

Circuitos de Corriente Continua: La Dirección de la corriente no cambia con el tiempo.

De la ley de Ohm: Entre los extremos de una resistencia R hay una diferencia de potencial V en la dirección contraria a la corriente, dada por $V = IR$.

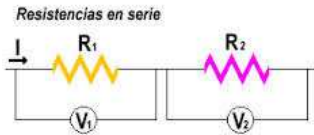


Figura 1.

$$V = V_1 + V_2 = I(R_1 + R_2) = IR$$

Resistencias en serie: $R_{es} = R_1 + R_2$

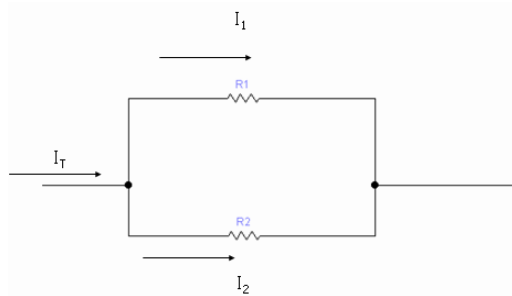
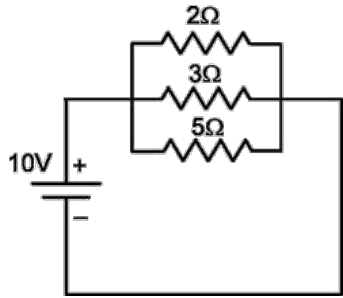


Figura 2.

$$I = I_1 + I_2 = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} = \frac{V}{R_{ef}}$$

Resistencias en paralelo: $\frac{1}{R_{ep}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$

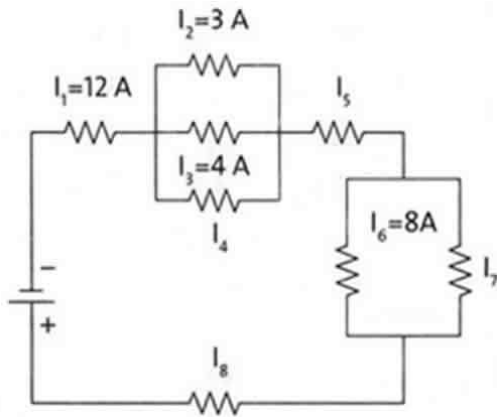
Ejercicios



$$R^{-1} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} = \frac{31}{30}$$

$$R = \frac{30}{31}\Omega, I = \frac{31}{3}A, I_2 = 5A, I_3 = \frac{10}{3}A, I_5 = 2A$$

La corriente va del polo positivo al polo negativo de la batería.



$$I_4 = 12 - 3 - 4 = 5A, I_5 = I_1 = 12A, I_7 = 12 - 8 = 4A, I_8 = I_5 = 12A$$

$$4R_3 = 3R_2; R_3 = \frac{3}{4}R_2$$

$$5R_4 = 3R_2; R_4 = \frac{3}{5}R_2$$

$$8R_6 = 4R_7; R_7 = 2R_6$$

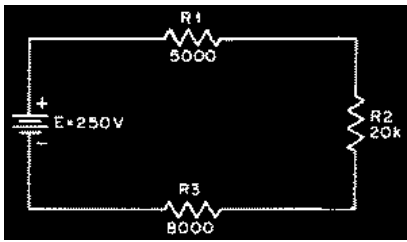
$$R_{234}^{-1} = R_2^{-1} + \frac{4}{3}R_2^{-1} + \frac{5}{3}R_2^{-1} = 4R_2^{-1}$$

$$R_{234} = \frac{1}{4}R_2$$

$$R_{67}^{-1} = R_6^{-1} + \frac{1}{2}R_6^{-1} = \frac{3}{2}R_6^{-1}$$

$$R_{67} = \frac{2}{3}R_6$$

$$-12\left(R_1 + \frac{R_2}{4} + R_5 + \frac{2R_6}{3} + R_8\right) + \varepsilon = 0$$



$$\mathcal{E} = (R_1 + R_2 + R_3)I$$
$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{1}{132}A$$

Maxima 5.28.0-2 <http://maxima.sourceforge.net>
using Lisp GNU Common Lisp (GCL) GCL 2.6.8 (a.k.a. GCL)
Distributed under the GNU Public License. See the file COPYING.
Dedicated to the memory of William Schelter.
The function `bug_report()` provides bug reporting information.

```
(%i1) numeric;
```

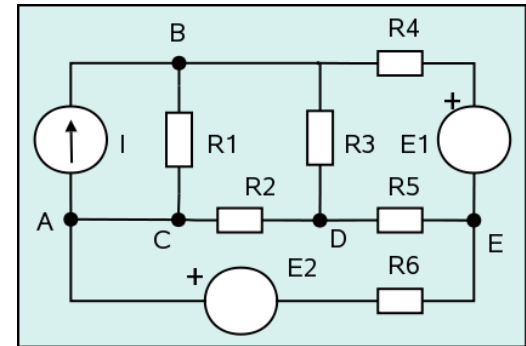
```
(%o1) numeric
```

```
(%i2) 250/33000
```

```
(%o2)  $\frac{1}{132}$ 
```

```
(%i3)
```

- **Nodo:** Punto de un circuito donde concurren más de dos conductores. A, B, C, D, E son nodos. Nótese que C no es considerado como un nuevo nodo, puesto que se puede considerar como un mismo nodo en A, ya que entre ellos no existe diferencia de potencial o tener tensión 0 ($V_A - V_C = 0$).
- **Lazo o Malla:** Cualquier camino cerrado en un circuito eléctrico.
- **Fuente:** Componente que se encarga de transformar algún tipo de energía en energía eléctrica. En el circuito de la figura 1 hay tres fuentes: una de intensidad, I, y dos de tensión, E1 y E2.
- **Conductor:** Comúnmente llamado cable; es un hilo de resistencia despreciable (idealmente



cero) que une los elementos para formar el circuito.

Figura 3.

- **Ley de corriente de Kirchhoff:** La suma algebraica de las corrientes que entran por un nodo es cero. $\sum_i I_i = 0$. Las corrientes que entran al nodo son positivas.

Las corrientes que salen del nodo son negativas.

- **Ley de tensiones de Kirchhoff:** La suma de las tensiones en un lazo o malla debe ser 0. $\sum V = 0$

Convención de signo: Al pasar a través de una fuente de - a +: $\Delta V = +\varepsilon$;

Al atravesar una resistencia R en la dirección de la corriente I : $\Delta V = -IR$

- **Ley de Ohm:** La tensión en una resistencia es igual al producto del valor de dicha resistencia por la corriente que fluye a través de ella.

La ley de corriente se deduce de la ley de conservación de la carga eléctrica.

La ley de tensiones proviene del hecho que la fuerza electrostática es conservativa:

$$\oint_C d\vec{x} \cdot \vec{E} = 0$$

1. Marque todos los **nodos** en el circuito. Seleccione arbitrariamente cualquier nodo como de referencia.
2. Defina una variable de tensión para todos los nodos restantes. Estas variables de tensión deben definirse como la tensión con respecto al nodo de referencia.
3. Escriba una ecuación aplicando Ley de corriente de Kirchhoff para cualquier nodo excepto el de referencia.
4. Resuelva el sistema de ecuaciones resultante.

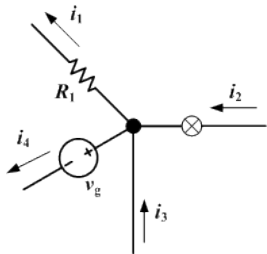


Figura 4.

1. Cuente el número de mallas existentes en el circuito. Asigne una corriente de malla a cada una de ellas.
2. Escriba una ecuación Ley de Tensiones de Kirchhoff para cualquier malla cuya corriente sea desconocida.
3. Resuelva las ecuaciones resultantes.

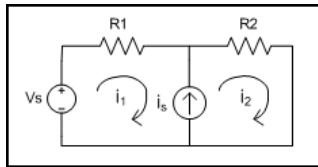
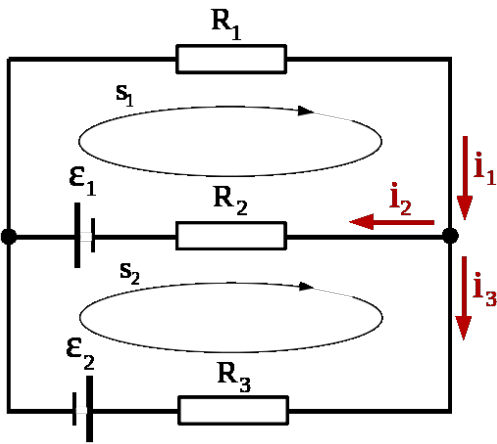


Figura 5.



$$-i_2 R_2 + \varepsilon_1 - i_1 R_1 = 0$$

$$-i_3 R_3 - \varepsilon_2 - \varepsilon_1 + i_2 R_2 = 0$$

$$i_1 = i_2 + i_3$$

$$i_1 = -\frac{\varepsilon_2 R_2 - \varepsilon_1 R_3}{R_2 (R_3 + R_1) + R_1 R_3}, \quad i_2 =$$

$$\frac{\varepsilon_1 R_3 + (\varepsilon_2 + \varepsilon_1) R_1}{R_2 (R_3 + R_1) + R_1 R_3}, \quad i_3 = -$$

$$\frac{\varepsilon_2 R_2 + (\varepsilon_2 + \varepsilon_1) R_1}{R_2 (R_3 + R_1) + R_1 R_3}$$

Maxima 5.28.0-2 <http://maxima.sourceforge.net>

using Lisp GNU Common Lisp (GCL) GCL 2.6.8 (a.k.a. GCL)

Distributed under the GNU Public License. See the file COPYING.

Dedicated to the memory of William Schelter.

The function `bug_report()` provides bug reporting information.

```
(%i1) y1:-i[2]*R[2]+epsilon[1]-i[1]*R[1]=0;
```

```
(%o1) -i2 R2 - i1 R1 + epsilon1 = 0
```

```
(%i2) y2:-i[3]*R[3]-epsilon[2]-epsilon[1]+i[2]*R[2]=0;
```

```
(%o2) -i3 R3 + i2 R2 - epsilon2 - epsilon1 = 0
```

```
(%i6) y3:i[1]=i[2]+i[3];
```

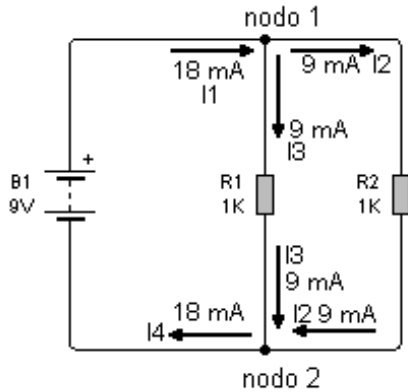
```
(%o6) i1 = i3 + i2
```



```
(%i7) solve([y1,y2,y3],[i[1],i[2],i[3]]);
```

$$(%o7) \left[\left[i_1 = -\frac{\varepsilon_2 R_2 - \varepsilon_1 R_3}{R_2 (R_3 + R_1) + R_1 R_3}, i_2 = \frac{\varepsilon_1 R_3 + R_1 (\varepsilon_2 + \varepsilon_1)}{R_2 (R_3 + R_1) + R_1 R_3}, i_3 = -\frac{\varepsilon_2 R_2 + R_1 (\varepsilon_2 + \varepsilon_1)}{R_2 (R_3 + R_1) + R_1 R_3} \right] \right]$$

```
(%i8)
```



$$I_1 = I_2 + I_3; \quad I_3 + I_2 = I_4$$

$$\mathcal{E} - I_3 R_1 = 0 \quad -I_2 R_2 + I_3 R_1 = 0$$

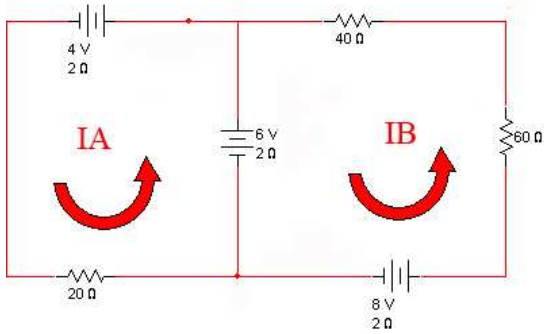
$$I_1 = \frac{\mathcal{E} R_2 + \mathcal{E} R_1}{R_1 R_2}, \quad I_2 = \frac{\mathcal{E}}{R_2}, \quad I_3 = \frac{\mathcal{E}}{R_1}, \quad I_4 =$$

$$\frac{\mathcal{E} R_2 + \mathcal{E} R_1}{R_1 R_2}$$

$$R_1 = 1k\Omega; R_2 = 1k\Omega \quad \mathcal{E} = 9V$$

$$I_1 = 18\text{mA}; I_2 = 9\text{mA}; I_3 = 9\text{mA};$$

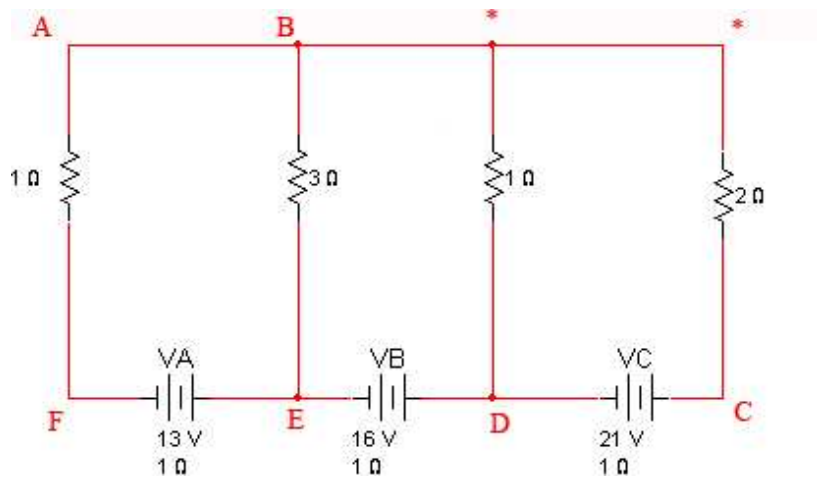
$$I_4 = 18\text{mA}$$



$$-20I_A - 2(I_A - I_B) + 6 - 2I_A - 4 = 0$$

$$8 - 2I_B - 60I_B - 40I_B - 6 - 2(I_B - I_A) = 0$$

$$I_A = \frac{53}{623}A; I_B = \frac{13}{623}A$$



$$-i_1 - 3(i_1 - i_2) - i_1 - 18 = 0$$

$$-i_2 - 16 - 3(i_2 - i_1) - (i_2 - i_3) = 0$$

$$-2i_3 - i_3 - 21 - (i_3 - i_2) = 0$$

$$i_1 = -\frac{597}{59}A, i_2 = -\frac{641}{59}A, i_3 = -\frac{470}{59}A$$

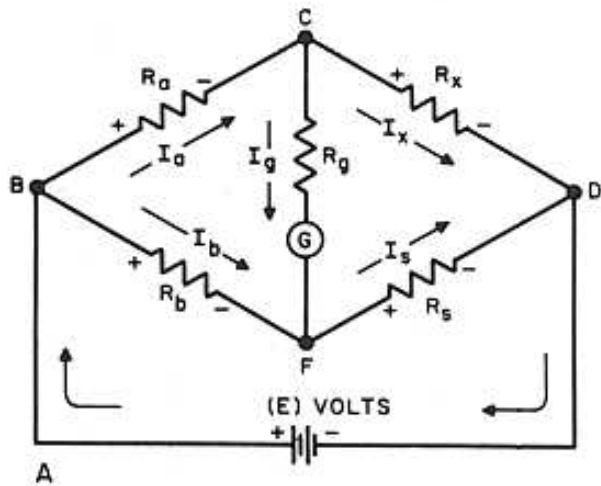
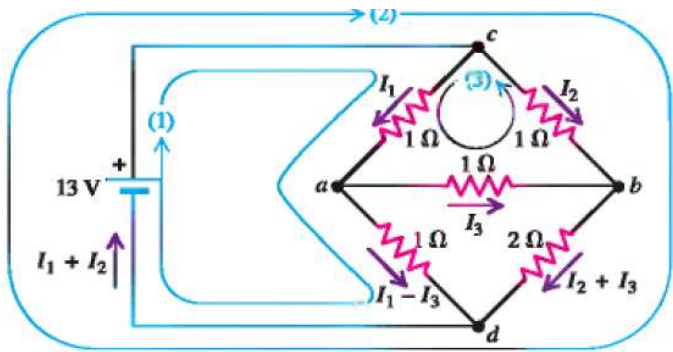


Fig. 1-14. El puente de Wheatstone (Problema 52).

$$\begin{aligned}
 -R_a i_1 - R_g(i_1 - i_2) - (i_1 - i_3)R_b &= 0 & I_a = i_1; I_x = i_2 \\
 -R_x i_2 - R_S(i_2 - i_3) - R_g(i_2 - i_1) &= 0 & I_g = i_1 - i_2; I_S = i_3 - i_2 \\
 R_b(i_3 - i_2) - R_S(i_3 - i_2) + E &= 0 & I_b = i_3 - i_1
 \end{aligned}$$

$$i_1 = \frac{R_b (E R_S + E R_x) + R_g (E R_S + E R_b)}{R_g (-R_x R_S - R_a R_S + R_b (R_x + R_a)) + R_b (R_a R_x - R_x R_S) - R_a R_x R_S + R_b^2 R_x}, i_2 = \frac{R_g (E R_S + E R_b) + E R_b R_S + E R_a R_S}{R_g (-R_x R_S - R_a R_S + R_b (R_x + R_a)) + R_b (R_a R_x - R_x R_S) - R_a R_x R_S + R_b^2 R_x}$$

$$\frac{R_g (E R_S + E R_x + E R_b + E R_a) + R_b (E R_S + E R_x) + R_a (E R_S + E R_x)}{R_g (-R_x R_S - R_a R_S + R_b (R_x + R_a)) + R_b (R_a R_x - R_x R_S) - R_a R_x R_S + R_b^2 R_x}$$



$$13 - I_1 - (I_1 - I_3) = 0$$

$$-I_2 + I_3 + I_1 = 0$$

$$I_3 + 2(I_2 + I_3) - (I_1 - I_3) = 0$$

$$I_1 = 6, I_2 = 5, I_3 = -1$$

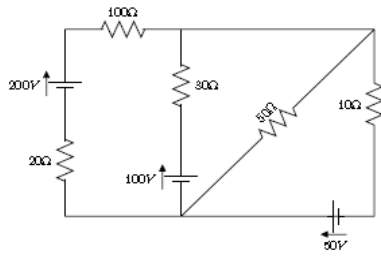


Figura 6.

Resuelva el circuito de la Fig. 6.

Usaremos el método de las mallas:

$$-20i_1 + 200 - 100i_1 - 30(i_1 - i_2) - 100 = 0$$

$$-50(i_2 - i_3) + 100 - 30(i_2 - i_1) = 0$$

$$50(i_3 - i_2) - 10i_3 + 50 = 0$$

$$i_1 = \frac{5}{3}, i_2 = 5; i_3 = 5$$

Las corrientes son:

$$I_{20} = i_1 = \frac{5}{3}$$

$$I_{100} = i_1 = \frac{5}{3}$$

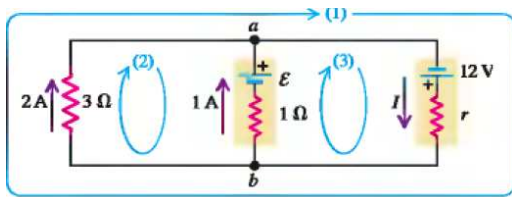
$$I_{30} = i_1 - i_2 = \frac{5}{3} - 5 = -\frac{10}{3}$$

$$I_{50} = i_2 - i_3 = 0$$

$$I_{10} = i_3 = 5$$

Carga de una batería

En la figura una batería de 12V y resistencia interna desconocida r , se utiliza para cargar una batería de fem desconocida ε y resistencia interna 1Ω . La batería de 12 V está conectada también a una ampolleta de control de 3Ω . Las corrientes son las indicadas en la figura. Encontrar ε, I, r y la potencia disipada por cada componente del circuito.



$$-1 + \varepsilon + 12 - Ir = 0, Ir = 6$$

$$I = 3A, r = 2A$$

$$-6 - \varepsilon + 1 = 0; \varepsilon = -5V$$

Potencia gastada por la batería de 12V: $12I = 36W$

Potencia gastada por la batería de εV : $-5W$. Esta batería se está cargando.

Potencia disipada en la ampolleta: $I^2R = 12W$

Un galvanómetro es un aparato que se emplea para indicar el paso de pequeñas corrientes eléctricas por un circuito y para la medida precisa de su intensidad. Su funcionamiento se basa en fenómenos magnéticos.

El galvanómetro consta de una aguja indicadora, unida mediante un resorte espiral, al eje de rotación de una bobina rectangular plana, que está suspendida entre los polos opuestos de un imán permanente.

En el interior de la bobina se coloca un núcleo de hierro dulce, con el fin de concentrar en ella las líneas de inducción magnética.

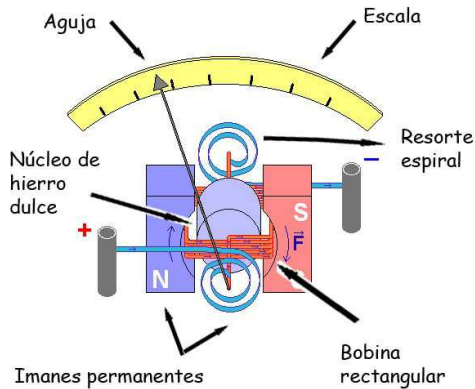


Figura 7. Galvanómetro

un campo magnético uniforme, creado por el imán fijo, cuando circula corriente por ella, se produce un torque sobre la bobina que hace que rote, arrastrando consigo a la aguja unida a su eje.

La aguja se mueve e indica en una escala, la intensidad de corriente que atraviesa la bobina. El resorte espiral permite que la aguja vuelva a su posición original, una vez que se interrumpe el paso de la corriente.

Al estar la bobina sumergida en el interior de

Amperímetro

Un **amperímetro** es un instrumento que se utiliza para medir la **intensidad de corriente** que está circulando por un **circuito eléctrico**. Un microamperímetro está calibrado en millonésimas de amperio y un miliamperímetro en milésimas de amperio.

En términos generales, el amperímetro es un simple **galvanómetro** (instrumento para detectar pequeñas cantidades de corriente), con una resistencia en paralelo, llamada "resistencia shunt". Disponiendo de una gama de resistencias *shunt*, se puede disponer de un amperímetro con varios rangos o intervalos de medición. Los amperímetros tienen una resistencia interna muy pequeña, por debajo de 1 **ohmio**, con

la finalidad de que su presencia no disminuya la corriente a medir cuando se conecta a un **circuito eléctrico**.

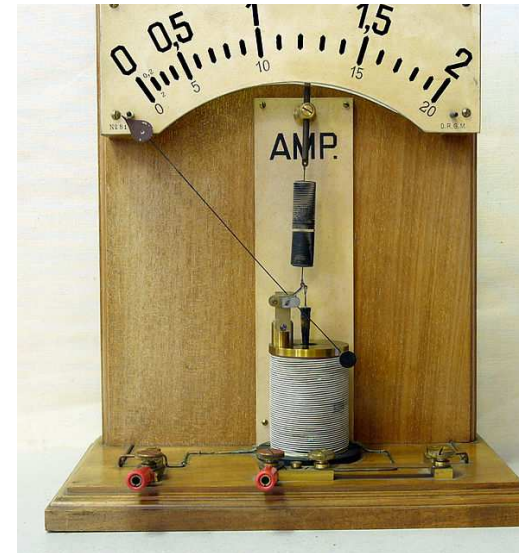


Figura 8.

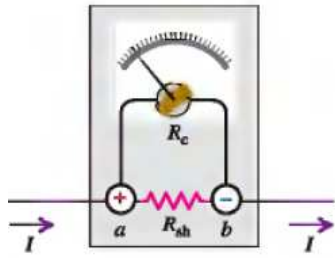


Figura 9.

Amperímetro

Un **voltímetro** es un instrumento que sirve para medir la **diferencia de potencial** entre dos puntos de un **circuito eléctrico**.

Para efectuar la medida de la diferencia de potencial el voltímetro ha de colocarse **en paralelo**; esto es, en derivación sobre los puntos entre los que tratamos de efectuar la medida. Esto nos lleva a que el voltímetro debe poseer una **resistencia** interna lo más alta posible, a fin de que no produzca un consumo apreciable, lo que daría lugar a una medida errónea de la tensión. Para ello, en el caso de instrumentos basados en los efectos electromagnéticos de la corriente eléctrica, estarán dotados de bobinas de hilo muy fino

y con muchas espiras, con lo que con poca **intensidad de corriente** a través del aparato se consigue el **momento** necesario para el desplazamiento de la aguja indicadora.

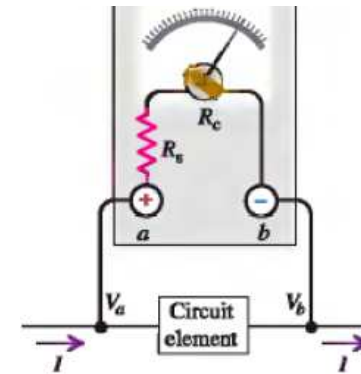


Figura 10. Conexión de un voltímetro en un circuito.

Un **óhmetro**, **Ohmnímetro**, u **Ohmniómetro** es un instrumento para medir la **resistencia eléctrica**.

El diseño de un óhmnimetro se compone de una pequeña **batería** para aplicar un **voltaje** a la resistencia bajo medida, para luego, mediante un **galvanómetro**, medir la **corriente** que circula a través de la resistencia.

La escala del galvanómetro está calibrada directamente en **ohmios**, ya que en aplicación de la **ley de Ohm**, al ser el voltaje de la batería fijo, la intensidad circulante a través del galvanómetro sólo va a depender del valor de la resistencia bajo medida, esto es, a menor resistencia mayor intensidad de

corriente y viceversa.

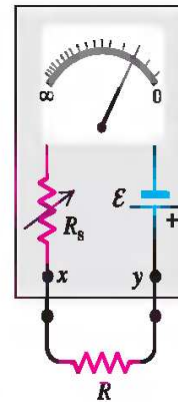


Figura 11.

La resistencia R_s es variable. Primero se conecta x con y ($R = 0$) y se varía la resistencia R_s hasta que el instrumento marque 0. Luego se mide R .

El **potenciómetro** original es un tipo de puente de circuito para medir voltajes.

Se utiliza para medir voltajes debajo de 1,5 V. En este circuito, la **tensión** desconocida está conectada a través de una sección del alambre de la resistencia, los extremos de la cual están conectados con una **célula electroquímica** estándar que proporciona una corriente constante a través del alambre, la fem desconocida, en serie con un **galvanómetro**, entonces se conecta a través de una sección de longitud variable del alambre de la resistencia usando un contacto que se desliza. El contacto que se desliza se mueve hasta que ninguna corriente fluya dentro o fuera de la célula estándar, según lo indicado por un galvanómetro en serie con la fem desconocida. El voltaje a través de la sección seleccionada del alambre es entonces igual al voltaje desconocido.

Todo lo que queda es calcular el voltaje desconocido de la corriente y de la fracción de la longitud del alambre de la resistencia que fue conectado con la fem desconocida. Cuando el galvanómetro lee cero, no se saca ninguna corriente de la fuerza electromotriz desconocida y es así que la lectura es independiente de la resistencia interna de la fuente. $\mathcal{E}_2 = IR_{cb}$

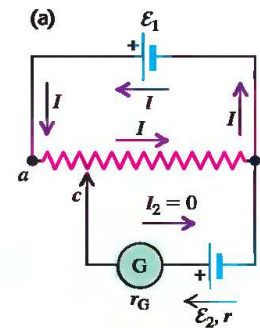


Figura 12.



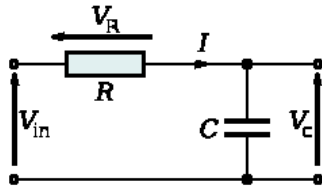


Figura 13. Circuito en serie R-C

El circuito RC más simple que existe consiste en un condensador y una resistencia en serie. Cuando un circuito consiste solo de un condensador cargado y una resistencia, el condensador descargará su energía almacenada a través de la resistencia. La tensión o diferencia de potencial eléctrico a través del condensador, que depende del tiempo, puede hallarse utilizando la ley de Kirchhoff de la corriente, donde la corriente a través del condensador debe ser igual a

la corriente a través de la resistencia. Esto resulta en la ecuación diferencial lineal:

$$C \frac{dV}{dt} + \frac{V}{R} = 0 .$$

Resolviendo esta ecuación para V se obtiene la fórmula de decaimiento exponencial:

$$V(t) = V_0 e^{-\frac{t}{RC}} ,$$

donde V_0 es la tensión o diferencia de potencial eléctrico entre las placas del condensador en el tiempo $t = 0$.

El tiempo requerido para el voltaje para caer hasta $\frac{V_0}{e}$ es denominado "constante de tiempo RC" y es dado por

$$\tau = RC .$$

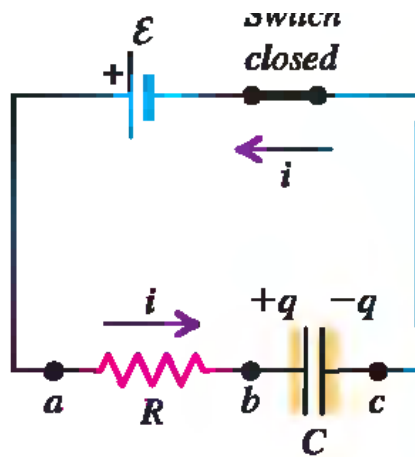


Figura 14.

$$q = CV; \quad i = C \frac{dV}{dt}; \quad \mathcal{E} - iR - V = 0; \quad \mathcal{E} - RC \frac{dV}{dt} - V = 0; \quad \int_{V_0}^V \frac{dV}{V - \mathcal{E}} = -\frac{t}{RC}$$

$$\ln \left(\frac{V - \mathcal{E}}{V_0 - \mathcal{E}} \right) = -\frac{t}{RC}; \quad V - \mathcal{E} = (V_0 - \mathcal{E}) e^{-\frac{t}{RC}};$$

$$V(t) = \mathcal{E} \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right)$$

$$q(t) = C\mathcal{E} \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right)$$

$$i(t) = \frac{\mathcal{E}}{R} e^{-\frac{t}{RC}}$$

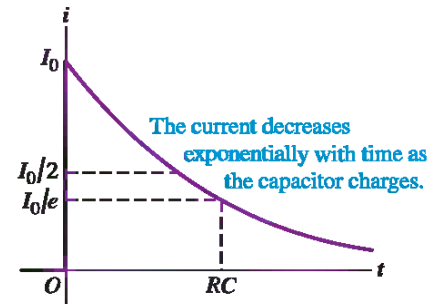


Figura 15.

- Lámparas, motores, televisores,... son siempre conectados en paralelo. Si estuviesen en serie, apagando uno de ellos, desconectaría todos los aparatos.

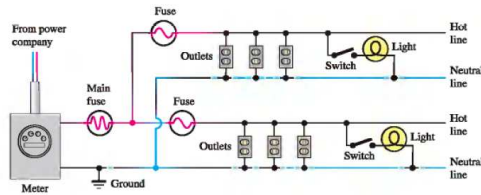


Figura 16.

Un lado de la línea, como se llama al par de conductores, es el lado neutral. El lado neutral está siempre conectado a tierra ($\Phi = 0$). El otro conductor es la línea caliente, mantenida a una diferencia de 220V con tierra.

Contacto entre la línea caliente y la neutral produce un **cortocircuito**. Esto corresponde a una conexión con muy baja resistencia. Por lo tanto fluye una corriente grande, que por efecto Joule, quemará el conductor.

Una tostadora de 1800 W(R_1), una sartén eléctrica de 1.3 kW(R_2) y una lámpara de 100W(R_3) están conectados al mismo circuito de 20A y 220V.

Encuentre la corriente que pasa por cada aparato y su resistencia.

Como están conectados al mismo circuito están en paralelo. Por lo tanto V es común a todos.

La potencia es $P = \frac{V^2}{R}$, $R = \frac{V^2}{P}$, $I = \frac{V}{R} = \frac{P}{V}$

$$R_1 = \frac{220^2}{1800} = 26.89 \Omega \quad I_1 = \frac{220}{26.89} = 8.18 A$$

$$R_2 = \frac{220^2}{1300} = 37.23 \Omega \quad I_2 = \frac{220}{37.23} = 5.91 A$$

$$R_3 = \frac{220^2}{100} = 484 \Omega \quad I_3 = \frac{220}{484} = 0.45 A$$

La corriente total que pasa por el circuito es:

$$I = I_1 + I_2 + I_3 = 14.54 A$$

El fusible de 20 A no se quemará.