FIS1533

Interrogación N^o 3

Miércoles 29 de Octubre , 18:30 a 21:00 hs

Nombre completo: __________________________ Sección: ____

Buenas	Malas	Blancas	Nota

Instrucciones para la primera parte

- Marque con X el casillero correspondiente a la respuesta que considere correcta (**es obligatorio usar lápiz pasta**).
- Puede usar calculadora.
- **NOTA:**$\boldsymbol{\mu_0 = \frac{1}{\epsilon_0\, c^2}}$

  Aquí μ_0 es la permeabilidad del vacío, ε_0 es la permitividad del vacío y c es la velocidad de la luz en el vacío.

	a	b	c	d	e
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					
10					
11					
12					
13					
14					
15					
16					
17					
18					

Problema 1. Se tienen dos bobinas largas de largos L_1 y L_2 ($L_2 < L_1$) y áreas transversales A_1 y A_2 ($A_2 < A_1$) ubicadas como muestra la figura 1 (las bobinas no están conectadas directamente). La bobina 1 está conectada a una fuente de corriente $I = I_0 \cos(\omega t)$. La bobina 2 está al interior de la bobina 1 y se conecta a un voltímetro V. Las bobinas tienen N_1 y N_2 vueltas respectivamente. Calcule el voltaje medido por el voltímetro (como función del tiempo).

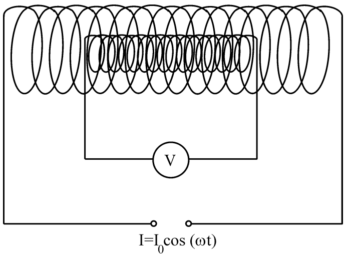

Figura 1.

a) $V = \mu_0 \, A_2 \, N_1 \, L_1^{-1} \, I_0 \, \omega \sin(\omega \, t)$

b) $V = \mu_0 \, A_2 \, N_1 \, N_2 \, L_1^{-1} \, I_0 \, \omega \sin(\omega \, t)$ X

c) $V = -\mu_0 \, A_2 \, N_1 \, N_2 \, L_1^{-1} \, I_0 \cos(\omega \, t)$

d) $V = -\mu_0 \, A_2 \, N_1 \, L_1^{-1} \, I_0 \cos(\omega \, t)$

e) Ninguna de las anteriores.

Sol:

$$B = \frac{N_1}{L_1}\mu_0 I \qquad \Phi_2 = \frac{N_1 N_2}{L_1}\mu_0 I A_2$$

$$V = \frac{N_1 N_2}{L_1}\mu_0 I_0 \, A_2 \, \omega \mathrm{sen}(\omega t)$$

Problema 2. Sodio en particular es un conductor donde la teoría clásica del efecto Hall, como la vimos en clase, nos da resultados aproximadamente correctos. Considere un segmento conductor de sodio de espesor b = 1 mm y anchura a = 2 mm, como se muestra en la figura 2. El conductor porta una corriente constante de I = -1 A y está colocado en un campo magnético uniforme de B = 1 T perpendicular al plano a-c. En consecuencia se produce un voltaje Hall de -0,25 μV. Determine la concentración de los electrones libres en el sodio.

Recuerde que $e = -1.6 \times 10^{-19} C$

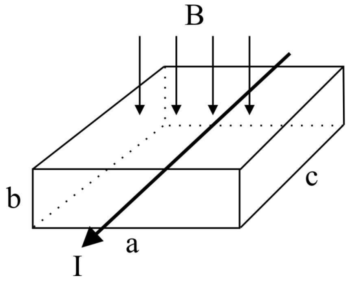

Figura 2.

a) $n = 2,0 \times 10^{28}\text{m}^{-3}$
b) $n = 2,0 \times 10^{-28}\text{m}^{-3}$
c) $n = 1,25 \times 10^{28}\text{m}^{-3}$
d) $n = 2,5 \times 10^{28}\text{m}^{-3} X$
e) Ninguna de las anteriores.

Sol:$qE = qvB$

$$V = vBa \quad I = envab \quad V = Ba\frac{I}{enab} = \frac{IB}{enb}$$

$$n = \frac{IB}{eVb} = \frac{1}{1.6 \times 10^{-19} \times 0.25 \times 10^{-6} \times 10^{-3}} = 2.5 \times 10^{28} m^{-3}$$

Dos rieles horizontales y paralelos separados por una distancia l están conectados por una resistencia R, como se muestra en la figura 3. Sugonga que cada uno de los rieles tiene una resistencia λ por unidad de largo. Una barra metálica, MN, de resistencia despreciable se puede deslizar sin fricción sobre los dos rieles. Existe además un campo magnético B uniforme, perpendicular al plano del papel, que apunta hacia dentro. Suponga que la barra se mueve hacia la derecha con una velocidad v (no necesariamente constante). De tal forma que **la corriente I en el circuito permanece constante en el tiempo.**

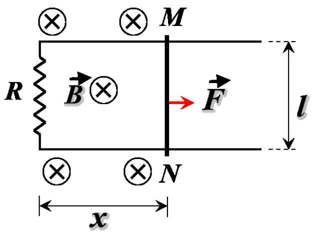

Figura 3.

Problema 3. Cuál de las siguientes es la magnitud y dirección de la corriente inducida en la barra.

a) $I = \frac{Blv}{2\lambda x}$ y la dirección es de N a M.

b) $I = \frac{RBlv}{2\lambda x}$ y la dirección es de N a M.

c) $I = \frac{Blv}{2\lambda x}$ y la dirección es de M a N.

d) $I = \frac{Blv}{R+2\lambda x}$ y la dirección es de N a M.X

e) Ninguna de las anteriores.

Sol:

$$\varepsilon = Blv \quad I = \frac{Blv}{R+2\lambda x}$$

Problema 4. Cuál de las siguientes es la aceleración de la barra en función de la distancia x.

a) $a = \frac{2I^2\lambda(R+2\lambda x)}{B^2l^2}$ X

b) $a = \frac{2I\lambda(R+2x)}{B^2l^2}$

c) $a = \frac{2I^2\lambda}{B^2l^2}$

d) $a = \frac{2I^2\lambda(R+\lambda x)}{B^2l^2}$

e) Ninguna de las anteriores.

Sol:

$$
\begin{aligned}
I &= \frac{Blv}{R+2\lambda x} \\
Bl\,\dot{v} &= 2\lambda I v \\
v &= v_0 \exp\left(\frac{2\lambda I}{Bl}t\right) \\
\dot{v} = \frac{2\lambda I}{Bl}\frac{I}{Bl}(R+2\lambda x) &= \frac{2\lambda I^2}{B^2l^2}(R+2\lambda x)
\end{aligned}
$$

Problema 5. Calcule la potencia disipada en el circuito. a es la aceleración de la barra.

a) $P = \frac{aB^2l^2}{\lambda}$

b) $P = \frac{aB^2l^2}{2\lambda}$X

c) $P = \frac{aB^2l^3}{2\lambda l + R}$

d) $P = \frac{aB^2l^3}{2(\lambda l + R)}$

e) Ninguna de las anteriores.

Sol:

$$P = I^2(R + 2\lambda x) = I^2 \frac{aB^2l^2}{2\lambda I^2} = \frac{aB^2l^2}{2\lambda}$$

Problema 6. Por un cable coaxial muy largo circula una corriente I con densidad constante en cada conductor. La corriente entra por el conductor interno y regresa por el externo. Ambos cables están separados por un material aislante de permeabilidad μ_0.

Determine el campo magnético en un punto b $<$ r $<$ c del eje r según indicado en la figura 4.

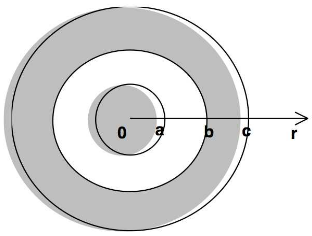

Figura 4.

a) μ_0 I (1 – (r^2-b^2)/(c^2-b^2)) / ($2\pi r$)X

b) μ_0 I / ($2\pi r$)

c) μ_0 I (1 – (r^2+b^2)/(c^2+b^2)) / ($2\pi r$)

d) 0

e) μ_0 I (1 – (r^2+b^2)/(c^2+b^2)) / (a+b)

Sol:

$$B\,2\pi r = \mu_0(I - j(\pi r^2 - \pi b^2)) \quad j = \frac{I}{\pi c^2 - \pi b^2}$$
$$B = \frac{\mu_0}{2\pi r} I \left(1 - \frac{r^2 - b^2}{c^2 - b^2} \right)$$

Problema 7. Una espira circular de radio R = 0.5 cm es colocada cerca a un alambre recto y largo según indica la figura 5. Una corriente (estacionaria) I = 2 A va de izquierda a derecha por el alambre recto. Si en la espira circular también hay una corriente estacionaria I_{esp}, cual debe ser su magnitud para que el campo magnético neto sea cero en el centro de la espira?

a) 0.42 A X

b) 0.1 A

c) 2 A

d) 2.5 A

e) 0.3 A

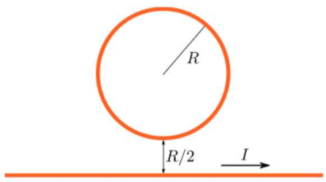

Figura 5.

Sol:

$$B_{\text{alambre}} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\hat{z} \quad \text{sale del plano}$$

$$B_{\text{espira}} = \frac{\mu_0}{2} I_{\text{esp}} R^2 (R^2 + 0^2)^{-3/2} = \frac{\mu_0}{2R} I_{\text{esp}}$$

$$I_{\text{esp}} = \frac{2RI}{2\pi 3R/2} = \frac{2RI}{\pi 3R} = \frac{10^{-2} \times 2}{3 \times 3.14 \times .5 \times 10^{-2}} A = .42A$$

Problema 8. Una esfera de radio R está cargada uniformemente con una densidad volumétrica de carga ρ constante. La esfera rota en torno a uno de sus diámetros con velocidad constante ω. Encuentre el campo magnético en el centro de la esfera.

El elemento de volumen en coordenadas esféricas es $dV = r^2 \text{sen}\,\theta dr d\theta d\phi$. Donde θ es el ángulo entre el vector de posición y el eje z y ϕ es el ángulo entre la proyección del vector de posición sobre el plano xy y el eje x.$0<\theta<\pi$,$0<\phi<2\pi$.

Indic.:El campo magnético de una espira sobre su eje es:$\vec{B} = \frac{\mu_0}{2} I a^2 (a^2+x^2)^{-3/2} \hat{x}$

a) $\vec{B}_0 = \frac{1}{3}\mu_0 \rho R^2 \vec{\omega}$ X

b) $\vec{B}_0 = \frac{2}{3}\mu_0 \rho R^2 \vec{\omega}$

c) $\vec{B}_0 = -\frac{1}{3}\mu_0 \rho R^2 \vec{\omega}$

d) $\vec{B}_0 = -\frac{2}{3}\mu_0 \rho R^2 \vec{\omega}$

e) $\vec{B}_0 = \frac{4}{3}\mu_0 \rho R^2 \vec{\omega}$

Sol: Campo de una espira sobre su eje:

$$B = \frac{\mu_0}{2} I a^2 (a^2+x^2)^{-3/2} \hat{x}$$

$$dB = \frac{\mu_0}{2} dI a^2 (a^2+x^2)^{-3/2} \qquad dI = 2\pi \frac{\rho}{2\pi}\, \omega r^2 d\theta\, \text{sen}\,\theta dr$$

$$a = r\,\text{sen}\,\theta \quad x = r\cos\theta$$

$$dB = \frac{\mu_0}{2} a^2 r^{-3} \frac{\rho}{2\pi}\; 2\pi\,\omega\, r^2 d\theta\ \text{sen}\ \theta\, dr = \frac{\mu_0}{2}\frac{\rho}{2\pi} 2\pi r \omega d\theta\, \text{sen}^3\theta dr = \frac{\mu_0}{4\pi}\rho \frac{R^2}{2}\omega \int_0^\pi d\theta\, \text{sen}^3\theta$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi}\rho\omega\frac{R^2}{2} 2\pi \int_{-1}^{1} dy(1-y^2) = \frac{\mu_0}{4\pi}\rho R^2 \frac{2}{3}\omega$$

$$B = \frac{1}{3}\rho R^2 \omega \hat{z} \mu_0$$

Problema 9. Calcule el campo magnético en todo el espacio producido por una lámina infinita de espesor despreciable, que coincide con el plano $y - z$. La lámina está hecha de cables rectilíneos paralelos al eje z. Cada cable lleva una corriente i en la dirección que indica la figura 6 . La densidad de cables en la dirección y es constante y vale n. Se define $I_y = in$

a) $\vec{B}(x) = \frac{\mu_0}{2} I_y \hat{y}$

b) $\vec{B}(x) = -\frac{\mu_0}{2} I_y \mathrm{sgn}(x) \hat{y}$

c) $\vec{B}(x) = -\frac{\mu_0}{2} I_y \hat{y}$

d) $\vec{B}(x) = \mu_0 I_y \hat{y}$

e) $\vec{B}(x) = \frac{\mu_0}{2} I_y \mathrm{sgn}(x) \hat{y}$ X

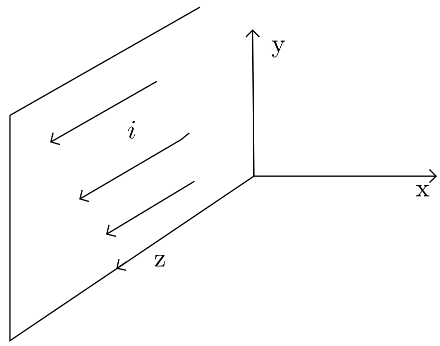

Figura 6.

Sol: Por simetría el campo sólo depende de la distancia x a la placa, para $x > 0$ apunta en la dirección $\hat{y}$. Para $x < 0$ apunta en la dirección $-\hat{y}$. Apliquemos la Ley de Ampere a un rectángulo $-L\hat{x}, L\hat{x}, L\hat{x} + L\hat{y}, -L\hat{x} + L\hat{y}$,

$$2B(L)L = \mu_0 I_y L$$
$$\vec{B}(x) = \frac{\mu_0}{2} I_y \mathrm{sgn}(x) \hat{y}$$

Problema 10. Un haz de electrones entra a una región del espacio en que existe un campo magnético uniforme $B\hat{z}$ perpendicular a la velocidad $\vec{v}$ de los electrones, como se indica en la figura 7. Es esta misma zona existe un campo eléctrico constante $E\hat{x}$. Al entrar a la zona $\vec{v} = v_0\hat{x}$. El ángulo θ de salida de los electrones es:

Indic:$\ddot{h} = -\alpha^2 h + \beta$ tiene por solución $h(t) = A\,\mathrm{sen}(\alpha t + \phi) + B$, con A, B constantes.

NOTA: TODOS TIENEN PUNTAJE 1 EN ESTE PROBLEMA.

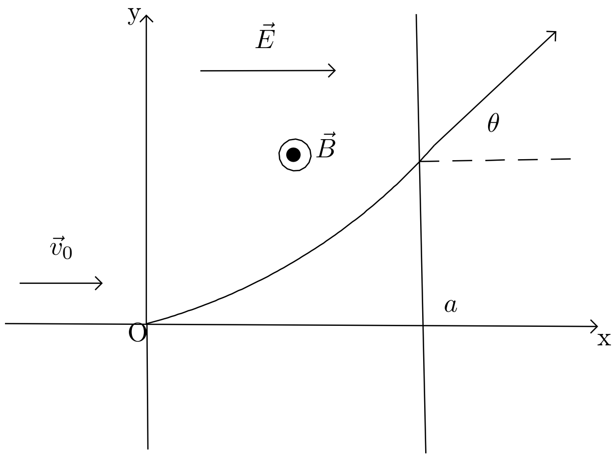

Figura 7.

Problema 11. Un alambre infinito con corriente I_1 (en el sentido del eje z) se encuentra en el eje z. Otro alambre con corriente I_2 paralelo al eje y, también infinito, se encuentra en el plano $x-y$ a una distancia d del eje y, como indica la figura 8. Entonces, la fuerza de I_1 sobre I_2 por unidad de largo es

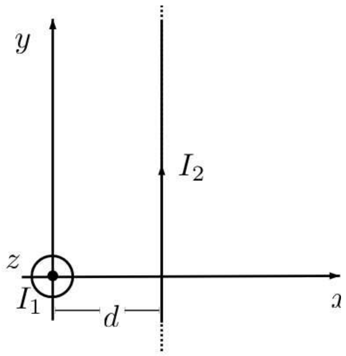

Figura 8.

(a) $\dfrac{d\vec{F}}{dy} = \dfrac{\mu_0 I_1 I_2}{4\pi} \dfrac{y}{d^2+y^2}\hat{z}$

(b) $\dfrac{d\vec{F}}{dy} = \dfrac{\mu_0 I_1 I_2}{4\pi} \dfrac{d}{d^2+y^2}\hat{z}$

(c) $\dfrac{d\vec{F}}{dy} = \dfrac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi} \dfrac{d}{d^2+y^2}\hat{z}$

(d) $\dfrac{d\vec{F}}{dy} = \dfrac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi} \dfrac{y}{d^2+y^2}\hat{z}$X

(e) Ninguna de las anteriores.

Sol: Campo magnético de la corriente I_1

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi\,(x^2+y^2)}(-y\,\hat{x} + x\,\hat{y})$$

$$d\vec{F} = I_2(dy\hat{y}) \times \frac{\mu_0 I_1}{2\pi\,(d^2+y^2)}(-y\,\hat{x} + d\,\hat{y}) = \frac{\mu_0 I_1 I_2\, y}{2\pi\,(d^2+y^2)}\hat{z}\,dy$$

Problema 12. Un cable largo, rectilíneo, colocado a lo largo del eje z, lleva una corriente I, en la dirección positiva de z. Se coloca un dipolo magnético $\vec{m} = m_0\hat{y}$, en el eje x a una distancia x_p del alambre.

El torque sobre $\vec{m}$ es:

a) $\vec{\tau} = \vec{0}$X

b) $\vec{\tau} = \frac{m_0 I}{2\pi x_p}\hat{z}$

c) $\vec{\tau} = \frac{m_0 I}{2\pi x_p}\hat{x}$

d) $\vec{\tau} = \frac{m_0 I}{2\pi x_p}\hat{y}$

e) $\vec{\tau} = -\frac{m_0 I}{2\pi x_p}\hat{x}$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\hat{\theta} \qquad \hat{\theta} = \frac{x\,\hat{y} - y\,\hat{x}}{\sqrt{x^2+y^2}}, r = \sqrt{x^2+y^2}$$

$$\vec{\tau} = \vec{m} \times \vec{B} \;\; = m_0\hat{y} \times \frac{\mu_0 I}{2\pi r} x_p \hat{y} = \vec{0}$$

Problema 13. Se tienen dos condensadores C_1 y C_2 con carga inicial $Q_1(0) = Q$ y $Q_2(0) = 0$. Los condensadores están conectados a una resistencia R como indica la figura 8. En el instante $t = 0$ se cierra el circuito. Suponga que $C_1 = C_2 = C$. La carga de C_2, $Q_2(t)$, satisface la ecuación diferencial

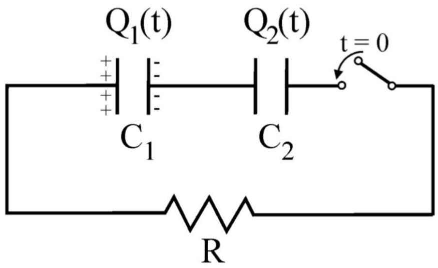

Figura 9.

(a) $\frac{d\,Q_2(t)}{d\,t} = \frac{Q - Q_2}{R\,C}$

(b) $\frac{d\,Q_2(t)}{d\,t} = \frac{Q + 2\,Q_2}{R\,C}$

(c) $\frac{d\,Q_2(t)}{d\,t} = \frac{Q + Q_2}{R\,C}$

(d) $\frac{d\,Q_2(t)}{d\,t} = \frac{Q - 2\,Q_2}{R\,C}$ X

(e) Ninguna de las anteriores.

Sol:Potenciales de izq a derecha:V_1, V_0, V_0, V_2.$V_1 - V_0 = Q_1/C_1$,$V_2 - V_0 = Q_2/C_2$

$$
\begin{aligned}
-\dot{Q}_1 &= i = \dot{Q}_2 \\
Q &= Q_1 + Q_2 = \\
V_1 - V_0 &= Q_1/C_1 \qquad V_2 - V_0 = Q_2/C_2 \\
V = V_1 - V_2 = Q_1/C_1 + V_0 - Q_2/C_2 - V_0 &= Q_1/C_1 - Q_2/C_2 \qquad C_1 = C_2 = C \\
i\,R &= \frac{Q_1 - Q_2}{C} \quad \dot{Q}_2 = \frac{Q_1 - Q_2}{RC} = \frac{Q - 2Q_2}{RC}
\end{aligned}
$$

Problema 14. Se tienen dos condensadores C_1 y C_2 con carga inicial $Q_1(0) = Q$ y $Q_2(0) = 0$. Los condensadores están conectados a una resistencia R como indica la figura 8. En el instante $t = 0$ se cierra el circuito. Suponga que $C_1 = C_2 = C$.La carga de C_2, $Q_2(t)$, está dada por

(a). $Q_2(t) = Q\,(1 - e^{-t/(RC)})$

(b). $Q_2(t) = \frac{Q}{2}\,(1 + e^{-2t/(RC)})$

(c). $Q_2(t) = \frac{Q}{2}\,(1 + e^{-t/(RC)})$

(d). $Q_2(t) = \frac{Q}{2}\,(1 - e^{-2t/(RC)})$X

(e). Ninguna de las anteriores.

Sol:

$$\dot{Q}_2 = \frac{Q - 2Q_2}{RC}$$

$$Q_2 = Ae^{-2t/\mathrm{RC}} + B$$

$$-\frac{2}{RC}Ae^{-2t/\mathrm{RC}} = \frac{Q}{RC} - \frac{2}{RC}(Ae^{-2t/\mathrm{RC}} + B)$$

$$B = \frac{Q}{2} \qquad A = -B$$

$$Q_2 = \frac{Q}{2}\left(1 - e^{-\frac{2t}{RC}}\right)$$

Problema 15. Se tiene un cascarón semi-esférico (sin tapa) de radio R a través del cual fluye un campo magnético $\vec{B} = B_0\,(\hat{x} + \frac{1}{2}\hat{y})$, como indica la figura. Entonces, el flujo magnético

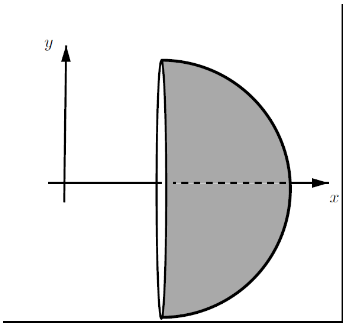

Figura 10.

(a). $\Phi = \dfrac{2\,\pi\,R^2}{3}\,B_0$

(b). $\Phi = 2\,\pi\,R^2\,B_0$

(c). $\Phi = 0$

(d). $\Phi = \dfrac{\pi\,R^2}{2}\,B_0$

(e). Ninguna de las anteriores.X

Sol:

$$\oint_S B.n\,dS = 0 \quad \nabla.B = 0$$

$$\int_S B.n\,dS = -\text{flujo en la tapa con la normal hacia afuera.}$$

$$\Phi_{\text{tapa}} = -\pi R^2 B_0$$

$$\int_S B.n\,dS = \pi R^2 B_0$$

Problema 16. Se realiza un experimento con rayos de partículas cargadas que inciden en un campo magnético uniforme de magnitud $B_0 = 0.5\,T$ (ver figura 11). Se sabe que las partículas inciden con una velocidad de $0.5 \times 10^6\ m/s$. Suponga que, al entrar a la zona de $B \neq 0$, las partículas describen una orbita semi-circular de radio $R = 1.5\ m$. Despreciando efectos de gravedad podemos deducir que la razón carga/masa es

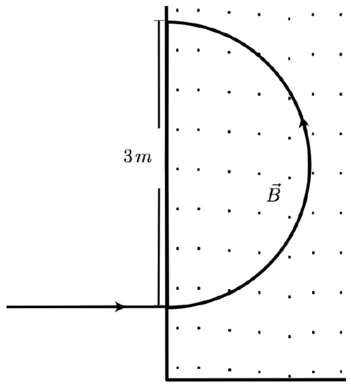

Figura 11.

(a) $q/m = 1/3 \times 10^6\, C/Kg$

(b) $q/m = 3/4 \times 10^6\, C/Kg$

(c) $q/m = -2/3 \times 10^6\, C/Kg$X

(d) $q/m = -3/4 \times 10^6\, C/Kg$

(e) Ninguna de las anteriores.

Sol:

$$qvB = mv^2/R \quad \frac{q}{m} = \frac{v}{BR} = \frac{0.5 \times 10^6}{0.5 \times 1.5} = \frac{2}{3} \times 10^6 C/\mathrm{kg}$$

Problema 17. Se tiene un alambre muy largo (infinito) por el cual fluye una corriente $I(t) = I_0 \cos(\omega t)$. Entonces la magnitud del voltaje inducido en la espira (cuyas dimensiones se indican en la figura) es

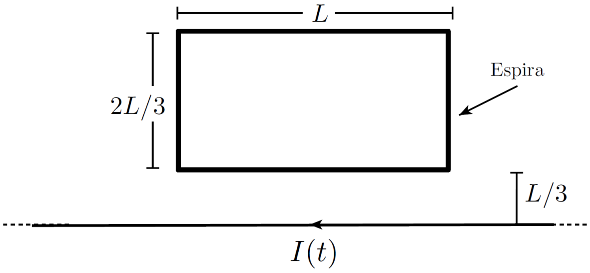

Figura 12.

(a) $\mathcal{E} = \dfrac{\mu_0 I_0 \omega L}{2\pi} \sin(\omega t)$

(b) $\mathcal{E} = \dfrac{\mu_0 I_0 \omega L}{2\pi} \ln(2) \sin(\omega t)$

(c) $\mathcal{E} = \dfrac{\mu_0 I_0 \omega L}{4\pi} \ln(3) \sin(\omega t)$

(d) $\mathcal{E} = \dfrac{\mu_0 I_0 \omega L}{\pi} \ln(2) \sin(\omega t)$

(e) $\mathcal{E} = \dfrac{\mu_0 I_0 \omega L}{2\pi} \ln(3) \sin(\omega t)$X

Sol:

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi r} I \qquad \Phi = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \int \frac{dx}{x}\, dy = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \ln(3) L$$

$$\varepsilon = \frac{\mu_0 I_0}{2\pi} \ln(3) L\omega \,\mathrm{sen}(\omega t)$$

Problema 18. Una bobina circular de N vueltas y radio R es ubicada sobre un campo magnético externo(figura 13), El campo es oscilatorio, cuya magnitud viene dada por:

$$B(r,t) = B_0\left(1 - \frac{r}{2\,R}\right)\cos(\omega\,t)$$

donde r es la distancia radial medida desde el centro de la bobina.

Si el campo es dirigido perpendicularmente al plano de la bobina, determinar el voltaje inducido en ésta.

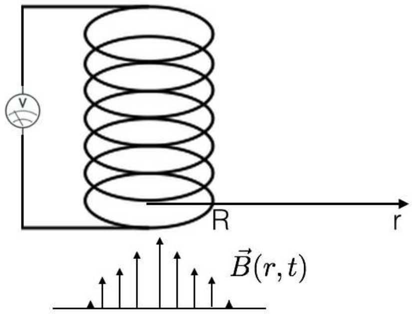

Figura 13.

(a) $\frac{2}{3}\,\pi\,\omega\,N\,B_0\,R^2\sin(\omega\,t)$X
(b) $\omega\,N\,B_0\,R^2\sin(\omega\,t)$
(c) $N\,B_0\left(1 - \frac{r}{2\,R}\right)\omega R^2\sin(\omega\,t)$
(d)$N\,B_0\left(1 - \frac{r}{2\,R}\right)\omega R^2\cos(\omega\,t)$
(e)$\pi\,\omega N\,B_0\,R^2\sin(\omega\,t)$

Sol:

$$\Phi = 2\pi N B_0 \cos(\omega t)\int d r\, r\left(1 - \frac{r}{2\,R}\right) = 2\pi N B_0 \cos(\omega t)(R^2/2 - R^3/6R) =$$

$$\frac{2}{3}\pi N B_0 R^2 \cos(\omega t)$$

$$\varepsilon = \frac{2}{3}\pi N B_0 R^2 \omega \mathrm{sen}(\omega t)$$