Teorías de Gauge
Prueba #1
14 de Noviembre de 2006
Prof. Jorge Alfaro S.

Problema #1

Considere el modelo de Yukawa cuya acción es:

$$S = \int d^d x \bar{\psi}(x)(i\gamma_\mu \partial_\mu - M)\psi(x) + \frac{1}{2}(\partial_\mu \phi(x)\partial_\mu \phi(x) - m^2 \phi(x)^2) + g\bar{\psi}(x)\psi(x)\phi(x)$$

(a) Encuentre las reglas de Feynman en espacio de momentos.
(b) Encuentre la dimensión canónica de g en dimensión d.
(c) Para cual valor de d=dr el modelo sería renormalizable?.
(d) Compruebe este resultado calculando el grado de divergencia de los diagramas 1PI.
(e) Dibuje y escriba la contribución a un loop para los 1PI divergentes en espacio de momentos. Especifique el grado de divergencia de cada uno. No calcule las integrales.
(f) En d=dr,calcule los contratérminos a un "loop" usando regularización dimensional. Es renormalizable el modelo con la acción original?.

Problema #2

Considere un campo escalar complejo, acoplado minimalmente al campo electromagnético A_μ. El Lagrangiano es:

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}(F_{\mu\nu})^2 + (D_\mu \phi)^*(D^\mu \phi) - m^2 \phi^* \phi \quad (1)$$

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu \quad (2)$$

$$D_\mu = \partial_\mu + ieA_\mu \quad (3)$$

(a) Encuentre en espacio de momentos i) el propagador del campo escalar; ii) Los vértices que describen la interacción del fotón con el campo ϕ.

(b) Calcule la contribución del campo escalar a la polarización del vacío del fotón, usando regularización dimensional. Note que hay dos diagramas. Para escribir la respuesta en la forma transversal:

$$\Pi^{\mu\nu}(q^2) = (g^{\mu\nu}q^2 - q^\mu q^\nu)\Pi(q^2)$$

es conveniente sumar los dos diagramas al comienzo, poniéndolos sobre un denominador común antes de introducir parámetros de Feynman. Además use la simetría del integrando bajo el cambio de variables $x- > 1-x$. Escriba explícitamente la parte divergente y la parte finita. Explique claramente de donde viene la dependencia en μ.

Tiempo:3 horas

Algunas fórmulas útiles

$$\frac{1}{a^4} = \frac{1}{6}\int_0^\infty dtt^3 e^{-at} \tag{4}$$

$$\int\int\int dxln(x) = -\frac{11}{36}x^3 + \frac{1}{6}x^3 ln(x) \tag{5}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} dxe^{-ax} = \sqrt{\frac{\pi}{a}} \tag{6}$$

NOTA: En esta prueba usaremos la métrica de Sakita: $g_{00} = 1, g_{ii} = -1$.

$$\int \frac{d^dk}{(2\pi)^d}\frac{1}{(k^2-M)^n} = \frac{(-1)^n i}{(4\pi)^{d/2}}\frac{\Gamma(n-d/2)}{\Gamma(n)}(M)^{d/2-n} \tag{7}$$

$$\int \frac{d^dk}{(2\pi)^d}\frac{k^\mu k^\nu}{(k^2-M)^n} = \frac{(-1)^{n-1} i}{(4\pi)^{d/2}}\frac{g^{\mu\nu}}{2}\frac{\Gamma(n-d/2-1)}{\Gamma(n)}(M)^{1+d/2-n} \tag{8}$$

$$\tag{9}$$