1} d^3x_1 \int_{V_2} d^3x_2 \rho_1(\vec{x}_1) \rho_2(\vec{x}_2) \frac{(\vec{x}_1 - \vec{x}_2)}{|\vec{x}_1 - \vec{x}_2|^3}$$

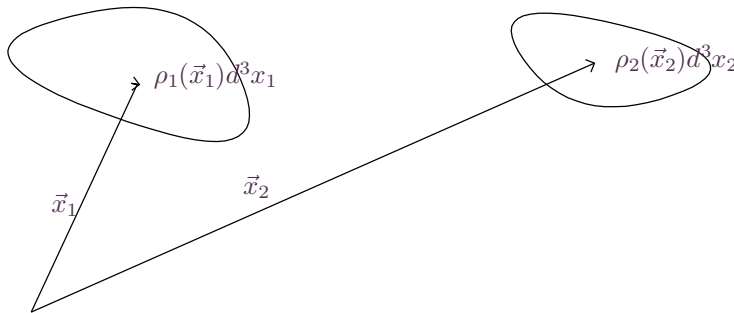


Figura 8. Posición de dos elementos de carga en los dos cuerpos.

- Conviene separar las fuentes de la fuerza eléctrica de las cargas que sienten esta fuerza. Para hacer esto consideramos una carga de prueba q y definimos el campo eléctrico en \vec{x} por:

$$\vec{E}(x) = \lim_{q \rightarrow 0} \frac{\vec{F}_q(\vec{x})}{q}$$

- $\vec{F}_q(\vec{x})$ es la fuerza eléctrica que q experimenta.
- Similarmente, diremos que en \vec{x} existe un campo eléctrico $\vec{E}(x)$ si una partícula con carga q experimenta una fuerza eléctrica $\vec{F} = q\vec{E}$
- El Campo Eléctrico es una nueva entidad física, independiente de las cargas eléctricas que lo crean. Veremos al final del curso que el campo eléctrico es capaz de propagarse a grandes distancias, muy lejos de las fuentes que lo crearon, en forma de onda electromagnética.

*. $[E] = \frac{N}{C}$, $[E] = \frac{V}{m}$. V=Voltio

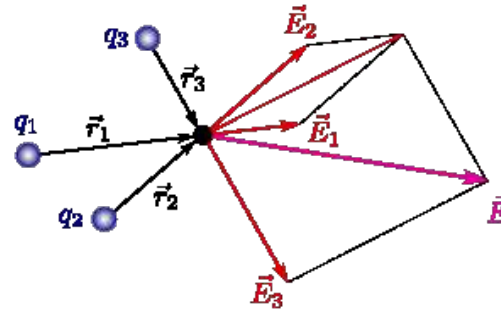


Figura 9. Campo eléctrico producido por un conjunto de cargas puntuales. Se muestra en rojo la suma vectorial de los campos de las cargas individuales; $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3$.

Consideremos una carga Q situada en el punto \vec{x}_1 . La fuerza ejercida por Q sobre una carga de prueba q situada en \vec{x} es:

$$\vec{F}(\vec{x}) = kqQ \frac{(\vec{x} - \vec{x}_1)}{|\vec{x} - \vec{x}_1|^3}$$

Por lo tanto, el campo eléctrico creado por Q en \vec{x} es:

$$\vec{E}(\vec{x}) = \frac{\vec{F}}{q} = kQ \frac{(\vec{x} - \vec{x}_1)}{|\vec{x} - \vec{x}_1|^3}$$

En la Figura 7 se representan las **líneas de campo** de una carga puntual. La tangente a las líneas en un punto dado corresponde a la dirección del campo eléctrico allí. La densidad de líneas mide la magnitud del campo eléctrico en el punto. Notar que las líneas salen de una carga positiva y entran en una carga negativa

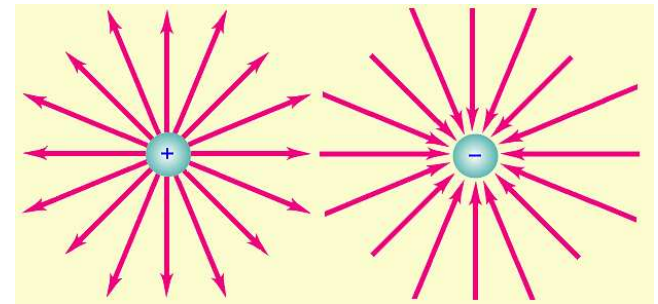


Figura 10. Campo Eléctrico de una carga puntual

Consideremos el campo eléctrico creado en \vec{x} por N cargas $Q_i, i = 1, \dots, N$, situadas en los puntos \vec{x}_i

$$\vec{E}(\vec{x}) = k \sum_{i=1}^N Q_i \frac{(\vec{x} - \vec{x}_i)}{|\vec{x} - \vec{x}_i|^3}$$

- **Distribución lineal de carga a lo largo de una curva C .** Dividimos C en N trozos de longitud Δl , ubicados en \vec{x}_i . Definimos la densidad lineal de carga en \vec{x}_i por $\rho(\vec{x}_i) = \frac{\Delta q_i}{\Delta l}$ con Δq_i siendo la carga eléctrica contenida en el trozo i .

$$\vec{E}(\vec{x}) = k \sum_{i=1}^N \Delta l \rho(\vec{x}_i) \frac{(\vec{x} - \vec{x}_i)}{|\vec{x} - \vec{x}_i|^3} \rightarrow_{\Delta l \rightarrow 0} k \int_C dl \rho(\vec{x}') \frac{(\vec{x} - \vec{x}')}{|\vec{x} - \vec{x}'|^3}$$

- **Distribución superficial de carga sobre una superficie S .** Dividimos S en N trozos de área $\Delta^2 l$, ubicados en \vec{x}_i . Definimos la densidad superficial de carga en \vec{x}_i por $\sigma(\vec{x}_i) = \frac{\Delta q_i}{\Delta^2 l}$ con Δq_i siendo la carga eléctrica contenida en el trozo i .

$$\vec{E}(\vec{x}) = k \sum_{i=1}^N \Delta^2 l \sigma(\vec{x}_i) \frac{(\vec{x} - \vec{x}_i)}{|\vec{x} - \vec{x}_i|^3} \rightarrow_{\Delta^2 l \rightarrow 0} k \int_S d^2 \vec{x}' \sigma(\vec{x}') \frac{(\vec{x} - \vec{x}')}{|\vec{x} - \vec{x}'|^3}$$

- **Distribución espacial de carga sobre un volumen V .** Dividimos V en N trozos de volumen $\Delta^3 l$, ubicados en \vec{x}_i . Definimos la densidad de carga en \vec{x}_i por $\rho(\vec{x}_i) = \frac{\Delta q_i}{\Delta^3 l}$ con Δq_i siendo la carga eléctrica contenida en el trozo i .

$$\vec{E}(\vec{x}) = k \sum_{i=1}^N \Delta^3 l \rho(\vec{x}_i) \frac{(\vec{x} - \vec{x}_i)}{|\vec{x} - \vec{x}_i|^3} \rightarrow_{\Delta^3 l \rightarrow 0} k \int_V d^3 \vec{x}' \rho(\vec{x}') \frac{(\vec{x} - \vec{x}')}{|\vec{x} - \vec{x}'|^3}$$

Ejercicios

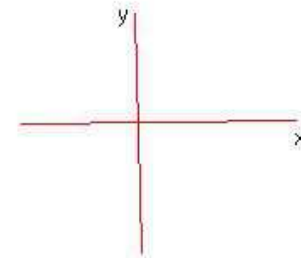
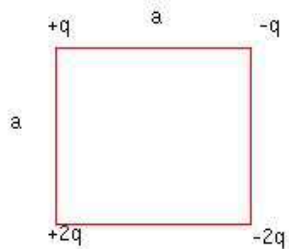
1. La separación r entre el electrón y el protón en el átomo de Hidrógeno es, aproximadamente, 5.3×10^{-11} m.

Encuentre: a) La fuerza eléctrica entre las dos partículas. R: 8.1×10^{-8} N

b) La fuerza gravitacional entre las dos partículas R: 3.7×10^{-47} N

2. Encuentre la fuerza repulsiva coulombiana entre dos protones en un núcleo de hierro. Supóngase una separación de 4×10^{-15} m. R: 14N

3. Encuentre el campo eléctrico en el centro del cuadrado. R: $E_x = \frac{3q\sqrt{2}}{2\pi\epsilon_0 a^2}$, $E_y = 0$

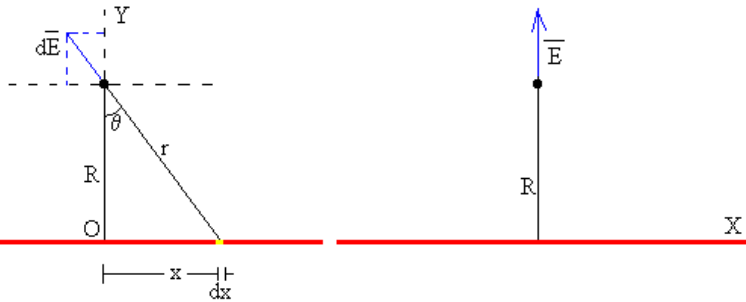


- Densidad de carga uniforme ρ a lo largo de una línea recta de longitud infinita.

Por simetría, el campo eléctrico es el mismo a una distancia R de la línea y se dirige radialmente hacia afuera. Elijamos el sistema de coordenadas tomando el alambre sobre el eje x y calculemos el campo en el punto $R\hat{j}$:

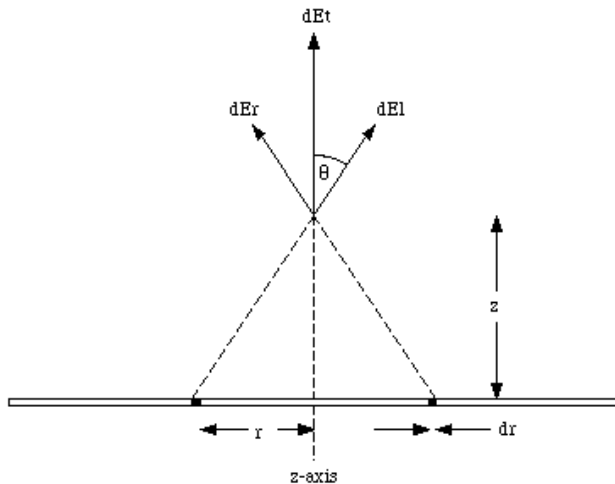
$$\vec{E} = k\rho \int_{-\infty}^{+\infty} dx' \frac{(R\hat{j} - x'\hat{i})}{(R^2 + x'^2)^{3/2}} = k\rho \frac{R}{R^2} \hat{j} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} d\theta \frac{\sec^2\theta}{\sec^3\theta} = 2k\rho \frac{R}{R^2} \hat{j}, \quad x' = R \operatorname{tg} \theta$$

$$\vec{E} = 2k\rho \frac{\hat{r}}{r}$$



- Densidad de carga uniforme σ sobre un plano infinito. Elijamos el sistema de coordenadas tomado el plano en $z = 0$. Por simetría, el campo eléctrico sólo depende de z y es perpendicular al plano. Calculemos el campo en el punto $z\hat{k}$:

$$\begin{aligned}\vec{E} &= k\sigma \int_{-\infty}^{+\infty} dx' dy' \frac{(z\hat{k} - x'\hat{i} - y'\hat{j})}{(z^2 + x'^2 + y'^2)^{3/2}} = k\sigma z\hat{k} \int_{-\infty}^{+\infty} dx' dy' \frac{1}{(z^2 + x'^2 + y'^2)^{3/2}} \\ &= k\sigma z\hat{k} 2\pi \int_0^{\infty} dr \frac{r}{(r^2 + z^2)^{3/2}} = 2\pi k\sigma \operatorname{sgn}(z)\hat{k}\end{aligned}$$

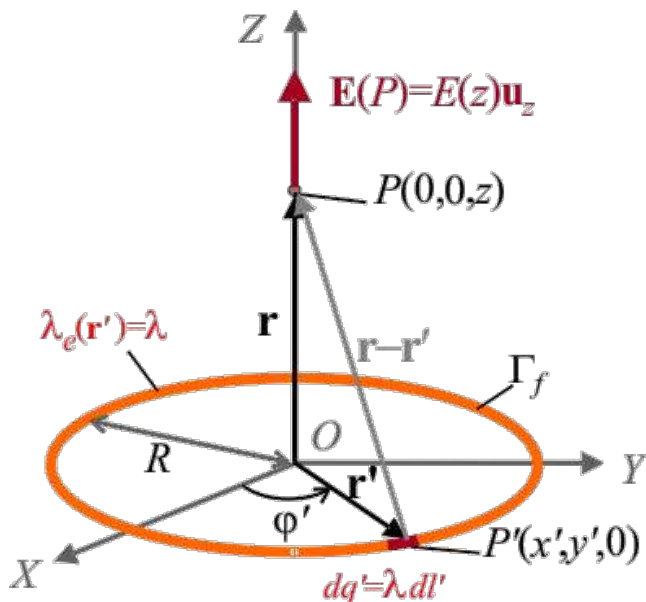


Ejercicio 1. Encuentre el campo eléctrico en todo el espacio debido a dos placas paralelas infinitas con cargas superficiales σ_1 y σ_2 . Use el principio de superposición.

Densidad de carga uniforme λ en un anillo de radio R . Encuentre el campo sobre el eje del anillo

Calculemos el campo en $z\hat{k}$. Por simetría el campo eléctrico está en la dirección \hat{k} .

$$\vec{E} = k\lambda R \int_0^{2\pi} d\theta \frac{(z\hat{k} - R\cos\theta\hat{i} - R\sin\theta\hat{j})}{(R^2 + z^2)^{3/2}} = 2\pi k\lambda R \frac{z}{(R^2 + z^2)^{3/2}} \hat{k}$$



Ejercicio: Una partícula de masa m y carga q se pone en presencia de un campo eléctrico uniforme \vec{E} . Si la partícula parte del reposo, describa su movimiento.

Elijamos los ejes coordenados de tal manera que $\vec{E} = E_0\hat{x}$.

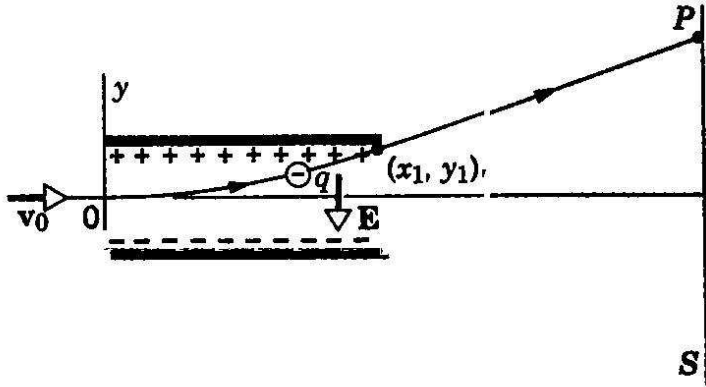
$$F_x = ma_x = qE_0 \quad a_x = \frac{qE_0}{m}$$

$$v_x = \frac{qE_0}{m}t + v_{0x} \quad v_{0x} = 0 \quad v_x = \frac{qE_0}{m}t$$

$$x = \frac{1}{2} \frac{qE_0}{m}t^2 + x_0$$

Las otras componentes de la velocidad y de la posición no cambian.

Ejercicio: (deflexión de un haz de electrones)



La figura muestra un electrón de masa m y carga e , proyectado con velocidad v_0 , perpendicular a un campo eléctrico uniforme E . Describa su movimiento.

$$\begin{aligned}
 m a_x &= 0 & v_x &= v_0 & x &= v_0 t + x_0 \\
 m a_y &= q E & v_y &= \frac{q E}{m} t & y &= \frac{1}{2} \frac{q E}{m} t^2 \\
 x_1 &= v_0 t_1 & y_1 &= \frac{1}{2} \frac{q E}{m} t_1^2 \\
 x_P &= x_1 + v_0 (t - t_1) & t &> t_1 \\
 y_P &= y_1 + \frac{q E}{m} t_1 (t - t_1) & t &> t_1
 \end{aligned}$$

Consideremos una carga puntual Q en $l\hat{n}$ y una carga $-Q$ en $-l\hat{n}$. Esta configuración se llama dipolo eléctrico. El campo eléctrico en \vec{x} es:

$$\vec{E}(\vec{x}) = kQ \frac{(\vec{x} - l\hat{n})}{|\vec{x} - l\hat{n}|^3} - kQ \frac{(\vec{x} + l\hat{n})}{|\vec{x} + l\hat{n}|^3}$$

$$|\vec{x} - l\hat{n}|^{-3} = (\vec{x}^2 - 2ln \cdot x + l^2)^{-3/2} \simeq$$

$$|\vec{x}|^{-3} \left(1 + 3l \frac{n \cdot x}{|\vec{x}|^2} \right), l \ll |\vec{x}|$$

$$\vec{E}(\vec{x}) = kQ |\vec{x}|^{-3} \left[(\vec{x} - l\hat{n}) \left(1 + 3l \frac{n \cdot x}{|\vec{x}|^2} \right) - (\vec{x} + l\hat{n}) \left(1 - 3l \frac{n \cdot x}{|\vec{x}|^2} \right) \right] =$$

$$kQ |\vec{x}|^{-3} \left[\vec{x} - l\hat{n} + 3l \frac{n \cdot x}{|\vec{x}|^2} \vec{x} - \vec{x} - l\hat{n} + 3l \frac{n \cdot x}{|\vec{x}|^2} \vec{x} \right] = kQ |\vec{x}|^{-3} \left[-2l\hat{n} + 6l \frac{n \cdot x}{|\vec{x}|^2} \vec{x} \right]$$

Introduciendo el momento dipolar eléctrico $\vec{p} = 2lQ\hat{n}$, tenemos

$$\vec{E}(\vec{x}) = k |\vec{x}|^{-3} \left[-\vec{p} + 3 \frac{\vec{p} \cdot \vec{x}}{|\vec{x}|^2} \vec{x} \right], l \ll |\vec{x}|$$

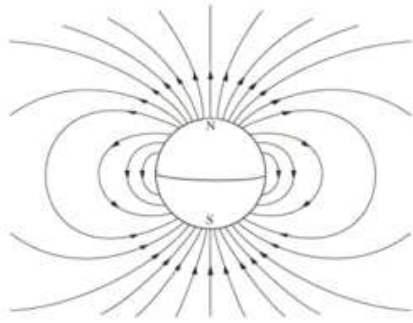


Figura 11. Líneas de campo de un dipolo eléctrico

Estudiamos un dipolo eléctrico en presencia de un campo eléctrico uniforme \vec{E} .

1. Fuerza sobre el dipolo: $\vec{F} = Q\vec{E} - Q\vec{E} = \vec{0}$

2. Torque sobre el dipolo

$$\vec{\tau} = a\hat{n} \times Q\vec{E} + (-a\hat{n}) \times (-Q)\vec{E} = 2aQ\hat{n} \times \vec{E} = \vec{p} \times \vec{E}$$

3. Energía potencial rotacional

$$U(\theta) = \int_{\pi/2}^{\theta} d\alpha \tau(\alpha) = \int_{\pi/2}^{\theta} d\alpha p E \sin \alpha = -pE \cos \theta = -\vec{p} \cdot \vec{E}$$

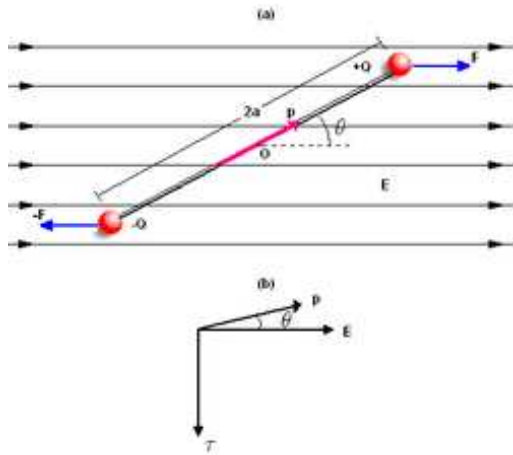


Figura 12.

El momento dipolar de una molécula de agua (H_2O) es $p = 6.17 \times 10^{-30} Cm$. Considere una molécula de agua situada en el origen con su momento dipolar en la dirección \hat{x} . Un ión de Cloro (Cl^-) de carga $q = -1.6 \times 10^{-19} C$ está en $x = 3 \times 10^{-9} m$.

- Encontrar la fuerza eléctrica ejercida por la molécula de agua sobre el ión.
- Es esta fuerza repulsiva o atractiva?

La distancia entre las cargas del dipolo es mucho menor que x .

a)

$$\vec{F}(\vec{x}) = kq|\vec{x}|^{-3} \left[-\vec{p} + 3\frac{\vec{p} \cdot \vec{x}}{|\vec{x}|^2} \vec{x} \right] = \hat{x} \frac{kq}{x^3} (-p + 3p) = \hat{x} \frac{2kqp}{x^3} = -6.58 \times 10^{-13} N \hat{x}$$

b) La fuerza es atractiva.