

FIS1533/FIZ0221 - Examen
Facultad de Física

Pontificia Universidad Católica de Chile
Segundo Semestre 2014 - 24 de Noviembre

Tiempo para responder: 150 minutos

Nombre: _____ Sección: _____

Buenas	Malas	Blancas	Nota

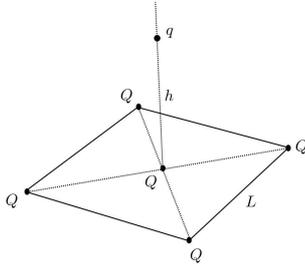
Instrucciones

- Marque con una X el casillero correspondiente a la respuesta que considere correcta (**es obligatorio usar lápiz pasta**)
- Puede usar calculadora
- Notas: $\mu_0 = \frac{1}{\varepsilon_0 c^2}$

	a	b	c	d	e
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					
10					
11					
12					
13					
14					
15					
16					
17					
18					

Code-2014-873458-2359-87a-58

1. La figura muestra un cuadrado de largo L , formado por cinco cargas positivas iguales de magnitud Q en un plano horizontal. Una carga positiva, de carga q y masa m se introduce a una altura h por encima del centro del cuadrado. Suponga que $L = \sqrt{6} h$. ¿Cuál de las siguientes relaciones es correcta cuando la carga positiva q está en equilibrio? (g es la aceleración de la gravedad).



- a). $Q = \frac{6 m g \pi \epsilon_0 h^2}{q}$
- b). $Q = \frac{2 m g \pi \epsilon_0 h^2}{q}$
- c). $Q = \frac{8 m g \pi \epsilon_0 h^2}{3 q}$ (correcta) X
- d). $Q = \frac{4 m g \pi \epsilon_0 h^2}{3 q}$
- e). Ninguna de las anteriores.

Sol;

$$E(h) = 4 \frac{Q}{D^2} k \text{ sen } \alpha + \frac{Q}{h^2} k$$

$$D^2 = \frac{L^2}{2} + h^2 \quad \text{sen } \alpha = \frac{h}{D}$$

$$E(h) = kQ \left(\frac{4h}{D^3} + \frac{1}{h^2} \right) \quad L = \sqrt{6}h$$

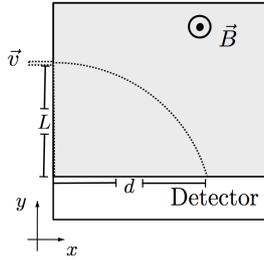
$$D^2 = 4h^2 \quad D = 2h$$

$$E(h) = kQ \left(\frac{3}{2} \frac{1}{h^2} \right)$$

$$mg = kqQ \left(\frac{3}{2} \frac{1}{h^2} \right)$$

$$Q = \frac{8\pi\epsilon_0 mgh^2}{3q}$$

2. Una partícula de carga $q > 0$ y masa m ingresa con velocidad $\vec{v} = v \hat{x}$ a una región con un campo magnético $\vec{B} \hat{z}$. ¿A qué distancia, d , del plano de entrada es detectada la partícula?

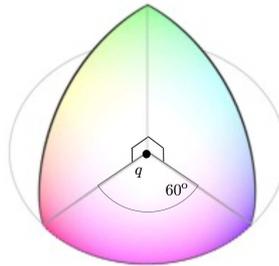


- a). $d = \sqrt{\frac{m v L}{q B}}$
 b). $d = \sqrt{\frac{m v L}{q B} - L^2}$
 c). $d = \frac{m v}{q B}$
 d). $d = \sqrt{\frac{2 m v L}{q B} - L^2}$ (correcta) X
 e). $d = L$

Sol:

$$\begin{aligned}
 m \frac{v^2}{R} &= q v B \\
 R &= \frac{m v}{q B} \\
 D^2 &= R^2(\hat{r}_1 - \hat{r}_2)^2 = R^2(1 - 2 \cos \alpha + 1) = d^2 + L^2 \\
 1 - \cos \alpha &= \frac{d^2 + L^2}{2R^2} \\
 v_x &= v \cos(\omega t) = \dot{x} \\
 x &= \frac{v}{\omega} \sin(\omega t) + x_0 \quad x(0) = 0 \\
 x_0 &= 0 \\
 d &= R \sin \alpha \\
 1 - \sqrt{1 - \frac{d^2}{R^2}} &= \frac{d^2 + L^2}{2R^2} \\
 1 - \frac{d^2 + L^2}{R^2} + \left(\frac{d^2 + L^2}{2R^2}\right)^2 &= 1 - \frac{d^2}{R^2} \\
 \frac{d^2 + L^2}{2R^2} &= \frac{L}{R} \\
 d &= \sqrt{2RL - L^2}
 \end{aligned}$$

3. Una carga puntual positiva de magnitud q se encuentra en el vértice de una sección esférica, como se muestra en la siguiente figura. Los planos verticales de la sección esférica forman un ángulo de 60° ¿Cuál es el flujo eléctrico que atraviesa la superficie esférica de la sección?

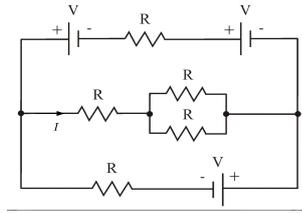


- a). $\frac{q}{4 \epsilon_0}$
- b). $\frac{q}{16 \epsilon_0}$
- c). $\frac{q}{8 \epsilon_0}$
- d). $\frac{q}{24 \epsilon_0}$
- e). Ninguna de las anteriores. (correcta) X

Sol:

$$\Phi_S = \frac{kq}{R^2} R^2 \frac{4\pi}{12} = \frac{q}{12\epsilon_0}$$

4. En el circuito de la figura la corriente I indicada está dada por



- a). $I = \frac{V}{4R}$ (correcta) **X**
- b). $I = \frac{V}{2R}$
- c). $I = \frac{3V}{2R}$
- d). $I = \frac{V}{\sqrt{2}R}$
- e). Ninguna de las anteriores.

Sol:

$$R + \frac{1}{\frac{3}{2R}} = \frac{3}{2}R$$

$$-V - i_1R - V - \frac{3}{2}R(i_1 - i_2) = 0$$

$$-\frac{3}{2}R(i_2 - i_1) - V - i_2R = 0$$

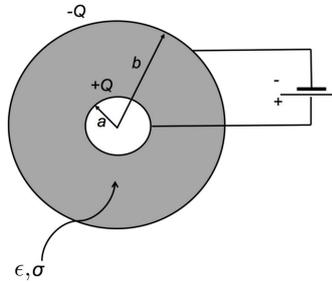
$$-V - R(i_1 - i_2) - 3R(i_1 - i_2) = 0$$

$$-4R(i_1 - i_2) = V$$

$$(i_1 - i_2) = -\frac{V}{4R}$$

$$I = i_2 - i_1 = \frac{V}{4R}$$

5. Considere dos cascarones esféricos metálicos concéntricos de radio a y b , ambos con un espesor despreciable. El espacio entre los dos cascarones ($a < r < b$) se llena con agua de mar de conductividad $\sigma = 4,8(\Omega\text{m})^{-1}$ y permitividad dieléctrica $\epsilon = 8,5 \times 10^{-10} \frac{\text{A}\cdot\text{s}}{\text{V}\cdot\text{m}}$. Con una fuente de poder se mantiene una carga constante de una carga $+Q = 10^{-9}\text{C}$ en el cascarón interno y $-Q$ en el cascarón externo. Entonces la corriente eléctrica entre los cascarones es



- a). $I = 11,2\text{A}$
 b). $I = 4,8\text{A}$
 c). $I = 56\text{A}$
 d). $I = 0,48\text{A}$
 e). $I = 5,6\text{A}$ (correcta) X

Sol:

$$J = \sigma E$$

$$D = \frac{Q}{4\pi r^2} \quad E = \frac{Q}{4\pi\epsilon r^2}$$

$$I = \frac{\sigma Q}{4\pi\epsilon r^2} 4\pi r^2 = \frac{\sigma}{\epsilon} Q = \frac{4,8}{8,5} \times 10 = 5,6\text{A}$$

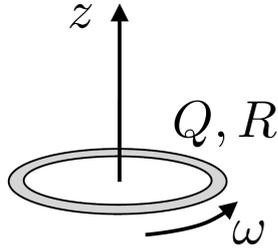
6. Un condensador de dos placas paralelas se carga a una diferencia de potencial de 20 V. Una vez cargado, se desconecta de la fuente de voltaje y se dobla la distancia entre las dos placas. La diferencia de potencial (voltaje) o la carga se cambian en la siguiente manera:

- a). carga y voltaje no cambian
- b). el voltaje aumenta a 40 V (correcta) X
- c). el voltaje disminuye a 5 V
- d). la carga se dobla
- e). la carga se divide por dos

Sol:

$$\begin{aligned} EA &= \frac{q}{\epsilon_0} & E &= \frac{q}{\epsilon_0 A} & V &= \frac{qd}{\epsilon_0 A} \\ C &= \frac{\epsilon_0 A}{d} & Q = C\Phi &= \text{constante} = q & \Phi &= \frac{q}{C} \\ \Phi &= 40V \end{aligned}$$

7. Un anillo de radio R y carga Q está rotando con velocidad angular ω en torno al eje z como se muestra en la figura. El campo magnético en el eje z en un punto muy lejano del anillo ($z \gg R$) puede ser aproximado por

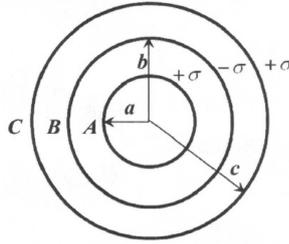


- a). $\frac{\mu_0 Q \omega R^2}{4 \pi z^3}$ (correcta) X
- b). $\frac{\mu_0 Q \omega R}{4 \pi z^2}$
- c). $\frac{\mu_0 Q \omega R^2}{8 \pi z^3}$
- d). $\frac{\mu_0 Q \omega R^3}{8 \pi z^4}$
- e). $\frac{\mu_0 Q \omega R}{2 \pi z^2}$

Sol:

$$\frac{\mu_0}{2} I R^2 (R^2 + z^2)^{-3/2} \sim \frac{\mu_0}{2} \frac{I R^2}{z^3} = \frac{\mu_0 Q \omega R^2}{4 \pi z^3} \quad I = \frac{Q \omega}{2 \pi}$$

8. Tres cascarones A, B y C esféricos concéntricos (de espesor despreciable), de radios a , b y c tienen densidades de carga $+\sigma$, $-\sigma$, y $+\sigma$, respectivamente como muestra la figura. Si los cascarones A y C están al mismo potencial ¿Cuál de las siguientes es la relación entre a , b y c ?



- a). $a = b + c$
 b). $a = b - c$
 c). $a = -b + c$ (correcta) X
 e). $a = -b - c$
 d). Ninguna de las anteriores.

Sol:

$$\begin{aligned}
 V_a &= V_0 \\
 V_b - V_a &= -k\sigma 4\pi a^2 \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right) \\
 V_c - V_b &= -k\sigma (4\pi a^2 - 4\pi b^2) \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{c} \right) \\
 0 &= a^2 \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right) + (a^2 - b^2) \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{c} \right) = \\
 a - \frac{a^2}{b} + \frac{a^2}{b} - \frac{a^2}{c} - b + \frac{b^2}{c} &= a - b - \frac{a^2}{c} + \frac{b^2}{c} = 0 \\
 1 &= \frac{a+b}{c}
 \end{aligned}$$

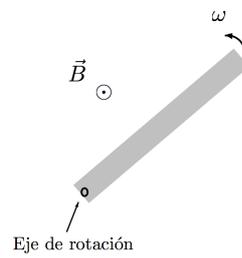
9. Un alambre uniforme de largo l y sección transversal A tiene una resistencia de $16\ \Omega$. Se corta el alambre en cuatro pedazos iguales de sección transversal A . Luego cada uno de los cuatro alambres se estira, manteniendo su densidad inicial, hasta alcanzar cada uno el largo l . Si se conectan en paralelo ¿Cuál es la resistencia equivalente de esta combinación?

- a). $64\ \Omega$
- b). $4\ \Omega$
- c). $16\ \Omega$ (correcta) **X**
- e). $1\ \Omega$
- d). Ninguna de las anteriores.

Sol:

$$\begin{aligned} R &= \rho \frac{l}{A} & R_E &= \frac{R_2}{4} \\ \rho_m \frac{l}{4} A &= \rho_m l A_2 & A_2 &= \frac{A}{4} \\ R_2 &= 4\rho \frac{l}{A} \\ R_E &= R = 16\ \Omega \end{aligned}$$

10. Una barra de cobre de largo l gira con una velocidad angular ω en un campo magnético uniforme de magnitud B . Si el campo magnético es perpendicular al plano en que se mueve la barra, calcule el voltaje inducido en la barra

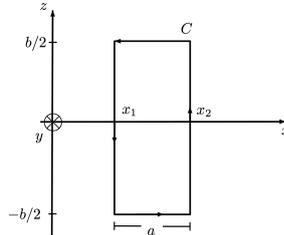


- a). $\frac{1}{2} B^2 l^2 \omega$
b). $\frac{1}{2} B l^2 \omega$ (correcta) X
c). $\frac{1}{2} B l \omega$
e). $\frac{1}{2} B^2 l \omega$
d). Ninguna de las anteriores.

Sol:

$$\dot{\Phi}_B = B \dot{A} = B \dot{\alpha} \frac{l^2}{2} = B \omega \frac{l^2}{2}$$

11. En una región del espacio hay un campo eléctrico dado por $\vec{E} = E_0 \sin(kx - \omega t) \hat{y}$, donde E_0 y k son constantes. En el plano $x - z$ de esa región se escoge un camino rectangular C , de lados a y b , que intersecta al eje x en los puntos x_1 y x_2 , como se indica en la figura. Calcule la circulación ($\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l}$) del campo magnético a lo largo del camino C .



- a). $\mu_0 \epsilon_0 \omega E_0 a b k [\sin(kx_2 - \omega t) - \sin(kx_1 - \omega t)]$
- b). $\frac{\mu_0 \epsilon_0 \omega E_0 b}{k} [\sin(kx_2 - \omega t) - \sin(kx_1 - \omega t)]$ (correcta) X
- c). $\frac{\mu_0 \epsilon_0 \omega E_0 a b}{k(a+b)} \sin(k(x_2 - x_1) - \omega t)$
- e). $\frac{\mu_0 \epsilon_0 \omega E_0 (a+b)}{k} \sin(k(x_2 - x_1) - \omega t)$
- d). Ninguna de las anteriores.

Sol:

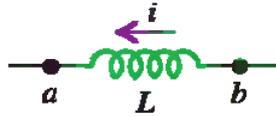
$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{x} = \frac{1}{c^2} \frac{d\Phi_E}{dt}$$

$$\Phi_E = - \int dx dy E_0 \sin(kx - \omega t) = -E_0 b \int_{x_1}^{x_2} dx \sin(kx - \omega t) =$$

$$\frac{E_0}{k} b (\cos(kx_2 - \omega t) - \cos(kx_1 - \omega t))$$

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{x} = \frac{1}{c^2} \frac{E_0}{k} b \omega (\sin(kx_2 - \omega t) - \sin(kx_1 - \omega t))$$

12. El inductor de la figura tiene inductancia $L = 0.26 \text{ H}$ y lleva una corriente en la dirección indicada que decrece uniformemente con $\frac{di}{dt} = -0.018 \frac{\text{A}}{\text{s}}$. Entonces, el voltaje inducido $V_{ab} = V_a - V_b$ es

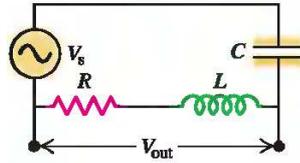


- a). 5.12 mV , $V_b > V_a$
- b). 4.68 mV , $V_a > V_b$ (correcta)
- c). 7.52 mV , $V_a > V_b$
- d). 8.12 mV , $V_a > V_b$
- e). Ninguna de las anteriores

Sol: $\varepsilon = -L \dot{i} = -0.26 \times (-0.018) = 4.68 \text{ mV}$. La corriente está disminuyendo. La ley de Lenz implica que ε crea una corriente en la dirección de i . Para que esto pase conectamos ab con un conductor poniendo entre medio una batería. a tiene el mismo potencial que el polo positivo de la batería. Esto es $V_a > V_b$.

$$V_b - V_a = L \dot{i} < 0$$

13. Considere el circuito de la figura con corriente alterna de frecuencia angular ω . El valor de la razón V_{out}/V_s es



- a. $\sqrt{\frac{(\omega L)^2}{(\omega L - \frac{1}{\omega C})^2 + R^2}}$
- b. $\sqrt{\frac{R^2}{(\omega L - \frac{1}{\omega C})^2 + R^2}}$
- c. $\sqrt{\frac{(\omega L)^2 + R^2}{(\omega L - \frac{1}{\omega C})^2 + R^2}}$ (correcta)
- d. $\sqrt{\frac{(\omega L)^2 + R^2}{(\omega L - \frac{1}{\omega C})^2 + 2R^2}}$
- e. Ninguna de las anteriores

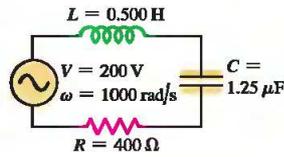
Sol:

$$Z = \frac{1}{j\omega C} + j\omega L + R \qquad V_s = IZ \qquad V_{\text{out}} = (j\omega L + R)I$$

$$\frac{V_{\text{out}}}{V_s} = \frac{j\omega L + R}{\frac{1}{j\omega C} + j\omega L + R}, \quad \left| \frac{V_{\text{out}}}{V_s} \right| = \sqrt{\frac{(\omega L)^2 + R^2}{(\omega L - \frac{1}{\omega C})^2 + R^2}}$$

14. Un inductor, un condensador, una resistencia y una fuente de poder de corriente alterna se conectan en serie. Si se doblan los valores de la capacidad, de la inductancia y de la resistencia. Entonces la frecuencia de resonancia
- a. Se dobla
 - b. Se cuadruplica
 - c. Disminuye a la mitad (*correcta*)
 - d. Es un cuarto de la original
 - e. Ninguna de las anteriores

15. La diferencia de fase en grados entre la corriente y el voltaje de la fuente de poder en el circuito de la figura es



- a. 60.2
- b. 40.1
- c. 36.9 (correcta)
- d. 25.3
- e. Ninguna de las anteriores

Sol:

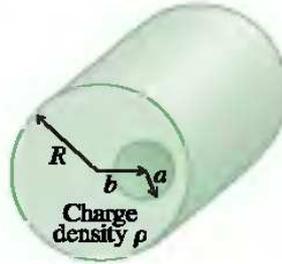
$$Z = j\omega L + \frac{1}{j\omega C} + R = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) = |Z|e^{j\varphi},$$

$$\text{tg}\varphi = \frac{(\omega L - \frac{1}{\omega C})}{R} = -\frac{3}{4}$$

$$I = \frac{V}{Z} \quad \text{La diferencia de fase entre } i \text{ y } v \text{ es}$$

$$-\varphi = .64\text{rad} = 36.9 \text{ grados}$$

16. Un cilindro sólido, muy largo, no conductor de radio R tiene un agujero cilíndrico de radio a paralelo a su eje, a lo largo de todo el cilindro. La distancia del centro del agujero al eje del cilindro es b , con $a < b < R$. La parte sólida del cilindro tiene una densidad de carga eléctrica ρ . El campo eléctrico en el agujero es



- a. $\frac{\rho}{2\epsilon_0}(\vec{b} + \vec{a})$
 b. $\frac{\rho}{2\epsilon_0}(\vec{b} - \vec{a})$
 c. $\frac{\rho}{\epsilon_0}\vec{b}$
 d. $\frac{\rho}{2\epsilon_0}\vec{b}$ (correcta)
 e. Ninguna de las anteriores

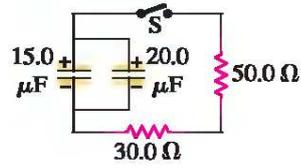
Sol: Superponemos un cilindro sólido con densidad ρ y el agujero con densidad $-\rho$.

Usando la ley de Gauss obtenemos el campo eléctrico al interior del cilindro:

$$E 2\pi r L = \frac{\rho}{\epsilon_0} \pi r^2 L \quad \vec{E} = \frac{\rho}{2\epsilon_0} \vec{r}$$

$$\vec{E}_{\text{agujero}} = \frac{\rho}{2\epsilon_0}(\vec{r} - (\vec{r} - \vec{b})) = \frac{\rho}{2\epsilon_0} \vec{b}$$

17. En el circuito de la figura los dos condensadores se cargan inicialmente con 45V. Después de cerrar el conmutador S , el tiempo que tarda en reducirse el potencial en ambos condensadores a 10V es

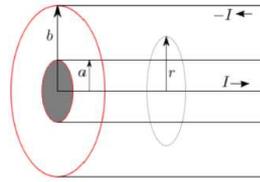


- a. 5.3 ms
- b. 4.2 ms (correcta)
- c. 7.1 ms
- d. 2.3 ms
- e. Ninguna de las anteriores

Sol:

$$\begin{aligned}
 C &= C_1 + C_2 = 35 \mu F \\
 R &= R_1 + R_2 = 80 \Omega \\
 -IR + \frac{q}{C} &= 0, \dot{q}R = -\frac{q}{C} & q &= Ae^{-t/RC} & V &= \frac{Ae^{-t/RC}}{C} = V_0e^{-t/RC} \\
 \frac{V_0}{V} &= 4.5 = e^{t/RC} & t &= RC \ln(4.5) = 4.2 \text{ms}
 \end{aligned}$$

18. Un conductor sólido de radio a , está separado por un material aislante de un conductor delgado de radio b . Los dos conductores conducen una corriente i en direcciones opuestas (cable coaxial). La autoinductancia del cable coaxial por unidad de longitud es:



- a. $\frac{\mu_0}{2\pi} \ln\left(\frac{b}{a}\right)$ (correcta)
- b. $\frac{\mu_0}{\pi} \ln\left(\frac{b}{a}\right)$
- c. $\frac{\mu_0}{2\pi} \ln\left(\frac{a}{b}\right)$
- d. $\frac{\mu_0}{3\pi} \ln\left(\frac{b}{a}\right)$
- e. Ninguna de las anteriores

Sol: Por simetría el campo magnético sólo depende de r :

$$B2\pi r = \mu_0 i \quad B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}$$

El flujo del campo magnético a través de un plano de largo l que pasa por el eje del cable coaxial es:

$$l \int_a^b dr \frac{\mu_0 i}{2\pi r} = l \frac{\mu_0 i}{2\pi} \ln\left(\frac{b}{a}\right) \quad L/l = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln\left(\frac{b}{a}\right)$$