PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE CHILE

Facultad de Física

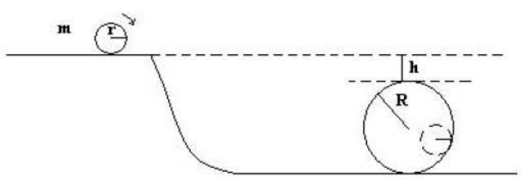
FIZ0121-2

Prof. Jorge Alfaro S.

INTERROGACION 2 Viernes 19 de Octubre de 2012

Problema 1.

Una esfera de masa m y radio r rueda por un plano inclinado y adquiere la suficiente velocidad para recorrer un loop de radio R. La esfera rueda sin resbalar a lo largo de su recorrido. Encontrar la altura mínima a la que se debe encontrar el punto de partida, medida desde la parte superior del loop. Elegimos



Elegimos energía potencial nula a una altura R del suelo.

$$E_i = mg(R + r + h) \qquad 1\,\text{pto}$$

$$E_f = K - mg(R-r)\cos\varphi \qquad 1\,\text{pto}$$

$$K = \frac{1}{2}mv_{cm}^2 + \frac{1}{2}I\dot{\theta}^2,\ 1\,\text{pto} \quad v_{cm} = (R-r)\dot{\varphi},\ 1\text{pto}$$

$$\text{condición de rodar sin resbalar:} \quad \dot{\theta} = \frac{(R-r)}{r}\dot{\varphi},\ 1\text{pto} \quad I = \frac{2}{5}mr^2 + mr^2 = \frac{7}{5}mr^2,\ 1\text{pto}$$

$$E_i = E_f$$

$$mg(R+r+h) = \frac{1}{2}m(R-r)^2\dot{\varphi}^2 + \frac{7}{10}m(R-r)^2\dot{\varphi}^2 \quad -mg(R-r)\cos\varphi$$

$$\dot{\varphi}^2 = \frac{10g(R+r+h) + 10\,g(R-r)\cos\varphi}{12(R-r)^2}$$

$$(R-r)\dot{\varphi}^2 \geqslant g \qquad \text{en } \varphi = \pi$$

$$\frac{10g(R+r+h) - 10\,g(R-r)}{12(R-r)} \geqslant g$$

$$10h + 20r \geqslant 12R - 12r$$

$$h \geqslant 1.2R - 3.2r \qquad 2\,\text{ptos.}$$

Problema 2.

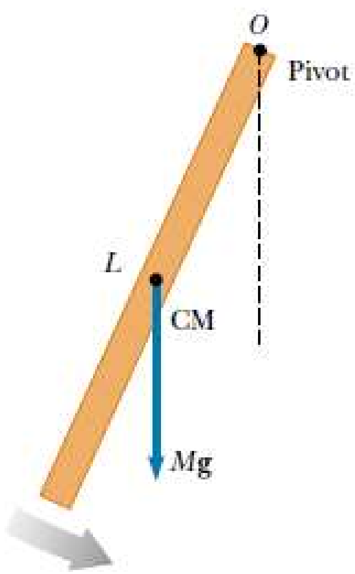
Una barra uniforme de masa M y largo L está articulada en uno de sus extremos y oscila en un plano vertical (Ver figura).

(a) Encuentre el momento de inercia de la barra respecto a un eje perpendicular al plano de la figura que pasa por el centro de masa.

$$I_{\text{CM}} = \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} dx\,x^2\rho = 2\rho L^3/24 = \frac{\rho L^3}{12} \qquad M = \rho L$$

$$I_{\text{CM}} = \frac{1}{12}ML^2 \qquad 3\,\text{ptos}$$

(b) Encuentre el período de oscilación para oscilaciones pequeñas.



$$\left(I_{\text{CM}} + M\frac{L^2}{4}\right)\ddot{\theta} = -Mg\frac{L}{2}\operatorname{sen}\theta \sim -\frac{1}{2}MgL\theta$$

$$\omega = \sqrt{\frac{MgL}{2\left(I_{\rm CM} + M\frac{L^2}{4}\right)}} = \sqrt{\frac{3g}{2L}}$$

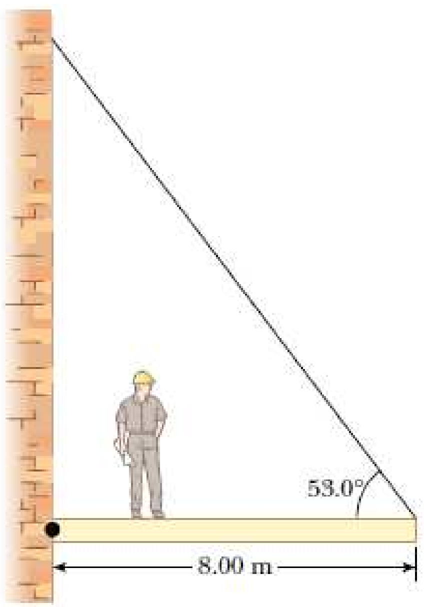
$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{2L}{3g}} \quad 4\,\text{ptos}$$

Problema 3.

Una viga horizontal uniforme de 8 m de largo y 200 N de peso está unida a un muro por un perno. Su extremo alejado se sostiene de un cable que forma un ángulo de 53° con la horizontal. Si una persona de 600 N está parada a 2m del muro,

(a) Encuentre la tensión en el cable

(b) La magnitud y dirección de la fuerza ejercida por el muro sobre la viga.



Fuerzas:

$$F_x - \text{T}\cos\theta = 0$$

$$F_y - mg + T\,\text{sen}\,\theta - Mg = 0 \quad 3\,\text{ptos.}$$

Torques respecto al perno:

$$mgx - TL\,\text{sen}\,\theta + Mg\frac{L}{2} = 0$$

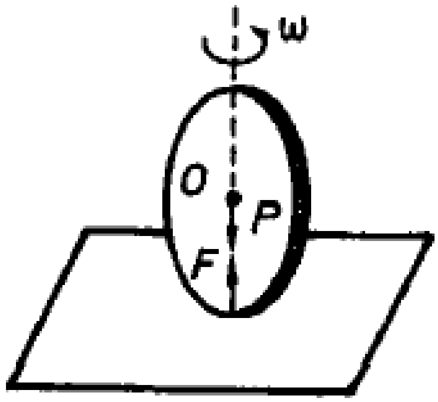
$$T = \frac{mgx + Mg\frac{L}{2}}{L\,\text{sen}\,\theta} = \frac{200x4 + 600x2}{8\,\text{sen}\,53} = 313N$$

$$F_x = 188.34N$$

$$F_y = 800 - \frac{2000}{8} = 550N \quad 4\,\text{ptos.}$$

Problema 4. Una moneda con su plano vertical y rotando con velocidad angular ω (Ver figura) se pone en contacto con una superficie horizontal. Suponga que la moneda permanece vertical y desprecie el roce.

¿Cuál es la velocidad angular final w_f de la moneda?



Dado que no hay torque actuando sobre el CM porque la moneda está vertical. Sólo actúan el peso P y la normal F. Se conserva el momento angular. Esto es $w_f = w$

Tiempo: 2 horas