

Cinemática en una dimensión

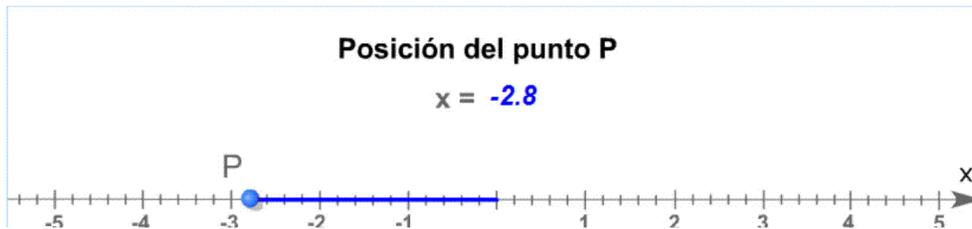
La Posición

Si hemos acordado llamar movimiento al cambio de la posición con el tiempo, será necesario establecer un criterio para determinar qué posición ocupa un cuerpo en un instante.

Se trata, de nuevo, de establecer un sistema de referencia adecuado para lo que necesitamos estudiar.

Una dimensión

Imagina que tenemos un cuerpo que se mueve por una recta, es decir que realiza un movimiento en una dimensión. Para determinar su posición sólo necesitamos indicar a qué distancia del origen se encuentra. Observa en el siguiente gráfico que la posición del cuerpo puede ser positiva o negativa según se encuentre a la derecha o a la izquierda del origen respectivamente.



Representa en el gráfico anterior los siguientes puntos:

* P(2.8) * P(-1.6) * P(0)

Como ves resulta muy fácil hacerlo. Con una coordenada podemos conocer la posición de un punto sobre una recta.

El tiempo es la cuarta dimensión

Como el movimiento es el cambio de la posición con el tiempo, además de conocer la posición, nos interesa saber el instante en el que el cuerpo ocupa dicha posición.

Si representamos el conjunto de las diferentes posiciones que ocupa un móvil a lo largo del tiempo, obtenemos una línea llamada **trayectoria**.

Distancia y Desplazamiento

En el lenguaje ordinario los términos distancia y desplazamiento se utilizan como sinónimos, aunque en realidad tienen un significado diferente.

La distancia recorrida por un móvil es la longitud de su trayectoria y se trata de una magnitud escalar.

En cambio el desplazamiento efectuado es una magnitud vectorial. El vector que representa al desplazamiento tiene su origen en la posición inicial(x_1), su extremo en la posición final(x_2) y su módulo es la distancia en línea recta entre la posición inicial y la final.

$$\text{desplazamiento} = \Delta x = x_2 - x_1$$



Intenta realizar los siguientes ejercicios:

- * Traza una trayectoria en la que coincidan distancia y desplazamiento.
- * Traza un recorrido en el que el desplazamiento sea cero.

Observa que los valores de la distancia recorrida y el desplazamiento sólo coinciden cuando la trayectoria es una recta. En caso contrario, la distancia siempre es mayor que el desplazamiento.

Rapidez y Velocidad

Rapidez y velocidad son dos magnitudes cinemáticas que suelen confundirse con frecuencia.

Recuerda que la distancia recorrida y el desplazamiento efectuado por un móvil son dos magnitudes diferentes.

Precisamente por eso, cuando las relacionamos con el tiempo, también obtenemos dos magnitudes diferentes.

La rapidez es una magnitud escalar que relaciona la distancia recorrida con el tiempo.

La velocidad es una magnitud vectorial que relaciona el cambio de posición (o desplazamiento) con el tiempo.

Unidades

Tanto la rapidez como la velocidad se calculan dividiendo una longitud entre un tiempo, sus unidades también serán el cociente entre unidades de longitud y unidades de tiempo. Por ejemplo:

* m/s * cm/año * km/h

En el Sistema Internacional, la unidad para la rapidez media es el m/s (metro por segundo).

Cuál de las siguientes medidas representa una rapidez?

1. 10 m^2
2. s/m
3. 6 m/s
4. 3 m/s^2

Rapidez media

La rapidez media de un cuerpo es el cociente entre la distancia que recorre y el tiempo que tarda en recorrerla. Si la rapidez media de un coche es 80 km/h, esto quiere decir que el coche recorre una distancia de 80 km en cada hora.

Por ejemplo, si un coche recorre 150 km en 3 horas, su rapidez media es:

$$150 \text{ km} / 3\text{h} = 50 \text{ km/h}$$

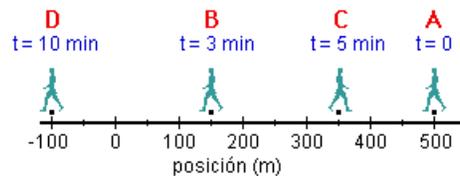
Podrías calcular la distancia que recorrería el coche anterior en media hora?

Velocidad media

La velocidad media relaciona el cambio de la posición con el tiempo empleado en efectuar dicho cambio.

$$\bar{v} = \text{velocidad media} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\text{desplazamiento}}{\text{tiempo}}$$

Si conoces bien la diferencia entre distancia y desplazamiento, no tendrás problemas para realizar la siguiente actividad:



Una persona pasea desde A hasta B, retrocede hasta C y retrocede de nuevo para alcanzar el punto D. Calcula su rapidez media y su velocidad media con los datos del gráfico.

Solución:

Tramo A - B

distancia recorrida = 350 m

tiempo empleado = 3 min

Tramo B - C

distancia recorrida = 200 m

tiempo empleado = 2 min

Tramo C - D

distancia recorrida = 450 m

tiempo empleado = 5 min

Movimiento completo

distancia recorrida = 350 m + 200 m + 450 m = 1000 m

tiempo = 10 min

rapidez media = distancia/tiempo = 1000 m/10 min = 100 m/min

Cálculo de la velocidad media

Para la velocidad sólo nos interesa el inicio y el final del movimiento.

$$\begin{aligned} \text{desplazamiento} &= \text{posición final} - \text{posición inicial} = \\ &= -100 \text{ m} - 500 \text{ m} = -600 \text{ m} \end{aligned}$$

Como la duración del movimiento es 10 min, tenemos:

$$\begin{aligned} \text{velocidad media} &= \text{desplazamiento} / \text{tiempo} = \\ &= -600\text{m} / 10 \text{ min} = -60 \text{ m/min} \end{aligned}$$

Velocidad instantánea y rapidez instantánea

Ya sabemos que si realizamos un viaje de 150 km y tardamos dos horas en recorrer esa distancia podemos decir que nuestra rapidez media ha sido de 75 km/h.

Es posible que durante el viaje nos hayamos detenido a echar bencina y sabemos que al atravesar las poblaciones hemos viajado más lento que en los tramos de carretera.

Nuestra rapidez, por tanto, no ha sido siempre de 75 km/h sino que en algunos intervalos ha sido mayor y en otros menor, incluso ha sido de 0 km/h mientras hemos estado detenidos.

Esto nos obliga a distinguir entre rapidez media y rapidez instantánea:

Rapidez instantánea : la rapidez en un instante cualquiera.

Rapidez media : es la media de todas las rapidezces instantáneas y la calculamos dividiendo la distancia entre el tiempo.

Determinar con exactitud la rapidez instantánea de un cuerpo es una tarea complicada, aunque tenemos métodos para aproximarnos a su valor.



Supongamos que queremos conocer la rapidez de una piragua justamente en el instante de cruzar la meta.

Si la carrera es de 1000 m y recorre esa distancia en 40 s, obtendríamos un valor de 25 m/s para la rapidez media, pero sería una mala aproximación al valor de la rapidez instantánea. El problema es que la piragua se mueve más lentamente al principio de la carrera que al final.

Podemos entonces colocar una célula fotoeléctrica en la meta y otra 100 m antes para medir el tiempo que emplea en recorrer los últimos 100 m y calcular así la rapidez media en los últimos 100 m. El valor obtenido se aproximará más que antes al valor de la rapidez instantánea en el momento de cruzar la meta.

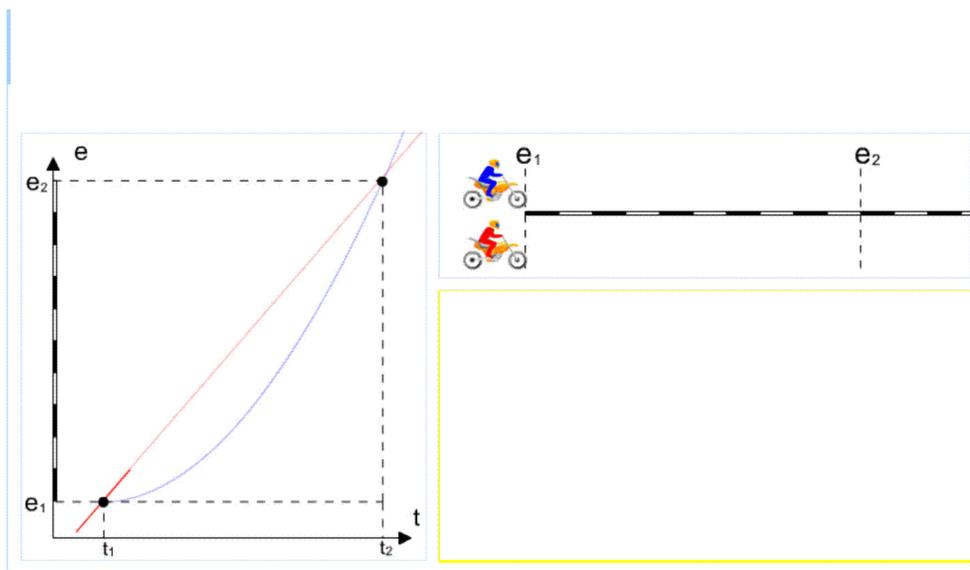
Y si hacemos lo mismo para el último metro, o para el último centímetro, o para....?

Se puede determinar la rapidez instantánea de un móvil calculando su rapidez media para un pequeño tramo y usando esta aproximación como rapidez instantánea.

Si al valor de la **rapidez instantánea** le unimos la **dirección**, entonces tendremos una medida de la **velocidad instantánea**.

Curiosamente lo que solemos conocer como velocímetro no mide la velocidad instantánea sino la rapidez instantánea ya que no nos dice nada acerca de la dirección en la que se mueve el vehículo en ese instante.

En resumen, rapidez y velocidad son dos magnitudes relacionadas con el movimiento que tienen significados y definiciones diferentes. La rapidez, magnitud escalar, es la relación entre la distancia recorrida y el tiempo empleado. La rapidez no tiene en cuenta la dirección. La velocidad sí que tiene en cuenta la dirección. La velocidad es una magnitud vectorial que relaciona el desplazamiento o cambio de la posición con el tiempo.



$$\bar{v} = \frac{e_2 - e_1}{t_2 - t_1}, v(t_1) = \lim_{t_2 \rightarrow t_1} \frac{e_2 - e_1}{t_2 - t_1} \equiv \frac{de}{dt}(t_1)$$

Rapidez constante

Si un cuerpo se mueve y su rapidez instantánea es siempre la misma, se está moviendo con rapidez constante. Lo mismo podemos decir para la velocidad.

En este caso los valores medio e instantáneo de cada magnitud coinciden.

Dirección de la velocidad

Hemos dicho que para especificar la velocidad de un móvil necesitamos dos informaciones: su rapidez y su dirección. Hay muchas formas de especificar la dirección según que los movimientos sean de una, dos o tres dimensiones.

En el caso de los movimientos rectilíneos es mucho más sencillo. Las velocidades en el sentido positivo son positivas y las velocidades en el sentido negativo son negativas: el signo nos informa de la dirección.

Este signo es un convenio. Así decimos que si un móvil se mueve hacia la derecha su velocidad es positiva y si se mueve hacia la izquierda es negativa o por ejemplo, consideramos positivo, hacia arriba y negativo, hacia abajo en los movimientos verticales.

Pero no hay ninguna razón para hacer esto, es simplemente un acuerdo.

Es muy importante que conozcamos cuándo está cambiando la velocidad. Como la velocidad se compone de la rapidez y la dirección, cualquier cambio en ellas supone un cambio en la velocidad.

Así la velocidad varía si cambia la rapidez o cambia la dirección o, por supuesto, si cambian ambas.

Observa que esto supone que cuando un coche toma una curva, aunque su rapidez sea constante, está cambiando su velocidad.

La aceleración nos informa sobre los cambios en la velocidad de un móvil.

Aceleración

Los conceptos de velocidad y aceleración están relacionados, pero muchas veces se hace una interpretación incorrecta de esta relación.

Muchas personas piensan que cuando un cuerpo se mueve con una gran velocidad, su aceleración también es grande; que si se mueve con velocidad pequeña es porque su aceleración es pequeña; y si su velocidad es cero, entonces su aceleración también debe valer cero. Esto es un error!

La aceleración relaciona los cambios de la velocidad con el tiempo en el que se producen, es decir mide cuan rápidos son los cambios de velocidad:

* Una aceleración grande significa que la velocidad cambia rápidamente.

* Una aceleración pequeña significa que la velocidad cambia lentamente.

* Una aceleración cero significa que la velocidad no cambia.

La aceleración nos dice cómo cambia la velocidad y no cómo es la velocidad. Por lo tanto un móvil puede tener una velocidad grande y una aceleración pequeña (o cero) y viceversa.

Como la velocidad es una magnitud que contempla la rapidez de un móvil y su dirección, los cambios que se produzcan en la velocidad serán debidos a variaciones en la rapidez y/o en la dirección.

La aceleración es una magnitud vectorial que relaciona los cambios en la velocidad con el tiempo que tardan en producirse. Un móvil está acelerando mientras su velocidad cambia.

En Física solemos distinguir ambos tipos de cambios con dos clases de aceleración: tangencial y normal.

La aceleración tangencial para relacionar la variación de la rapidez con el tiempo y la aceleración normal (o centrípeta) para relacionar los cambios de la dirección con el tiempo.

Normalmente, cuando hablamos de aceleración nos referimos a la aceleración tangencial y olvidamos que un cuerpo también acelera al cambiar su dirección, aunque su rapidez permanezca constante.

Como estas páginas están dedicadas al estudio de los movimientos rectilíneos, y en ellos no cambia la dirección, sólo vamos a referirnos a la aceleración tangencial. Pero recuerda: si el movimiento es curvilíneo, no podemos olvidarnos de la aceleración normal!

Una característica de los cuerpos acelerados es que recorren diferentes distancias en intervalos regulares de tiempo:

Intervalo	Rapidez media	Distancia recorrida	Distancia total
	durante el intervalo	durante el intervalo	(desde $t=0$)
0-1s	5m/s	5m	5m
1s-2s	15m/s	15m	20m
2s-3s	25m/s	25m	45m
3s-4s	35m/s	35m	80m

Observa que al ser diferente la rapidez media de cada intervalo, la distancia recorrida durante el mismo es también diferente.

Aceleración constante

La tabla anterior muestra datos de un movimiento de caída libre, donde observamos que la rapidez cambia en 10 m/s cada segundo, es decir que tiene una aceleración de 10 m/s/s o 10 m/s².

Como el cambio de la velocidad en cada intervalo es siempre el mismo (10 m/s/s), se trata de un movimiento de aceleración constante o uniformemente acelerado.

Otra conclusión que podemos sacar de los datos anteriores es que la distancia total recorrida es directamente proporcional al cuadrado del tiempo. Observa que al cabo de 2 s la distancia total recorrida es cuatro (2^2) veces la recorrida en el primer segundo; a los 3 s la distancia recorrida es nueve (3^2) veces mayor que la del primer segundo y a los 4 s es 16 veces (4^2) esa distancia.

Los cuerpos que se mueven con aceleración constante recorren distancias directamente proporcionales al cuadrado del tiempo.

Aceleración media

La aceleración (tangencial) media de un móvil se calcula utilizando la siguiente ecuación:

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Con ella calculamos el cambio medio de velocidad en el intervalo de tiempo deseado.

Para conocer la aceleración instantánea se puede utilizar la misma aproximación que hicimos para el caso de la velocidad instantánea: tomar un intervalo muy pequeño y suponer que la aceleración media en él equivale a la aceleración instantánea.

Unidades

Como puedes deducir de la ecuación anterior, la aceleración se expresa en unidades de velocidad dividida entre unidades de tiempo. Por ejemplo:

* 3 (m/s)/s

* 1 (km/h)/s

* 5 (cm/s)/min

En el Sistema Internacional, la unidad de aceleración es 1 (m/s)/s, es decir 1 m/s^2 .

Dirección de la aceleración

Como la aceleración es una magnitud vectorial, siempre tendrá asociada una dirección. La dirección del vector aceleración depende de dos cosas:

* de que la rapidez esté aumentando o disminuyendo

* de que el cuerpo se mueva en la dirección + o - .

El acuerdo que hemos tomado es:

Si un móvil está disminuyendo su rapidez (está frenando), entonces su aceleración va en el sentido contrario al movimiento.

Si un móvil aumenta su rapidez, la aceleración tiene el mismo sentido que la velocidad.

Este acuerdo puede aplicarse para determinar cuándo el signo de la aceleración es positivo o negativo, derecha o izquierda, arriba o abajo, etc.

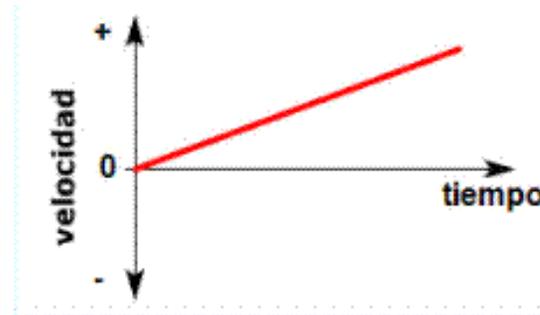
Veamos algunos ejemplos:

Movimiento Uniformemente acelerado

Velocidad positiva y aceleración constante positiva

velocidad 
aceleración 

tiempo (s)	0	1	2	3	4	5
velocidad (m/s)	0	2	4	6	8	10

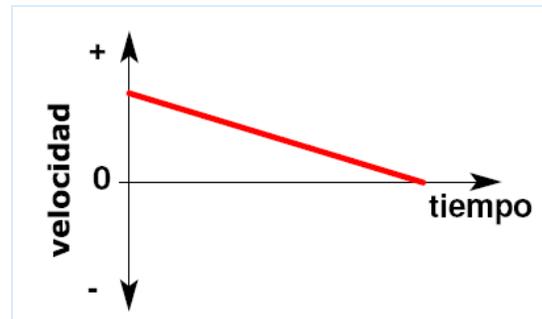


Movimiento Uniformemente acelerado

Velocidad positiva y aceleración constante negativa

velocidad |
aceleración 

tiempo (s)	0	1	2	3	4	5
velocidad (m/s)	10	8	6	4	2	0



En resumen:

* Si la velocidad y la aceleración van en el mismo sentido (ambas son positivas o ambas negativas) el móvil aumenta su rapidez.

* Si la velocidad y la aceleración van en sentidos contrarios (tienen signos opuestos), el móvil disminuye su rapidez.

Ecuaciones

Todos los cálculos relacionados con las magnitudes que describen los movimientos rectilíneos podemos hacerlos con estas dos ecuaciones:

$$e = e_o + v_o t + \frac{1}{2} a t^2 \qquad v_f = v_o + a t$$

e es el desplazamiento del móvil e_o es la posición inicial, t es el intervalo de tiempo que estamos considerando v_o es la velocidad inicial (al principio de nuestro intervalo de tiempo) v_f es la velocidad final (al final de nuestro intervalo de tiempo) y a es la aceleración

Estas ecuaciones se pueden adaptar según las características concretas del movimiento que estemos estudiando.

Movimiento rectilíneo uniforme

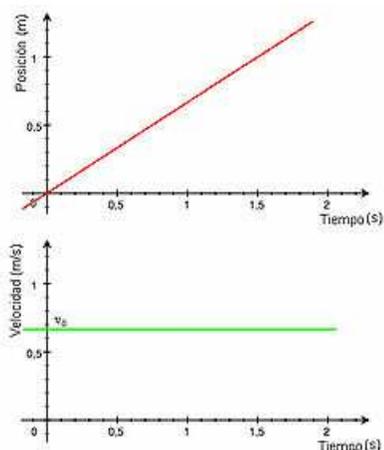


Figura 1. Variación en el tiempo de la [posición](#) y la [velocidad](#) para un movimiento rectilíneo uniforme.

Para este caso la aceleración es cero por lo que la velocidad permanece constante a lo largo del tiempo. Esto corresponde al movimiento de un objeto lanzado en el espacio fuera de toda interacción, o al movimiento de un objeto que se desliza sin fricción. Siendo la velocidad v constante, la posición variará linealmente respecto del tiempo, según la ecuación:

$$v = v_0 = \text{const.}$$

$$x = v_0 t + x_0$$

donde x_0 es la posición inicial del móvil respecto al centro de coordenadas, es decir para $t=0$.

Si $x_0=0$ la ecuación anterior corresponde a una recta que pasa por el origen, en una representación gráfica de la función $x(t)$, tal como la mostrada en la figura 1.

Movimiento rectilíneo uniformemente acelerado

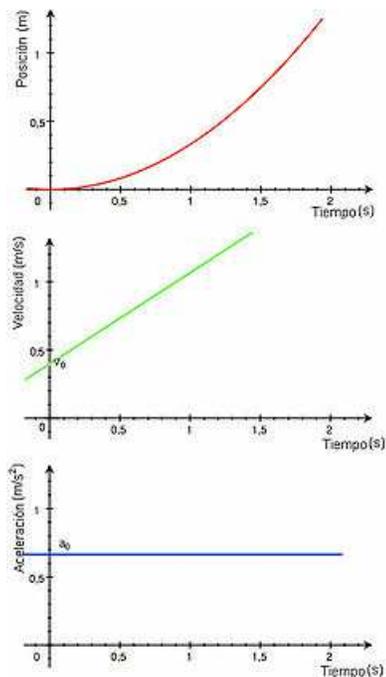


Figura 2. Variación en el tiempo de la [posición](#), la [velocidad](#) y la [aceleración](#) en un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado.

En este movimiento la aceleración es constante, por lo que la velocidad del móvil varía **linealmente** y la posición cuadráticamente con tiempo. Las ecuaciones que rigen este movimiento son las siguientes:

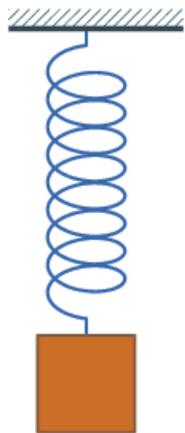
$$a = a_0 = \text{const.} \qquad v = v_0 + at \qquad x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$$

Donde x_0 es la posición inicial del móvil y v_0 su velocidad inicial, aquella que tiene para $t=0$.

Obsérvese que si la aceleración fuese nula, las ecuaciones anteriores corresponderían a las de un movimiento rectilíneo uniforme, es decir, con velocidad $v = v_0$ constante.

Dos casos específicos de MRUA son la caída libre y el tiro vertical. La caída libre es el movimiento de un objeto que cae en dirección al centro de la Tierra con una aceleración equivalente a la aceleración de la gravedad (que en el caso del planeta Tierra al nivel del mar es de aproximadamente $9,8 \text{ m/s}^2$). El tiro vertical, en cambio, corresponde al de un objeto arrojado en la dirección opuesta al centro de la tierra, ganando altura. En este caso la aceleración de la gravedad, provoca que el objeto vaya perdiendo velocidad, en lugar de ganarla, hasta llegar al estado de reposo; seguidamente, y a partir de allí, comienza un movimiento de caída libre con velocidad inicial nula.

Movimiento armónico simple



Una masa colgada de un muelle se mueve con un movimiento armónico simple.

Es un movimiento periódico de vaivén, en el que un cuerpo oscila a un lado y a otro de una posición de equilibrio en una dirección determinada y en intervalos iguales de tiempo. Matemáticamente, la trayectoria recorrida se expresa en función del tiempo usando [funciones trigonométricas](#), que son periódicas. Así por ejemplo, la ecuación de posición respecto del tiempo, para el caso de movimiento en una dimensión es:

$$x(t) = A \sin(2\pi ft + \phi)$$

la que corresponde a una función sinusoidal de frecuencia f , de amplitud A y fase inicial ϕ .

Los movimientos del péndulo, de una masa unida a un resorte o la vibración de los átomos en las redes cristalinas son de estas características.

La aceleración que experimenta el cuerpo es proporcional al desplazamiento del objeto y de sentido contrario, desde el punto de equilibrio. Matemáticamente:

$$a = \frac{d^2 x}{dt^2} = -kx$$

donde k es una constante positiva y x se refiere a la elongación (desplazamiento del cuerpo desde la posición de equilibrio).

La solución a esta [ecuación diferencial](#) lleva a funciones trigonométricas de la forma anterior. Lógicamente, un movimiento periódico oscilatorio **real** se amortigua en el tiempo (por **fricción** mayormente), por lo que la expresión de la aceleración es más complicada, necesitando agregar nuevos términos relacionados con la [fricción](#). Una buena aproximación a la realidad es el estudio del *movimiento oscilatorio amortiguado*.

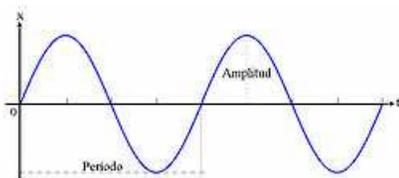


Figura 3. Variación de la posición respecto del tiempo para el movimiento oscilatorio armónico.

Cómo resolver los ejercicios

Para resolver un ejercicio no basta con aplicar las ecuaciones. Es necesario seguir un método o estrategia que podemos resumir así:

1. Dibuja un diagrama con la situación propuesta.
2. Identifica las variables que conocemos y ponlas en una lista de datos.
3. Identifica las variables desconocidas y ponlas en la lista de incógnitas.
4. Identifica la ecuación con la que vas a obtener el resultado y comprueba si tienes todos los datos necesarios o debes calcular alguno con la otra ecuación.
5. Sustituye los valores en las ecuaciones y realiza los pasos y las operaciones que necesites para obtener el resultado.
6. Comprueba que tu resultado sea correcto matemáticamente y que sea razonable desde el punto de vista físico.

Ejemplo: Imagina que el conductor de una moto que circula a 25 m/s pisa el freno hasta detenerse cuando ve que el semáforo se pone en amarillo. Si los frenos producen una aceleración de -5 m/s^2 , cuál será el desplazamiento durante el proceso de frenado?

Comenzamos haciendo un esquema informativo de la situación física, que aparece un poco más abajo.

El segundo paso consiste en identificar los datos que nos proporcionan. Observa que la velocidad final v_f es cero porque nos dicen que la moto se detiene. La velocidad inicial v_o de la moto es $+25 \text{ m/s}$ porque esa es la velocidad al inicio del movimiento que estamos estudiando (el movimiento de frenado). La aceleración a es -5 m/s^2 . Presta mucha atención a los signos $+$ y $-$ que tienen las magnitudes.

El siguiente paso es saber qué queremos calcular. En nuestro caso, tenemos que determinar el desplazamiento e de la moto mientras frena.

A continuación tienes el resultado de los tres primeros pasos:

Esquema	Datos	Buscamos
	$v_o = +25 \text{ m/s}$ $v_f = 0 \text{ m/s}$ $a = -5 \text{ m/s}^2$	$e = ?$

El cuarto paso consiste en decidir con qué ecuación podemos calcular lo que nos piden y comprobar si tenemos todos los datos que necesitamos. En nuestro caso usaremos la ecuación:

$$e = v_o t + \frac{1}{2} a t^2$$

Observa que no podemos calcular e hasta que conozcamos el tiempo t que dura la frenada. Lo podemos calcular con la otra ecuación:

$$v_f = v_o + a t$$

Si sustituimos los valores conocidos de v_f , v_o y a , tenemos: $0 = 25 \text{ m/s} + (-5) \text{ m/s}^2 t - 25 \text{ m/s} = -5 \text{ m/s}^2 t$. Por lo tanto, $t = -25 \text{ m/s} / -5 \text{ m/s}^2 = 5 \text{ s}$.

Una vez calculado el tiempo que dura el movimiento, procedemos a determinar el desplazamiento: $e = 25 \text{ m/s} \cdot 5 \text{ s} + \frac{1}{2}(-5) \text{ m/s}^2 (5 \text{ s})^2$ Se tiene: $e = 125 \text{ m} - 62,5 \text{ m} = 62,5 \text{ m}$

$$e = 62,5 \text{ m}$$

Hemos llegado a la conclusión de que la moto recorre 62,5 m durante el proceso de frenada.

El último paso consiste en comprobar que la solución que damos es correcta y razonable. La solución, en este caso, representa el desplazamiento que realiza la moto desde que se pisa el freno hasta que se detiene. Parece razonable que si se circula a 90 km/h (25 m/s), la distancia necesaria para detener la moto sea aproximadamente las dos terceras partes de un campo de fútbol, similar a la que nosotros hemos obtenido.

Para comprobar si los cálculos matemáticos son correctos, sustituye los valores de t y de e que hemos calculado en ambas ecuaciones del movimiento y comprueba que la parte izquierda de cada ecuación sea igual que la derecha.

Relatividad del Movimiento

Las velocidades son relativas

Cuando medimos una velocidad tomamos como referencia una "posición fija" de algún cuerpo para realizar las medidas. Dicho de otra forma, tomamos como referencia algún cuerpo que se considere en reposo y medimos las velocidades de los demás relativas a él o referidas a él.

En nuestro caso solemos tomar la Tierra (o algo ligado a ella) como referencia, para lo cual suponemos que está en reposo. Así decimos que la velocidad es medida relativa a la Tierra o tomando la Tierra como referencia.

Debido al carácter relativo de la velocidad, un objeto puede aparentar tener un movimiento para un observador y otro movimiento diferente para otro observador, dependiendo de cómo se muevan los observadores uno con respecto a otro.

Veamos un ejemplo sencillo. Suponga que dos personas van en un bus, una delante y otra detrás, por una carretera recta.

Nosotros, que queremos medir la velocidad, nos situamos en la carretera, hacemos dos marcas separadas 50 m y observamos que el bus tarda 5 s en recorrer esa distancia.

Según nuestros cálculos, la persona que va sentada delante del autobús se mueve con una velocidad de $50 \text{ m} / 5 \text{ s} = 10 \text{ m/s}$, relativa a nosotros (o a la Tierra).

El pasajero que va sentado detrás del autobús observa que durante ese tiempo, la persona de delante no se ha movido con respecto a él, es decir que mide una velocidad de $0 \text{ m} / 5 \text{ s} = 0 \text{ m/s}$, relativa a él (o al autobús).

Entonces, cuál es la velocidad correcta del pasajero?

Simplemente, la velocidad correcta o verdadera de un cuerpo no existe.

Ninguna de estas dos medidas de la velocidad es mejor que la otra. Ambas velocidades son correctas, cada una en su sistema de referencia.

Se tiene la suma de velocidades de Galileo:

$$v_2 = u + v_1$$

- v_1 es la velocidad del objeto en el sistema de referencia 1
- v_2 es la velocidad del objeto en el sistema de referencia 2
- u es la velocidad del sistema de referencia 1 medida en el sistema de referencia 2

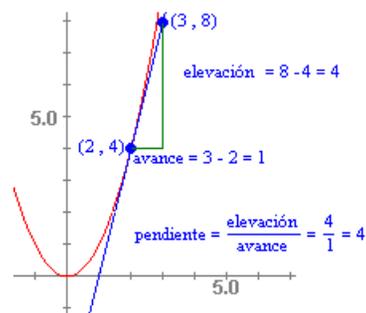
La Pendiente

El lenguaje científico utiliza con frecuencia las gráficas porque de ellas se pueden deducir muchas características del fenómeno que estemos estudiando. Uno de los aspectos importantes que analizamos sobre una gráfica es su pendiente. Así, nos interesa saber si la pendiente en un punto es positiva o negativa, si siempre es la misma o va cambiando, etc.

La pendiente de una gráfica en un punto es la inclinación que tiene la recta tangente a la gráfica en ese punto.

Cómo se calcula la pendiente?

Pendiente



- * Selecciona dos puntos de la recta tangente y determina sus coordenadas.
- * Calcula la diferencia entre las coordenadas Y de los dos puntos seleccionados (elevación).
- * Calcula la diferencia entre las coordenadas X de dichos puntos (avance).
- * Divide la diferencia de coordenadas Y entre la diferencia de coordenadas X (elevación / avance o pendiente).

Observa, también, que si la gráfica es una recta su pendiente es la misma en todos los puntos mientras que si se trata de una curva la pendiente varía según el punto elegido.

Por último, observa en qué casos la pendiente es positiva, cero o negativa.

Te preguntará qué tiene que ver la pendiente de una gráfica con el movimiento. La respuesta es: Mucho!

En Cinemática utilizamos con frecuencia las gráficas para extraer información sobre las características de los movimientos que estudiamos.

De la gráfica posición-tiempo y de la gráfica velocidad-tiempo podemos extraer una valiosa información sobre las características de un movimiento analizando los valores de la pendiente.

Por ejemplo el valor de la pendiente en una gráfica posición-tiempo es la velocidad en ese momento y en la gráfica velocidad-tiempo la pendiente equivale a la aceleración en ese instante.

Otra información valiosa que podemos extraer de una gráfica es el punto en que la misma corta al eje vertical. En el caso de las gráficas $e - t$, este punto representa la posición inicial del cuerpo ya que es la posición que ocupa cuando $t = 0$. Si se tratara de una gráfica $v - t$, el punto de corte con el eje vertical representaría la velocidad inicial, es decir la velocidad del cuerpo cuando $t = 0$.

Gráficas $e - t$, $v - t$ y $a - t$

Una de las formas que utilizamos para describir y estudiar los movimientos es a través de sus gráficas posición-tiempo, velocidad-tiempo y aceleración-tiempo.

A veces utilizamos las gráficas como un elemento más del lenguaje científico para describir un movimiento. Otras veces construimos las gráficas con los datos que hemos obtenido en la observación del movimiento para poder sacar conclusiones acerca de las mismas e identificar el tipo de movimiento que estamos estudiando.

En cualquiera de los dos casos es necesario que sepamos interpretar correctamente la información que éstas nos ofrecen, cosa que pretendemos conseguir con la sección Estudio Gráfico de éstas páginas.

Pendiente de las gráficas e-t

Vamos a ver cómo podemos utilizar las gráficas posición-tiempo para describir el movimiento. Podemos deducir las características de un movimiento analizando la forma y la pendiente de las gráficas posición-tiempo (e-t). La pendiente de una gráfica e-t representa la velocidad del móvil.

Si el movimiento es uniforme, la gráfica e-t es una recta ya que en tiempos iguales se producen desplazamientos iguales.

Si el movimiento es acelerado, la gráfica e-t es una curva ya que en tiempos iguales se producen desplazamientos diferentes.

Como ves, la forma de la gráfica posición-tiempo para estos dos tipos de movimientos básicos revela una importante información:

- * Si la velocidad es constante, la pendiente es constante (línea recta).
- * Si la velocidad es variable, la pendiente es variable (línea curva).
- * Si la velocidad es positiva, la pendiente es positiva (la línea es ascendente).
- * Si la velocidad es negativa, la pendiente es negativa (la línea es descendente).

Esto se puede aplicar a cualquier tipo de movimiento.

Pendiente de la gráfica v-t

En una gráfica v-t, la pendiente es la aceleración.

En el caso de movimientos uniformemente acelerados, las gráficas v-t también son rectas pero la pendiente no es cero.

La forma de la gráfica velocidad-tiempo para estos dos tipos de movimientos revela una importante información:

- * Si la aceleración es constante, la pendiente es constante (línea recta).
- * Si la aceleración es cero, la pendiente es cero (línea recta horizontal).
- * Si la aceleración es positiva, la pendiente es positiva (la línea es ascendente).
- * Si la aceleración es negativa, la pendiente es negativa (la línea es descendente).

Esto se puede aplicar a cualquier tipo de movimiento.

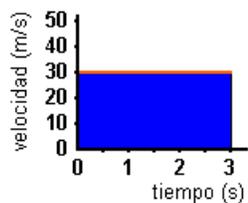
Área de la gráfica v-t

Ya hemos visto cómo se puede determinar la aceleración de un móvil mediante la gráfica v-t, pero no es lo único que podemos analizar en una gráfica velocidad-tiempo.

Como vamos a ver en esta página, también podemos utilizar las gráficas v-t para determinar la distancia recorrida por el móvil.,

El área comprendida entre la línea de la gráfica v-t y los ejes, representa la distancia recorrida.,

Podemos ver esto con algunos ejemplos:



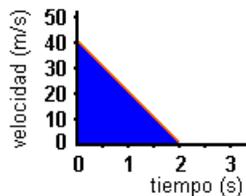
La gráfica de arriba corresponde a un móvil que se desplaza con una velocidad constante de 30 m/s. El área azul representa la distancia recorrida por el móvil entre $t = 0$ y $t = 3$ s. Se trata de un rectángulo cuya base es 3 s y cuya altura es 30 m/s.,

Como el área del rectángulo = base x altura, en nuestro caso será:

$$\text{Área} = 3 \text{ s} \times 30 \text{ m/s} = 90 \text{ m}$$

Por tanto durante los tres segundos que dura el movimiento, el móvil recorre una distancia de 90 m.,

En la gráfica de abajo se representa el movimiento de aceleración negativa de un móvil que parte con velocidad inicial de 40 m/s y que se detiene a los 2 s.

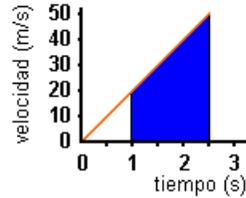


Como el área del triángulo = $\frac{1}{2} b h$, tenemos:

$$\text{Área} = 0,5 \times 2 \text{ s} \times 40 \text{ m/s} = 40 \text{ m}$$

La distancia recorrida en dos segundos es 40 m.

El área marcada en este caso representa la distancia recorrida por el móvil entre 1s y 2,5s.

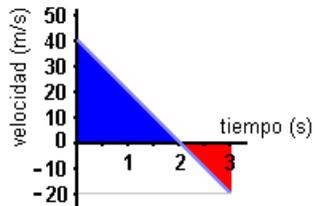


Como el área del trapecio = $\frac{1}{2} b (h_1 + h_2)$, tenemos:

$$\text{Área} = 0,5 \times 1,5 \text{ s} (20 \text{ m/s} + 50 \text{ m/s}) = 52,5 \text{ m},$$

En este caso, por tanto, el móvil recorre 52,5 m.,

Vamos a estudiar ahora un caso un poco más complicado.,



El movimiento representado en la gráfica de arriba tiene velocidad positiva en el intervalo comprendido entre 0 y 2s y velocidad negativa en el segundo siguiente. Ya hemos calculado más arriba que el área del triángulo azul equivale a un desplazamiento de 40 m. Por su parte, el triángulo rojo representa un desplazamiento de de:,

$$\text{Área} = \frac{1}{2} b h = 0,5 \times 1 \text{ s} \times (-20) \text{ m/s} = -10 \text{ m},$$

,

El signo negativo nos indica que la distancia ha sido recorrida en sentido contrario. Por lo tanto en este caso la distancia recorrida y el desplazamiento son diferentes:

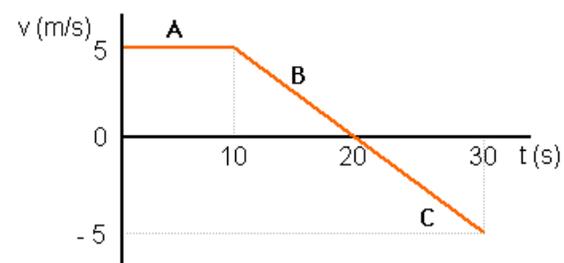
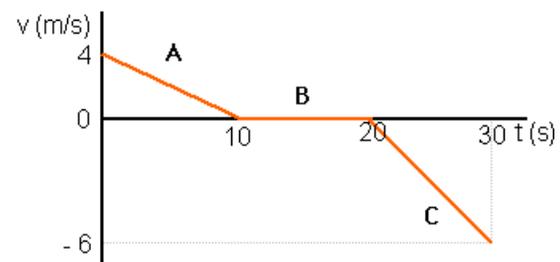
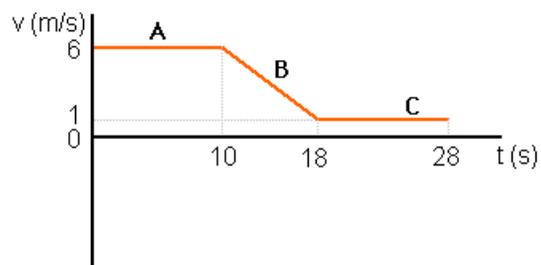
$$\text{distancia recorrida} = 40 \text{ m (derecha)} + 10 \text{ m (izquierda)} = 50 \text{ m},$$

desplazamiento = $40 \text{ m} - 10 \text{ m} = 30 \text{ m}$

Como habrás observado para calcular la distancia recorrida sumamos las áreas sin considerar su signo, mientras que para determinar el desplazamiento sí se consideran los correspondientes signos.

Para comprobar que lo has entendido calcula el desplazamiento y la distancia recorrida en cada uno de los siguientes

Ejercicios



Relación entre las gráficas

En las páginas dedicadas a la interpretación de las gráficas hemos visto que:

* En las gráficas posición-tiempo la pendiente es la velocidad.

* En las gráficas velocidad-tiempo la pendiente representa a la aceleración y el área bajo la gráfica simboliza el cambio de posición.

En la gráfica posición tiempo se representa la ecuación:

$$e = e_o + v_o t + at$$

En la gráfica velocidad-tiempo se representa la ecuación:

$$v_f = v_o + at$$

En la gráfica aceleración-tiempo se representa la ecuación:

$$a = \text{constante}$$

Dando valor cero a la aceleración estudiarás movimientos uniformes y en otro caso, estudiarás movimientos uniformemente acelerados.

Observa que todas nuestras gráficas a-t son rectas horizontales, es decir de pendiente cero. Recuerda que esto significa que la aceleración no cambia, ni en el caso de los movimientos uniformes (en los que es cero) ni en el de los movimientos uniformemente acelerados (en los que mantiene constante su valor).

Caída libre

Se le llama caída libre al movimiento que se debe únicamente a la influencia de la gravedad.

* Todos los cuerpos con este tipo de movimiento tienen una aceleración dirigida hacia abajo cuyo valor depende del lugar en el que se encuentren. En la Tierra este valor es de aproximadamente $9,8 \text{ m/s}^2$, es decir que los cuerpos dejados en caída libre aumentan su velocidad (hacia abajo) en $9,8 \text{ m/s}$ cada segundo .

* En la caída libre no se tiene en cuenta la resistencia del aire.

La aceleración a la que se ve sometido un cuerpo en caída libre es tan importante en la Física que recibe el nombre especial de aceleración de la gravedad y se representa mediante la letra g .

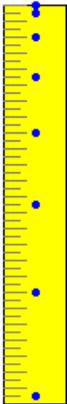
Lugar	g m/s ²
Mercurio	2,8
Venus	8,9
Tierra	9,8
Marte	3,7
Júpiter	22,9
Saturno	9,1
Urano	7,8
Neptuno	11,0
Luna	1,6

Hemos dicho antes que la aceleración de un cuerpo en caída libre dependía del lugar en el que se encontrara. A la izquierda tienes

algunos valores aproximados de g en diferentes lugares de nuestro Sistema Solar.

Para hacer más cómodos los cálculos de clase solemos utilizar para la aceleración de la gravedad en la Tierra el valor aproximado de 10 m/s^2 en lugar de $9,8 \text{ m/s}^2$, que sería más correcto.

En el gráfico y en la tabla se puede ver la posición de un cuerpo en caída libre a intervalos regulares de 1 segundo.



tiempo (s)	0	1	2	3	4	5	6	7
posición (m)	0	-5	-20	-45	-80	-125	-180	-245

Para realizar los cálculos se ha utilizado el valor $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Observa que la distancia recorrida en cada intervalo es cada vez mayor y eso es un signo inequívoco de que la velocidad va aumentando hacia abajo.

Ahora es un buen momento para repasar las páginas que se refieren a la interpretación de las gráficas e-t y v-t y recordar lo que hemos aprendido sobre ellas.

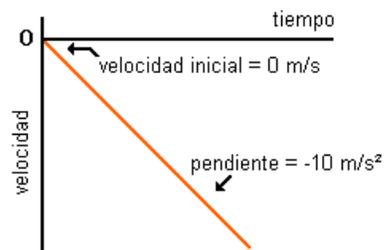
Ya hemos visto que las gráficas posición-tiempo y velocidad-tiempo pueden proporcionarnos mucha información sobre las características de un movimiento.



Para la caída libre, la gráfica posición tiempo tiene la siguiente apariencia:

Recuerda que en las gráficas posición-tiempo, una curva indicaba la existencia de aceleración.

La pendiente cada vez más negativa nos indica que la velocidad del cuerpo es cada vez más negativa, es decir cada vez mayor pero dirigida hacia abajo. Esto significa que el movimiento se va haciendo más rápido a medida que transcurre el tiempo.



Observa la gráfica v-t de la derecha que corresponde a un movimiento de caída libre.

Su forma recta nos indica que la aceleración es constante, es decir que la variación de la velocidad en intervalos regulares de tiempo es constante.

tiempo (s)	0	1	2	3	4	5	6	7
velocidad (m/s)	0	-10	-20	-30	-40	-50	-60	-70

La pendiente negativa nos indica que la aceleración es negativa. En la tabla anterior podemos ver que la variación de la velocidad a intervalos de un segundo es siempre la misma (-10 m/s). Esto quiere decir que la aceleración para cualquiera de los intervalos de tiempo es:

$$g = -10 \text{ m/s} / 1 \text{ s} = -10 \text{ m/s/s} = -10 \text{ m/s}^2$$

Subir en caída libre?

Pues sí!

Si lanzamos un cuerpo verticalmente hacia arriba, alcanzará una altura máxima y después caerá. Tanto la fase de subida como la de bajada son de caída libre porque así llamamos a los movimientos que sólo dependen de la gravedad.

Mientras el cuerpo va hacia arriba, su rapidez disminuye y por lo tanto la gravedad estará dirigida en sentido contrario, es decir hacia abajo.

Veamos un ejemplo:

Supón que estamos en la Luna y lanzamos un cuerpo verticalmente hacia arriba con una rapidez de 30 m/s, qué altura máxima alcanzará?

Al encontrarnos en la Luna, utilizaremos el valor de g que aparece en la tabla. Como la rapidez del movimiento irá disminuyendo hasta hacerse cero en el punto de altura máxima, la gravedad será de sentido contrario al de la velocidad. Así, el valor de la gravedad que debemos utilizar es $g = -1,6 \text{ m/s}^2$.

La velocidad final es cero ya que es la velocidad que tiene el cuerpo cuando alcanza su altura máxima, y ese instante es el final de nuestro estudio (no nos preguntan lo que ocurre después de ese momento).

Esquema	Datos	Buscamos
	$v_o = +20 \text{ m/s}$ $v_f = 0 \text{ m/s}$ $g = -1,6 \text{ m/s}^2$	$h = ?$

Para calcular la altura debemos utilizar la ecuación:

$$h = v_o t + \frac{1}{2} g t^2$$

pero necesitamos saber, previamente, el tiempo en el que se alcanzará la altura máxima, para lo que utilizaremos la ecuación:

$$v_f = v_o + g t$$

$$0 = 20 \text{ m/s} + (-1,6) \text{ m/s}^2 t$$

$$-20 \text{ m/s} = -1,6 \text{ m/s}^2 t$$

$$t = (-20 \text{ m/s})/(-1,6 \text{ m/s}^2) = 12,5 \text{ s}$$

Ya podemos calcular la altura:

$$h = 20 \text{ m/s} \times 12,5 \text{ s} + 0,5 \times (-1,6 \text{ m/s}^2) \times (12,5 \text{ s})^2$$

$$h = 250 \text{ m} - 125 \text{ m} = 125 \text{ m}$$

Este resultado no es exagerado ya que hemos hecho los cálculos para la Luna, donde la gravedad es unas seis veces menor que en la Tierra.

Sabrías calcular, basándote en esta aproximación, la altura que hubiese alcanzado en la Tierra?