Teorías de Gauge
Prueba #2
27 de Noviembre de 2006
Prof. Jorge Alfaro S.

Problema #1

Considere las transformaciones infinitesimales siguientes:

$$\delta_\varepsilon A_\mu = \partial_\mu \varepsilon_0 + [\varepsilon_0, A_\mu] \tag{1}$$

$$\delta_\varepsilon B_\mu = [\varepsilon_0, B_\mu] + \partial_\mu \varepsilon_1 + [\varepsilon_1, A_\mu]. \tag{2}$$

Ellas actúan sobre un par de campos (A_μ, B_μ) , que se pueden reunir en un vector Ψ_μ:

$$\Psi_\mu = \begin{pmatrix} A_\mu \\ B_\mu \end{pmatrix}.$$

(a) Encuentre las transformaciones BRST de los campos, incluyendo los dos fantasmas (correspondientes a los parámetros $\varepsilon_0, \varepsilon_1$), los dos antifantasmas y los dos campos auxiliares (Nakanishi-Lautrup).

Las derivadas covariantes actuando sobre pares de campos (A,B) se definen por:

$$D_\mu A = \partial_\mu A - [A_\mu, A] \tag{3}$$

$$D_\mu B = \partial_\mu B - [A_\mu, B] - [B_\mu, A]\,, \tag{4}$$

El tensor de campo se obtiene conmutando dos derivadas covariantes:

$$[D_\mu, D_\nu] \begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [A, F_{\mu\nu}] \\ [B, F_{\mu\nu}] + \left[A, \tilde{F}_{\mu\nu}\right] \end{pmatrix}, \tag{5}$$

(b) Encuentre $F_{\mu\nu}$ y $\tilde{F}_{\mu\nu}$.

(c) Descomponga los campos de acuerdo al método del Campo de Fondo. Como transforman los distintos campos?

(d) Fije el gauge del Campo de Fondo usando el método BRST.

(e) Encuentre el lagrangiano de los campos fantasmas.

Problema #2

Dado el Lagrangiano de la teoría de Yang-Mills no abeliana en el gauge de Feynman-'t Hooft:

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}(F^a_{\mu\nu})^2 + \mathcal{L}_f + \mathcal{L}_g \tag{6}$$

$$F^a_{\mu\nu} = \partial_\mu A^a_\nu - \partial_\nu A^a_\mu + g f^{abc} A^b_\mu A^c_\nu \tag{7}$$

$$\mathcal{L}_f = \bar{c}^a(-\partial^2 \delta^{ac} - g\partial^\mu f^{abc} A^b_\mu) c^c \tag{8}$$

$$\mathcal{L}_g = \frac{1}{2}(\partial^\mu A^a_\mu)^2 \tag{9}$$

f^{abc} son las constantes de estructura totalmente antisimétricas del álgebra de Lie. c^a son los fantasmas.

(a) Escriba las reglas de Feynman en espacio de momentos.

(b) Calcule el contratérmino correspondiente a la autoenegía del gluón. Muestre que es de la forma:

$$D(q^2 g^{\mu\nu} - q^\mu q^\nu)\delta^{ab}$$

Encuentre D.

Puede usar los apuntes de clases.

Tiempo: 3.30 hrs.

Algunas fórmulas útiles

$$\int \frac{d^d k}{(2\pi)^d} \frac{1}{(k^2 - M)^n} = \frac{(-1)^n i}{(4\pi)^{d/2}} \frac{\Gamma(n - d/2)}{\Gamma(n)} (M)^{d/2-n} \tag{10}$$

$$\int \frac{d^d k}{(2\pi)^d} \frac{k^\mu k^\nu}{(k^2 - M)^n} = \frac{(-1)^{n-1} i}{(4\pi)^{d/2}} \frac{g^{\mu\nu}}{2} \frac{\Gamma(n - d/2 - 1)}{\Gamma(n)} (M)^{1+d/2-n} \tag{11}$$

$$\tag{12}$$