



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE  
FACULTAD DE FÍSICA

---

# *Anomalía de Pioneer 10/11*

por

Nicolás Zalaquett Rock.

Informe de práctica presentado a la Facultad de Física  
de la Pontificia Universidad Católica de Chile, como  
uno de los requisitos para optar al grado académico de  
Licenciado en Física.

PROFESOR GUÍA : Dr. Jorge Alfaro  
COMISIÓN INFORMANTE : Dr. Marcelo Loewe  
Dr. Máximo Bañados

Diciembre, 2006  
SANTIAGO – CHILE



# Agradecimientos

Muchas gracias a mi profesor guía, Jorge Alfaro, por la paciencia y las múltiples ideas y comentarios que me entregó durante la práctica. Y repito por la paciencia... A los correctores, profesores Máximo Bañados y Marcelo Loewe, por aceptar una y otra vez la postergación de la entrega y por corregir mi trabajo. A mi familia por todo lo que han sido y por su alegría. A mis compañeros, y excelentes amigos, por todo lo que hemos vivido en estos 5 años. A mis amigos, que son ya hermanos, por aguantarme y apañarme durante mi carrera y, en especial, este semestre. A Coni por aguantar y hacer más feliz a un allegado en múltiples ocasiones. A Turri por la buena onda y compañía incondicional.

## AGRADECIMIENTOS

---

# Resumen

Se presentó una descripción de las bases técnicas y teóricas de la anomalía experimentada por los satélites Pioneer 10 y 11. Se realizó también un análisis de la anomalía basado en cuatro opciones: (1) Material Interplanetario. Se llegaron a cotas de materia de  $2,8 \times 10^{-4} M_{\odot}$  lo cual es inadmisibile según la precisión del cfométrides calculado para los planetas. Se intentó disminuir la cantidad de masa necesaria mediante un arrastre símil a Radiación de Cerenkov en versión acústico. No se logró generar un modelo que coincidiera con la anomalía. (2) Expansión Cosmológica. Se llegó a una aproximación numéricamente bastante similar a la anomalía, pero las bases conceptuales que se presentan fueron débiles. Se tomó como una posibilidad que la expansión del Universo ocurra en toda métrica pero que entre objetos masivos dependa de su ligazón. (3) Correcciones a PPN. Se expandió el potencial Newtoniano en PPN a corrección de momento dipolar considerando el Sol y Júpiter. Los resultados entregaron una curva de aceleración en el orden de la anomalía para la zona de 20[UA] en adelante, pero la curva tenía concavidad diferente, además de que las magnitudes no coincidían. (4) Se intentó resolver, a partir de la acción de Teoría de Cuerdas, la interacción del escalar con la métrica. Se llegó a una solución aproximada para la derivada del escalar (en función de  $r$ ) que cumple con ser asintóticamente constante. No se alcanzaron a resolver las perturbaciones a la métrica.

## RESUMEN

---

# Índice general

<b>Resumen</b>	<b>I</b>
<b>Introducción</b>	<b>VII</b>
<b>1. Detección de La Anomalía y Correcciones Sistemáticas</b>	<b>1</b>
1.1. Satélites y Descripción General de las Órbitas . . . . .	1
1.2. Datos . . . . .	3
1.3. Modelos Básicos de Navegación . . . . .	3
1.4. La Anomalía . . . . .	4
1.5. Correcciones Sistemáticas . . . . .	4
1.5.1. Breve Descripción de Errores Sistemáticos . . . . .	5
1.6. Misiones Ulysses y Galileo . . . . .	6
1.6.1. Ulysses . . . . .	6
1.6.2. Galileo . . . . .	6
<b>2. Parametrización Post-Newtoniana (PPN)</b>	<b>7</b>
2.1. Descripción de la Materia y Límites de Corrección en PPN. . . . .	8
2.2. Aproximación Newtoniana . . . . .	10
2.3. Coeficientes de la Métrica PPN y Parámetros PPN . . . . .	10
2.4. Velocidad de Coordenadas PPN Relativa al 'Marco en Reposo' Universal .	12
2.5. Ecuaciones de Movimiento . . . . .	13
2.6. Posibilidades de PPN . . . . .	14
<b>3. Posibles Explicaciones Previamente Estudiadas</b>	<b>15</b>
3.1. Materia Oscura o Bariónica . . . . .	15
3.2. Efectos de Marea Gravitacional en los Satélites . . . . .	15
3.3. Efectos del Fondo en Expansión . . . . .	16
3.4. Variación del Término G . . . . .	17
3.5. Interacción Fotón-Gravitón . . . . .	17

## RESUMEN

---

3.6. Opciones Basadas en Teorías Métricas . . . . .	18
<b>4. Análisis de la Anomalía</b>	<b>19</b>
4.1. Material Interplanetario . . . . .	19
4.2. Expansión Cosmológica . . . . .	21
4.3. Correcciones a PPN . . . . .	23
4.4. Campo Escalar . . . . .	24
<b>5. Resultados</b>	<b>27</b>
<b>6. Conclusiones</b>	<b>29</b>
<b>A. Parámetros PPN</b>	<b>31</b>



# Índice de figuras

1.1. <i>Izquierda:</i> Esquema de los satélites Pioneer 10 y 11. <i>Derecha:</i> Foto del prototipo que será Pioneer 10. . . . .	2
1.2. Órbita de los satélites en el interior del sistema solar. . . . .	2
1.3. Encuentro de los satélites con Júpiter. . . . .	2
1.4. <i>Izquierda:</i> Residuos Doppler de Pioneer 10 desde 1987. <i>Derecha:</i> Aceleración interpretada de los datos Doppler. . . . .	4
1.5. Bias e incertezas de errores sistemáticos analizados. [5] . . . . .	5
4.1. Ajuste de aceleración anómala. . . . .	20
4.2. Densidad de materia como función de la distancia. . . . .	20
4.3. <i>Aceleración.</i> . . . .	25

## INTRODUCCIÓN

---

# Introducción

Desde tiempos ancestrales el humano ha intentado describir la naturaleza que lo rodea. Sus herramientas han sido la experiencia y su capacidad de mezclar los registros que guarda de ella. En lo que a ciencia incumbe se generan teorías, las cuales serán más robustas mientras más experiencia predigan. Cada vez que se registra nueva información se busca predecirla, o "post-predecirla", a partir de teorías (o de una mezcla de éstas), junto a otra información que se relacione con la nueva. Siempre habrá explicación teórica (ya que pueden incluso modificarse teorías para que calcen con el fenómeno), pero queda como candidata preferente la que mejor calce en casos relacionados. Las anomalías son información nueva, en proceso de predicción.

La anomalía de los satélites Pioneer 10 y 11 se refiere a un residuo entre corrimientos doppler esperados y corrimientos experimentales. Existe menos corrimiento al rojo que el esperado, lo que también puede ser interpretado como una aceleración anómala dirigida hacia el Sol. Numéricamente ésta es, después de correcciones (Capítulo 1):

$$a_P = 8,74 \pm 1,33 \times 10^{-8} \left[ \frac{cm}{s^2} \right]$$

El modelo gravitacional sobre el que se trabaja es la aproximación post-Newtoniana correspondiente a la teoría de Relatividad General (RG). La RG a logrado explicar múltiples fenómenos del universo, lo que convierte a esta anomalía en un 'bache experimental' que debe ser explicado. En este trabajo se expone, de forma reducida, la base experimental y teórica sobre la cual aparece esta anomalía (Capítulos 1 y 2). Además se describen brevemente algunas explicaciones previamente estudiadas (Capítulo 3). Después se continúa haciendo un análisis de algunas posibles causas de la anomalía (Capítulo 4).

## INTRODUCCIÓN

---

# Capítulo 1

## Detección de La Anomalía y Correcciones Sistemáticas

### 1.1. Satélites y Descripción General de las Órbitas

Los satélites Pioneer 10 y 11 fueron lanzados el 2 de Marzo de 1972 y el 5 de Abril de 1973 respectivamente. Sus trayectorias incluyeron encuentros con Júpiter (Pioneer 10 y 11) y Saturno (Pioneer 11), después de lo que cumplieron orbitas hiperbólicas cercanas al plano eclíptico hacia lados opuestos del sistema solar. Son idénticos en diseño, pero Pioneer 10 cuenta con las mejores piezas de los prototipos (fueron 4). Pioneer 11 cuenta con el segundo mejor grupo de componentes. Son muy estables en cuanto a giro sobre sus ejes. El eje principal de giro, en ambos satélites, pasa por el centro de una antena parabólica de 2.74m de diámetro. A grandes distancias se requieren un mínimo de maniobras para reorientar las antenas hacia la tierra, lo que disminuye la producción de errores, convirtiéndolos en excelentes laboratorios de experimentos de mecánica celestial, con precisión de detección de aceleraciones del orden de  $10^{-8}[\frac{cm}{s^2}]$ . Su masa total al momento del lanzamiento era de 259 kg y su masa seca (sin contar combustibles) era de 223 kg. Un dibujo esquemático de los satélites aparece en la Fig. 1.1.

En las figuras 1.2 y 1.3 aparecen sus trayectorias y encuentros con Júpiter [19]. Para Pioneer 10 se terminó la misión el 31 de Marzo de 1997 mientras que Pioneer 11 sufrió un defecto en la generación de señales Doppler coherentes<sup>1</sup> el 1 de Octubre de 1990. Pioneer 10 va en la dirección de Aldebarán<sup>2</sup>. Pioneer 11 se dirige hacia la

---

<sup>1</sup>Coherentes en el sentido que existe una proporción 'exacta' entre las frecuencias de transmisión y recepción.

<sup>2</sup>La estrella roja Aldebarán está a 68 años luz. A Pioneer 10 le tomará más de 2 millones de años en llegar.

# CAPÍTULO 1. DETECCIÓN DE LA ANOMALÍA Y CORRECCIONES SISTEMÁTICAS

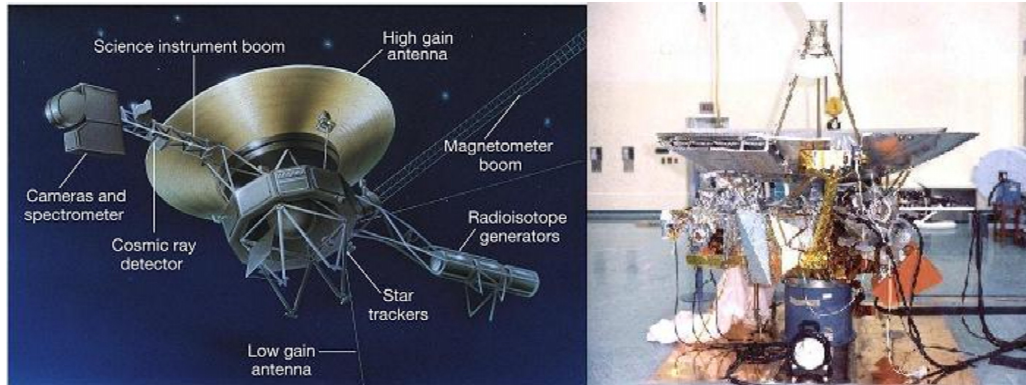


Figura 1.1: *Izquierda:*Esquema de los satélites Pioneer 10 y 11.*Derecha:* Foto del prototipo que será Pioneer 10.

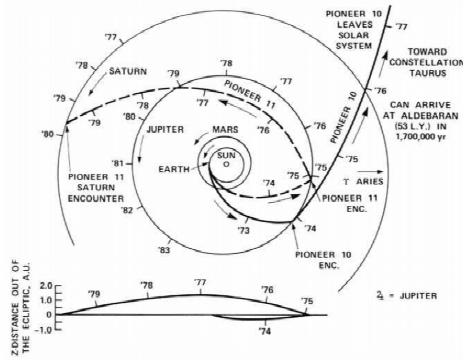


Figura 1.2: Órbita de los satélites en el interior del sistema solar.

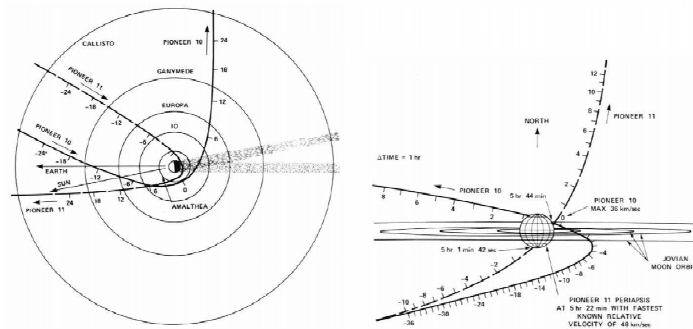


Figura 1.3: Encuentro de los satélites con Júpiter.

constelación Aquila<sup>3</sup>. Para detalles técnicos de los satélites y plan de misión detallado ver [11, 24, 23, 22, 1].

## 1.2. Datos

La adquisición de datos es llevada a cabo por *The Deep Space Network* (DSN) [26]. DSN es una red de estaciones terrestres utilizadas para el seguimiento de naves interplanetarias. El seguimiento se hace con señales de radio de fase coherente (coherencia se refiere a una proporción constante entre las frecuencias de la señal recibida y la señal transmitida). El corrimiento Doppler de estas señales (después de reguladas según el formato de coherencia de fase) se procesa para generar un archivo de entrada para programas de determinación de órbita. Este es la base para generar las trayectorias, las cuales se generan en un programa que incluye los mayores efectos posibles. Los datos extraídos fueron procesados por dos programas generadores de órbita independientes, uno del *Jet Propulsion Laboratory* y otro de *The Aerospace Corporation*. En ambos se utilizaron modelos físicos muy similares, difiriendo en la programación.[5]

## 1.3. Modelos Básicos de Navegación

Para modelar la órbita según los datos extraídos se utilizan ecuaciones relativistas de movimiento en el límite de baja velocidad y campo débil (formalismo post-Newtoniano o PPN) considerado adecuado para el sistema solar [31, 32]). Se toman la Luna, el Sol y los nueve planetas como masas puntuales en una métrica de N-cuerpos en el límite PPN, con perturbaciones gravitacionales Newtonianas producidas por grandes cinturones de asteroides. En este caso ambos equipos utilizaron los valores correspondientes a Relatividad General (Capítulo 2). También es necesario tomar en cuenta el tiempo total recorrido por la luz y relacionar el tiempo válido en el sistema solar (*Tiempo Efemérides ET*) con el tiempo que se utiliza en los datos (*Tiempo Atómico Internacional (TAI)*)[18] .

Aparte del modelo gravitacional, es necesario tomar en cuenta las pequeñas fuerzas no gravitacionales que pueden influir. En los modelos estándar de navegación se incluyen: el efecto de la presión de radiación solar, la presión del viento solar, las maniobras ejecutadas sobre las naves (incluso con pérdida de gas por el sistema de propulsión), entre otros [16, 12]. Además se han incluido correcciones necesarias por el paso de los fotones por zonas de la corona solar [5], ya que se produce un retraso en el tiempo de viaje de los

---

<sup>3</sup>Le tomará cerca de 4 millones de años llegar.

## CAPÍTULO 1. DETECCIÓN DE LA ANOMALÍA Y CORRECCIONES SISTEMÁTICAS

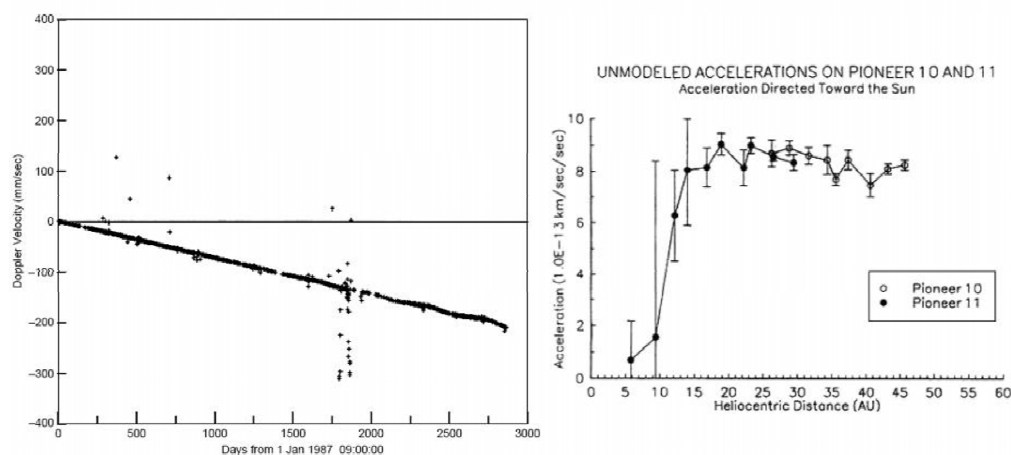


Figura 1.4: *Izquierda*: Residuos Doppler de Pioneer 10 desde 1987. *Derecha*: Aceleración interpretada de los datos Doppler.

fotones a causa del scattering con elementos de la corona solar. Los programas de generación de órbita integran cada paso utilizando las posiciones medidas para cada cuerpo celeste.

### 1.4. La Anomalía

Para Pioneer 10, a una distancia de 20 Unidades Astronómicas (UA), cuando la aceleración por presión de radiación solar había disminuido ya a menos de  $5 \times 10^{-8} [cm/s^2]$  (hacia afuera), se encontró un bias constante, entre los residuos Doppler esperados y los extraídos, que se puede interpretar como una aceleración aparente hacia el Sol de  $a_P \sim 8 \times 10^{-8} [cm/s^2]$  [3, 30]. Se concluyó que este bias aparecía en ambos satélites Pioneer 10 y 11. El análisis fue efectuado por ambos grupos independientemente (*Jet Propulsion Laboratory* y *The Aerospace Corporation*). Es muy importante notar que el bias aparece en forma de un *residuo Doppler negativo* ( $a_t$ ) (o corrimiento 'extra' al azul), se interpreta como una aceleración aparente mediante  $a_t c = a_P$  donde  $c$  es la velocidad de la luz. En la Fig. 1.4 aparecen los residuos Doppler de Pioneer 10 (desde 1987) y la aceleración interpretada para Pioneer 10 y 11.

### 1.5. Correcciones Sistemáticas

Después de la detección de la anomalía, con la intención de explicarla, se realizaron múltiples correcciones sistemáticas [5]. Estas comprendieron los efectos externos a los satélites,



## 1.5. CORRECCIONES SISTEMÁTICAS

Item Description of error budget constituents	Bias $10^{-8} \text{ cm/s}^2$	Uncertainty $10^{-8} \text{ cm/s}^2$
<b>1 Systematics generated external to the spacecraft:</b>		
a) Solar radiation pressure and mass	+0.03	$\pm 0.01$
b) Solar wind		$\pm < 10^{-5}$
c) Solar corona		$\pm 0.02$
d) Electro-magnetic Lorentz forces		$\pm < 10^{-4}$
e) Influence of the Kuiper belt's gravity		$\pm 0.03$
f) Influence of the Earth orientation		$\pm 0.001$
g) Mechanical and phase stability of DSN antennae		$\pm < 0.001$
h) Phase stability and clocks		$\pm < 0.001$
i) DSN station location		$\pm < 10^{-5}$
j) Troposphere and ionosphere		$\pm < 0.001$
<b>2 On-board generated systematics:</b>		
a) Radio beam reaction force	+1.10	$\pm 0.11$
b) RTG heat reflected off the craft	-0.55	$\pm 0.55$
c) Differential emissivity of the RTGs		$\pm 0.85$
d) Non-isotropic radiative cooling of the spacecraft		$\pm 0.48$
e) Expelled Helium produced within the RTGs	+0.15	$\pm 0.16$
f) Gas leakage		$\pm 0.56$
g) Variation between spacecraft determinations	+0.17	$\pm 0.17$
<b>3 Computational systematics:</b>		
a) Numerical stability of least-squares estimation		$\pm 0.02$
b) Accuracy of consistency/model tests		$\pm 0.13$
c) Mismodeling of maneuvers		$\pm 0.01$
d) Mismodeling of the solar corona		$\pm 0.02$
e) Annual/diurnal terms		$\pm 0.32$
Estimate of total bias/error	+0.90	$\pm 1.33$

Figura 1.5: Bias e incertezas de errores sistemáticos analizados. [5]

los efectos internos y los posibles errores en el sistema computacional que recopilaba la información. Se presenta una tabla en la Fig. 1.5 que resume los resultados logrados en ese análisis. Se llegó a la conclusión que la anomalía persiste sobre toda explicación sistemática actual (esto no descarta que pueda generarse). Se estimó un valor corregido para ésta de:  $a_p = 8,74 \pm 1,33 \text{ cm/s}^2$  para ambos satélites [5].

### 1.5.1. Breve Descripción de Errores Sistemáticos

Para una descripción detallada de los errores referirse a [5]. Los errores sistemáticos con mayor bias corresponden a los generados desde los satélites mismos. Estos comprenden: Fugas de gas (que están debidamente acotadas ya que las compuertas no se abren en todo momento), reacción de los satélites a las emisiones de radio generadas por la antena (la potencia de la radiación esta bien definida por lo que la reacción esta bi-

## CAPÍTULO 1. DETECCIÓN DE LA ANOMALÍA Y CORRECCIONES SISTEMÁTICAS

---

en acotada), radiación térmica generada por los propulsores que se refleja en la antena parabólica generando una aceleración por presión de radiación<sup>4</sup> (aún cuando se asume el caso completamente anisotrópico la cota máxima de presión es baja), y así sucesivamente. En total estas correcciones no alcanzan a sumar ni la incerteza en las mediciones (de  $2 \times 10^{-8}[cm/s^2]$  aproximadamente). Por lo que la anomalía, desde el punto de vista sistemático, sigue sin explicación.

### 1.6. Misiones Ulysses y Galileo

#### 1.6.1. Ulysses

El satélite Ulysses fue lanzado el 6 de Octubre de 1990, con la intención de caracterizar la heliósfera como función de las latitudes solares. Su masa era de 333.5 [kg] seco más 33.5 [kg] de combustible. Llegó a la órbita de Júpiter el 8 de Febrero de 1992. Tenía estabilización de giro, inicialmente, de 4.99 rpm. Se efectuaron múltiples maniobras de reorientación para que las transmisiones llegaran a la Tierra.

Se calculó una aceleración anómala para este satélite de  $a_U = (12 \pm 3) \times 10^{-8}[cm/s^2]$  [5]. Pero ésta está altamente correlacionada con la presión de radiación solar (0.888). De hecho, se calculó como un ajuste para la aceleración por presión de radiación ya que la 'constante de radiación solar' (flujo de energía emitida por unidad de área en la superficie del Sol) era mayor en un 40 % en 1.3 [UA] que en 5.4 [UA] (lo que es imposible). Además la aceleración anómala para Ulysses parece estar fuertemente dominada por fugas de gas [5], ya que con cada maniobra de reorientación del satélite la anomalía cambió bastante.

#### 1.6.2. Galileo

El satélite Galileo fue lanzado el 18 de Octubre de 1989 a bordo del trasbordador espacial Discovery. Su objetivo era explorar el sistema Joviano. Su masa era de 2,223 [kg] total incluyendo 925 [kg] de combustible. Su órbita final se encuentra a 5.2 [UA] aproximadamente. Tenía un sistema de giro dual, donde dos partes del satélite giraban independientemente, pero un fallo mecánico dejó girando a ambas partes por igual a 3.15 rpm. Se detectó una aceleración anómala de  $a_G = (8 \pm 3) \times 10^{-8}[cm/s^2]$  pero nuevamente muy altamente correlacionada con la aceleración por presión de radiación solar (0.99) [5].

---

<sup>4</sup>2b en la tabla.

## Capítulo 2

# Parametrización Post-Newtoniana (PPN)

El modelo gravitacional sobre el que se ha trabajado por más de 25 años para estudiar el sistema solar es la parametrización Post-Newtoniana (PPN). Es una corrección a la aproximación Newtoniana, manteniendo la posibilidad de que la teoría de la Relatividad General no sea la más precisa para modelar la gravitación.<sup>1</sup>

En PPN se incluyen teorías de gravitación métricas<sup>2</sup>, cuyas diferencias se presentan en PPN como la diferencia entre 10 parámetros que aparecen en la métrica. Cada uno de estos parámetros representa una descripción física crucial sobre la interacción de la materia con la geometría. La definición de los parámetros se presenta en las siguientes secciones. Describiendo resumidamente los parámetros que se definirán:

$\gamma$ : Cuanta curvatura  $g_{\mu\nu}$  es producida por unidad de masa en reposo.

$\beta$ : Cuanta no linealidad existe en la ley de superposición para gravedad  $g_{00}$ .

$\beta_1$ : Cuanta gravedad es producida por unidad de energía cinética.

$\beta_2$ : Cuanta gravedad es producida por unidad de energía potencial gravitacional.

$\beta_3$ : Cuanta gravedad es producida por unidad de energía interna.

$\beta_4$ : Cuanta gravedad es producida por unidad de presión.

$\zeta$ : Diferencia entre energía transversal y radial sobre la gravedad.

---

<sup>1</sup>Aunque en el caso de la anomalía de los Pioneer se toman los valores de los parámetros de PPN correspondientes a Relatividad General.

<sup>2</sup>La razón principal, sobre la que se apoya el supuesto que la gravitación sea formulada con ayuda de métricas, es la facilidad proporcionada por éstas para incluir el *principio de equivalencia*.

## CAPÍTULO 2. PARAMETRIZACIÓN POST-NEWTONIANA (PPN)

---

$\eta$ : Diferencia entre estrés transversal y radial sobre la gravedad.

$\Delta_1$ : Cuanto arrastre de marcos inerciales es producido por unidad de momentum.

$\Delta_2$ : Diferencia entre producción transversal y radial de arrastre por momentum de los marcos inerciales.

La versión de los parámetros utilizada por JPL es la de [31]. Se presentará la relación con los definidos en este trabajo en el apéndice A. En lo que sigue  $c, G = 1$  y  $U = -\Phi$ , donde  $\Phi$  es el campo Newtoniano.

### 2.1. Descripción de la Materia y Límites de Corrección en PPN.

El límite PPN corresponde a campo débil y velocidades bajas. En el sistema solar las velocidades de los cuerpos con respecto al baricentro<sup>3</sup> son muy bajas y el campo en general no es mayor<sup>4</sup> de:  $U \leq \sim 10^{-6}$ . El sistema de coordenadas que utiliza PPN se centran en el baricentro del sistema solar. El sistema solar se aproxima como un medio estresado, con densidad de 'masa' bariónica

$$\rho_0 = n\mu_0,$$

donde  $n$  es la densidad numérica de bariones y  $\mu_0$  es una medida estándar de densidad de 'masa' por barión para algún estado bien definido. La densidad de energía interna por unidad de densidad de masa barionica:

$$\Pi = \frac{\rho - \rho_0}{\rho_0}$$

donde  $\rho$  es la densidad total de energía, también es baja. La presión es bastante isotrópica (valores de estrés direccional bajo) con lo que se puede aproximar muy bien por una presión promedio:

$$p = \frac{1}{3}(t_{11} + t_{22} + t_{33})$$

donde

$$t_{ij} = e_i T e_j$$

con  $i, j = 1, \dots, 3$ ,  $e_i$  es base y  $T$  tensor de energía-estrés. En términos de magnitudes, se pueden resumir todas las expresiones anteriores como sigue:

---

<sup>3</sup>El baricentro del sistema solar está ubicado muy cerca de la superficie del Sol, manteniendo a éste girando a su alrededor a una velocidad aproximada de  $12[km/s]$ . P.ej. tomando solamente a Júpiter en cuenta el baricentro queda a  $1,07R_{\odot}$  del centro del Sol.

<sup>4</sup>Recordar que en este capítulo  $c, G = 1$ .

## 2.1. DESCRIPCIÓN DE LA MATERIA Y LÍMITES DE CORRECCIÓN EN PPN.

---

Definiendo:

$$\epsilon^2 \equiv U_M,$$

donde  $U_M$  es el máximo valor del potencial Newtoniano  $U$ , el valor de  $U, p, \rho/\rho_0, |t_{ij}|/\rho_0, \Pi, v^2$ , en cualquier parte, será menor a  $\epsilon^2$  (p.ej. en el centro del Sol  $\epsilon^2 \sim 10^{-5}$ ).

En este límite los componentes de los cuadvectores de velocidad serán, a muy buena aproximación:

$$v_j = \frac{dx_j}{dx_0}.$$

También se puede inferir que las derivadas temporales serán menores que las derivadas espaciales de cualquier cantidad por  $O(\epsilon)^5$ :

$$\left| \frac{\partial A / \partial t}{\partial A / \partial x_j} \right| \sim v_j \leq \sim O(\epsilon).$$

Con estas condiciones podemos empezar a generar la corrección post-Newtoniana. Será una expansión de los coeficientes de la métrica en 'función' de  $\epsilon$  considerando a  $U, p, \rho/\rho_0, |t_{ij}|/\rho_0, \Pi$  como correcciones  $O(\epsilon^2)$  (suelen ser menores) y tratando a las derivadas temporales como  $O(\epsilon)$  más pequeñas que las derivadas espaciales. En este formato, términos que sean  $O(\epsilon)$  o  $O(\epsilon^3)$  cambian de signo bajo inversión temporal (ya que tiene términos impares de derivadas temporales o cantidad impar de términos  $v$ ) mientras que términos pares  $O(\epsilon^2)$  o  $O(\epsilon^4)$  no cambian de signo. La inversión temporal  $x'_0 = -x_0$  cambia a  $g'_{0j} = -g_{0j}$  pero deja invariantes a  $g_{00}$  y a  $g_{jk}$ . Con esto sólo pueden aparecer términos pares (con respecto a  $\epsilon$ ) en los términos  $g_{00}, g_{jk}$  de la métrica, y sólo pueden aparecer términos impares en  $g_{0j}$ .

Sólo se recupera la métrica de la aproximación Newtoniana exigiendo que:

$$g_{00} = -1 + 2U + O(\epsilon^4),$$

$$g_{0j} = O(\epsilon^3),$$

$$g_{ij} = \delta_{ij} + O(\epsilon^2).$$

Los límites de las correcciones se definen exigiendo correspondencia entre las ecuaciones geodésicas y las ecuaciones de movimiento de Newton:

$$\frac{d^2 x_j}{dt^2} \approx \frac{d^2 x_j}{d\tau^2} = -\Gamma_{\alpha\beta}^j \frac{dx^\alpha}{d\tau} \frac{dx^\beta}{d\tau} \approx \Gamma_{\alpha\beta}^j \frac{dx^\alpha}{dt} \frac{dx^\beta}{dt} = -\Gamma_{00}^j - 2\Gamma_{0k}^j v_k - \Gamma_{kl}^j v_k v_l = U_{,j} + O(\epsilon g_{0k,j}; \epsilon^2 g_{kl,j}).$$

---

<sup>5</sup>Esta notación implica magnitudes hasta  $\epsilon$  y será muy usada siguiendo el 'bookkeeping' de Chandrasekhar.

## 2.2. Aproximación Newtoniana

En la aproximación Newtoniana los componentes de la 4-velocidad y del tensor de estrés-energía son, relativos al sistema de coordenadas de PPN:

$$u^0 = 1 + O(\epsilon^2), u^j = v_j + O(\epsilon^3);$$

$$T^{00} = \rho_0 + O(\rho_0 \epsilon^2), T^{0j} = \rho_0 v_j + O(\rho_0 \epsilon^3), T^{jk} = t_{jk} + \rho_0 v_j v_k + O(\rho_0 \epsilon^4).$$

Resolviendo las ecuaciones de campo de Einstein se llega a:

$$U_{,jj} = -4\pi\rho_0.$$

Este potencial tiene una solución a distancia de:

$$U(x, t) = \int \frac{\rho_0(x', t)}{|x - x'|} d^3x'.$$

La ley de conservación local de energía y momentum  $T_{;\beta}^{\alpha\beta}$  lleva a la ecuación de conservación de masa en reposo:

$$\partial\rho_0/\partial t + \partial(\rho_0 v_j)/\partial x_j = 0 + O(\epsilon^2),$$

y a la segunda ley de Newton ( $F = ma$ ):

$$\rho_0 dv_j/dt = \rho_0(\partial U/\partial x_j) - \partial t_{jk}/\partial x_k + O(\epsilon^2).$$

Estas ecuaciones junto con la solución para el potencial describen todo el análisis Newtoniano del sistema solar.

## 2.3. Coeficientes de la Métrica PPN y Parámetros PPN

Se deben calcular los coeficientes de corrección post-Newtoniano  $k_{\alpha\beta}$  para  $g_{\alpha\beta}$  que correspondan a los ordenes prescritos. Para hacer esto se deben linealizar las teorías métricas y manipular sus ecuaciones de campo. Como éste es un resumen del método sólo se presentará una 'construcción' de las correcciones. Para cálculos detallados en las diversas teorías métricas referirse a [31].

Las condiciones que deben cumplir estas correcciones se resumen como sigue: (1) Deben ser de orden post-Newtoniano ( $k_{00} \sim \epsilon^4, k_{0j} \sim \epsilon^3, k_{ij} \sim \epsilon^2$ ). (2) Deben ser adimensionales (ya que se está trabajando en el formalismo típico de Relatividad General). (3)  $k_{00}$  debe ser un escalar bajo rotaciones,  $k_{0j}$  deben ser componentes de un 3-vector, y  $k_{jk}$  deben

### 2.3. COEFICIENTES DE LA MÉTRICA PPN Y PARÁMETROS PPN

ser componentes de un 3-tensor. (4) Las correcciones deben ser dependientes, como mínimo, de  $1/r$  para que desaparezcan en  $r \rightarrow \infty$ . (5) Por simplicidad se asume que todas las cantidades que aparezcan como correcciones deben ser formadas por:  $\rho_0, \rho_0 \mathbb{I}, t_{ij}, p$ , productos de éstas con velocidades  $v_j$  y derivadas temporales de estas cantidades. No se toman derivadas espaciales por que son de menor orden y además cada teoría métrica satisface que sólo aparezcan derivadas temporales.

Partiendo por las correcciones de los componentes espaciales,  $k_{ij} \sim \epsilon^2$ . Existen sólo dos funcionales<sup>6</sup> que se pueden formar como combinación de los términos anteriores, que mueren como  $1/r$ , son adimensionales y son tensores simétricos de segundo rango:

$$\delta_{ij}U(x, t),$$

$$U_{ij}(x, t) = \int \frac{\rho_0(x', t)(x_i - x'_i)(x_j - x'_j)}{|x - x'|^3} d^3x'.$$

Por lo tanto  $k_{ij} = 2\gamma\delta_{ij}U + 2\Gamma U_{ij}$ , para  $\gamma$  y  $\Gamma$  parámetros constantes de PPN (que dependerán de la teoría en cuestión). Con un cambio infinitesimal de coordenadas [ $x_i^{NUEVA} = x_i^{VIEJA} + \Gamma\partial\chi/\partial x_i^{VIEJA}$ , con  $\chi(x, t) = \int \rho_0(x', t)|x - x'|d^3x'$ ] uno puede lograr  $\Gamma = 0$ , obteniendo entonces:

$$g_{ij} = \delta_{ij} + k_{ij} = \delta_{ij}(1 + 2\gamma U) + O(\epsilon^4).$$

Ahora consideremos  $k_{0j} \sim \epsilon^4$ . Prueba y error entrega sólo dos funcionales vectoriales que desaparecen como  $1/r$  o más rápido, son adimensionales y son  $O(\epsilon^3)$ . Estos son:

$$V_j(x, t) = \int \frac{\rho_0(x', t)v_j(x', t)}{|x - x'|} d^3x',$$

$$W_j(x, t) = \int \frac{\rho_0(x', t)[(x - x') \cdot v(x', t)](x_j - x'_j)}{|x - x'|^3} d^3x'.$$

Por lo tanto  $k_{0j}$  debe ser una combinación lineal de estos. Tomando parámetros constantes desconocidos (parámetros PPN que dependen de la teoría métrica que se analice)  $\Delta_1$  y  $\Delta_2$ :

$$g_{0j} = k_{0j} = -\frac{7}{2}\Delta_1 V_j - \frac{1}{2}\Delta_2 W_j + O(\epsilon^5).$$

Las constantes  $-\frac{7}{2}$  y  $-\frac{1}{2}$  aparecen para que los valores de  $\Delta_1$  y  $\Delta_2$  sean simples cuando coincidan con las linealizaciones de teorías métricas alternativas.

Finalmente consideremos  $k_{00} \sim \epsilon^4$ . Las combinaciones que cumplen con los requisitos de  $k_{00}$  son varias. Resumiendo,  $g_{00}$  queda:

$$g_{00} = -1 + 2U + k_{00} = -1 + 2U - 2\beta U^2 + 4\Phi - \zeta\mathcal{A} - \eta\mathcal{D},$$

---

<sup>6</sup>Funcionales quiere decir 'funciones de funciones', en este caso integrales de funciones.

## CAPÍTULO 2. PARAMETRIZACIÓN POST-NEWTONIANA (PPN)

---

donde

$$\begin{aligned}\Phi(x, t) &= \int \frac{\rho_0(x', t)\phi(x', t)}{|x - x'|} d^3x', \\ \phi &= \beta_1 v^2 + \beta_2 U + \frac{1}{2}\beta_3 \Pi + \frac{3}{2}\beta_4 p / \rho_0, \\ \mathcal{A}(x, t) &= \int \frac{\rho_0(x', t)[(x - x') \cdot v(x', t)]^2}{|x - x'|^3} d^3x', \\ \mathcal{D}(x, t) &= \int \frac{[t_{jk}(x', t) - \frac{1}{3}\delta_{jk}t_U(x', t)](x_j - x'_j)(x_k - x'_k)}{|x - x'|^3} d^3x'.\end{aligned}$$

Donde ahora  $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4, \beta, \zeta$  y  $\eta$  son nuevos parámetros constantes (para cada teoría) de PPN. El término  $\mathcal{D}$  incluye las anisotropías del tensor de estrés, que son extremadamente bajas en las regiones exteriores a los planetas en el sistema solar, por lo que en general se omite. Otro término posible:

$$-\Sigma \int \int \frac{\rho_0(x', t)\rho_0(x'', t)[(x - x') \cdot (x' - x'')]}{|x - x'| |x' - x''|} d^3x' d^3x'',$$

se puede remover con un cambio de coordenadas infinitesimales

$$x_{NUEVO}^0 = x_{VIEJO}^0 - \frac{1}{2}\Sigma \int \frac{\rho_0(x', t)[(x - x') \cdot v(x', t)]}{|x - x'|} d^3x'.$$

Con esto los componentes de la métrica corregida hasta orden post-Newtoniano quedan:

$$\begin{aligned}g_{00} &= -1 + 2U - 2\beta U^2 + 4\Phi - \zeta\mathcal{A} - \eta\mathcal{D}, \\ g_{0j} &= -\frac{7}{2}\Delta_1 V_j - \frac{1}{2}\Delta_2 W_j + O(\epsilon^5), \\ g_{ij} &= \delta_{ij}(1 + 2\gamma U) + O(\epsilon^4).\end{aligned}$$

### 2.4. Velocidad de Coordenadas PPN Relativa al 'Marco en Reposo' Universal

En algunas teorías métricas existe un marco preferencial en el Universo (puede ser, por ejemplo, el marco donde la radiación de fondo es isotrópica). Para incluir esta posibilidad en el modelo PPN se generaliza la métrica realizando una transformación de Lorentz con velocidad  $w \leq \epsilon$  (de este orden para que se llegue igual a la aproximación Newtoniana). También se realiza un cambio de gauge diseñado para mantener los coeficientes métricos lo más simple posibles. El boost más el cambio de gauge es el siguiente [11]:

$$x_{VIEJO} = x_{NUEVO} + \frac{1}{2}(x_{NUEVO} \cdot w)w + (1 + \frac{1}{2}w^2)wt_{NUEVO} + O(\epsilon^5 t_{NUEVO} + \epsilon^4 x_{NUEVO}),$$

$$t_{VIEJO} = t_{NUEVO}(1 + \frac{1}{2}w^2 + \frac{3}{8}w^4) + (a + \frac{1}{2}w^2)x_{NUEVO} \cdot w$$



## 2.5. ECUACIONES DE MOVIMIENTO

$$+(\frac{1}{2}\Delta_2 + \zeta - 1)w_j \frac{\partial \chi}{\partial x_{NUEVO}^j} + O(\epsilon^6 t_{NUEVO} + \epsilon^5 x_{NUEVO}).$$

Donde el término que involucra a  $\chi$  es el cambio de gauge y  $\chi$  es:

$$\chi(t_{NUEVO}, x_{NUEVO}) = - \int \rho_0(t_{NUEVO}, x_{NUEVO}) d^3 x'_{NUEVO}.$$

Con esto los coeficientes métricos quedan:

$$\begin{aligned} g_{jk} &= \delta_{jk}(1 + 2\gamma U) + O(\epsilon^4), \\ g_{0j} &= -\frac{7}{2}\Delta_1 V_j - \frac{1}{2}\Delta_2 W_j + (\alpha_2 - \frac{1}{2}\alpha_1)w_j U - \alpha_2 w_k U_{kj} + O(\epsilon^5), \\ g_{00} &= -1 + 2U - 2\beta U^2 + 4\Phi - \zeta \mathcal{A} - \eta \mathcal{D} + (\alpha_2 + \alpha_3 - \alpha_1)w^2 U + (2\alpha_3 - \alpha_1)w_j V_j - \alpha_2 w_j w_k U_{jk} + O(\epsilon^6), \end{aligned}$$

Donde:

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= 7\Delta_1 + \Delta_2 - 4\gamma - 4, \\ \alpha_2 &= \Delta_2 + \zeta - 1, \\ \alpha_3 &= 4\beta_1 - 2\gamma - 2 - \zeta. \end{aligned}$$

Los 'potenciales'  $U, V_j, W_j, \Phi, \mathcal{A}$  y  $\mathcal{D}$  tienen la misma forma que antes pero tienen distintos valores ya que corresponden a integrales en las nuevas coordenadas. Es importante que los coeficientes  $\alpha_1, \alpha_2$  y  $\alpha_3$  deben ser, por lo menos alguno, distinto de cero para que la métrica PPN 'sienta' el efecto de una velocidad con respecto a un marco preferencial.

## 2.5. Ecuaciones de Movimiento

Las ecuaciones de movimiento logradas al generar las ecuaciones geodésicas con la métrica PPN y aproximar los planetas, el Sol y la Luna como fuentes puntuales de perturbación gravitacional<sup>7</sup>, con parámetros PPN correspondientes a Relatividad General son, en el formato utilizado por los descubridores de la anomalía [5]<sup>8</sup>:

$$\begin{aligned} \ddot{r}_i &= \sum_{j \neq i} \frac{\mu_j (r_j - r_i)}{|r_{ij}|^3} \left( 1 - \frac{4}{c^2} \sum_{k \neq i} \frac{\mu_k}{|r_{ik}|} - \frac{1}{c^2} \sum_{k \neq j} \frac{\mu_k}{|r_{jk}|} - \frac{3}{2c^2} \left[ \frac{(r_j - r_i) \dot{r}_j}{|r_{ij}|} \right]^2 + \frac{1}{2c^2} (r_j - r_i) \ddot{r}_j - \frac{4}{c^2} \dot{r}_i \dot{r}_j + \left( \frac{v_i}{c} \right)^2 + 2 \left( \frac{v_j}{c} \right)^2 \right) \\ &\quad + \frac{1}{c^2} \sum_{j \neq i} \frac{\mu_j}{|r_{ij}|^3} \left( (r_i - r_j) \cdot (4\dot{r}_i - 3\dot{r}_j) \right) (\dot{r}_i - \dot{r}_j) + \frac{7}{2c^2} \sum_{j \neq i} \frac{\mu_j \ddot{r}_j}{|r_{ij}|}, \end{aligned}$$

Donde  $\mu_i$  es la masa del cuerpo  $i$  por  $G$ ,  $r_i$  es el vector tridimensional desde el baricentro al cuerpo  $i$ ,  $r_{ij}$  es el vector tridimensional desde el objeto  $j$  al  $i$ , los puntos significan derivadas temporales y los módulos son normas. Este fue el modelo que utilizaron (además de los factores antes mencionados: tiempo de 'viaje' de la luz, corona solar, etc...).

<sup>7</sup>Por ejemplo  $\int \frac{\rho_0}{|x-x'|} d^3 x' = \frac{M}{|r|}$ .

<sup>8</sup>Acá se recupera  $c$  y  $G$ .

## **2.6. Posibilidades de PPN**

Aparte de la opción de relatividad general existen múltiples combinaciones de parámetros que se generan de distintas teorías métricas. Una opción de análisis, si la anomalía resiste explicación, debería ser la búsqueda de la combinación de parámetros que reducen la anomalía o la cancelan, e incluso la generación de una teoría métrica consistente que logre esa combinación de parámetros. Pero eso no es nada fácil...

## Capítulo 3

# Posibles Explicaciones Previamente Estudiadas

En este capítulo se hace un resumen de algunas soluciones analizadas para el problema de los Pioneer.

Además de las explicaciones que se presentarán, existe la amplia posibilidad que los errores sistemáticos todavía puedan ser la fuente de la anomalía. De hecho, los descubridores siguen creyendo que ésta es la causa más factible [5].

### 3.1. Materia Oscura o Bariónica

La primera solución que se viene a la mente es que hay materia presente en el espacio interplanetario que no ha sido detectada. Puede ser materia oscura o el mismo plasma interplanetario. Haciendo un cálculo simplista para 20[UA]:

$$8 \times 10^{-8} [cm/s^2] = \frac{GM_{20[UA]}}{(20[UA])^2} \rightarrow M_{20[UA]} \sim 10^{-5} M_{\odot}$$

Tomando cálculos detallados (Capítulo 4 y [4]) la masa total, hasta cerca de 46[UA], entrega un valor aproximado de  $3 \times 10^{-4} M_{\odot}$ . Fuese esta materia oscura, u otra forma, afectaría la precisión del efemérides observado de los planetas (se permiten máximos del orden de  $10^{-6} M_{\odot}$  incluso dentro de la órbita de Urano [4]).

### 3.2. Efectos de Marea Gravitacional en los Satélites

Guruprasad [9] estudia el efecto de la expansión en los circuitos trasponedores de los satélites debido a la rotación de los mismos en un campo gravitacional débil. Existiría un

### CAPÍTULO 3. POSIBLES EXPLICACIONES PREVIAMENTE ESTUDIADAS

---

grado de expansión bajísimo pero que podría actuar sobre las frecuencias de respuesta generadas. Este estudio enfoca su análisis en una aceleración temporal (no  $a_P$ ), pero mantiene una parte de su modelo como posible expansión cosmológica actuando en el sistema solar. El modelo que genera es:

$$h = h_s(r, \hat{w}) + h_c$$

donde  $h_c$  permanece como la constante que definiría la expansión cosmológica actuando sobre el sistema solar y

$$h_s(r, \hat{w}) = k_s(\phi)w^\alpha g^\beta |\hat{w} \times \hat{g}|,$$

donde  $\phi$  es el ángulo de rotación de la zona donde se encuentran los trasponedores (importa ya que giran sobre el eje principal),  $k, \alpha$  y  $\beta$  dependerían del satélite.  $g$  sería la dirección de la aceleración total experimentada por los satélites (del Sol y posiblemente del centro galáctico). El corrimiento de frecuencias debido a  $h_s$  no afectaría los planetas ya que es reflexión de luz lo que se observa de ellos (no emisión por trasponedores). Ahora,  $h_c$  afectaría el movimiento planetario. Guruprasad sostiene que se puede observar un flujo Hubble planetario de muy bajo rango no siendo inconsistente con observaciones (p.ej Dos recesiones de Mercurio tratadas en su momento como errores sistemáticos y el desfase de Júpiter de 11 [km] con respecto a su posición esperada en 1992).

### 3.3. Efectos del Fondo en Expansión

Existe una equivalencia numérica entre  $H_0$  y  $a_t$  que no deja de ser notable. El valor actual de  $H_0 = 2,8 \times 10^{-18} s^{-1}$  coincide casi perfectamente con el valor final de  $a_t = 2,91 s^{-1}$  [9]. Es conocido que la relación de Hubble  $V = rH_0$  implica que todas las galaxias distantes parecen estar alejándose unas de las otras. Este resultado es considerado un triunfo de la Relatividad General, ya que, el análisis de un fluido ideal isotrópico y homogéneo<sup>1</sup>, combinado con una métrica de similares características, predice una relación entre la función de expansión<sup>2</sup> de la parte espacial de la métrica ( $a(t)$  en general) y la constante de Hubble  $H(t)$ . El efecto de este *fondo en expansión* podría tener consecuencias sobre el sistema solar.

Rosales y Sánchez-Gomez [28] y Rosales [27] parten de una métrica cosmológica (FRW) y toman un cambio de variable que reescala la coordenada radial, de tal forma que incluya la expansión. Una vez logrado esto reemplazan en la métrica después de definir un vector espacial que separa las coordenadas para volverlas sincrónicas (existen términos no diagonales en la métrica sólo con el reescalamiento). Posteriormente comparan las

<sup>1</sup>A grandes distancias el Universo se considera homogéneo e isotrópico.

<sup>2</sup>La función no es la expansión del espacio como tal. Puede ser interpretada como el 'radio' (sólo en casos de curvatura 0 o positiva) de una hipersuperficie de homogeneidad.

### 3.4. VARIACIÓN DEL TÉRMINO G

---

distancias recorridas por la luz. Llegan a la conclusión que existe una aceleración en los relojes de la forma  $t \rightarrow t - \frac{Ht^2}{2}$ . Con respecto al efecto sobre los planetas, concluyen que existirían correcciones a las órbitas del orden de  $10^{-4}[m]$  pero que no habría una corrección dependiente del tiempo para órbitas cerradas (no se acumularía).

Antonio F. Rañada [25] hace un análisis similar pero definiendo una velocidad de la luz 'efectiva' con respecto al fondo en expansión. En esencia reescala sus coordenadas para después comparar los tiempos. Sus resultados predicen una aceleración anómala de los relojes de  $1,8 \times 10^{-18} s^{-1}$ .

Es muy interesante la analogía que hace Rosales [27] entre el péndulo de Foucault y esta anomalía. Compara las mediciones que resultan de la luz sobre un fondo en expansión con el pendulo en Foucault sobre Tierra en rotación. Ambos varían debido al fondo donde están inmersos.

### 3.4. Variación del Término G

Existen múltiples estudios sobre la posibilidad de que el término  $G$  (Constante Gravitacional) varíe con el tiempo [17, 14, 29]. En [29] se llega, de forma simplista, a una cota inferior para un aceleración anómala hacia adentro, en el sistema solar, de  $a_r \geq 10^{-11}[cm/s^2]$ .

### 3.5. Interacción Fotón-Gravitón

Ivanov [10] discute la posibilidad de que exista scattering de fotones por una interacción 'super-fuerte' con los gravitones que existirían en el Universo. Llega a la conclusión, en estudios anteriores, que la pérdida de energía de los fotones debido a esta interacción se puede describir por:

$$dE = -aE dr.$$

Bajo este supuesto modela el corrimiento al rojo entre galaxias, llegando a la conclusión que la constante  $a$  debe ser  $a = H/c$ . Continúa suponiendo que la interacción de los gravitones con masas débiles produciría una desaceleración  $w$  hacia, 'algún otro cuerpo donde el fondo de gravitones es, o es más, isotrópico', correspondiente a:

$$w^2 = -ac^2(1 - v^2/c^2),$$

que, para velocidades bajas, sería aproximadamente:

$$w \simeq -Hc$$

.

### 3.6. Opciones Basadas en Teorías Métricas

Existen muchas otras explicaciones basadas en teorías que hacen correcciones a la Relatividad General o de teorías métricas que partes de bases diferentes (p.ej. del supuesto de una dimensión extra que correspondería a un 'tiempo universal', o conceptos similares, en una métrica plana y estática -en general- de cinco dimensiones.) Las más utilizadas, dentro de las que corrigen la Relatividad General, dependen de la inclusión de un escalar en la métrica. Este escalar interactúa con la métrica y ésta a su vez con la materia (no interactúa directamente con la materia, sólo la métrica lo hace). Una vez que lo incluyen en la acción aplican el principio variacional y generan las ecuaciones de campo que comúnmente resuelven en aproximaciones esféricamente simétricas. Para este tipo de explicaciones se pueden ver, por ejemplo [15, 20, 8]. De las teorías que incluyen 'pre-geometrías' algunas explicaciones dirigidas hacia la anomalía son [21, 7]. Otra formulación, independiente de las anteriores, utiliza la *Teoría Conforme de Gravedad con generación de masa dinámica* (TCGgdm) de Mannheim y resuelve sus ecuaciones de campo numéricamente dentro del Sol considerando un campo fermiónico genérico dentro y un campo escalar Higgs dentro y fuera del Sol. La base de la teoría (TCGgdm) es la acción geométrica de Weyl:

$$I_w = -\alpha \int d^4x \sqrt{-g} C_{\mu\nu\lambda\rho} C^{\mu\nu\lambda\rho},$$

donde  $C_{\mu\nu\lambda\rho}$  es el tensor de Weyl,  $\alpha$  es constante y  $g$  es la métrica. Lo interesante es que, en esta teoría, la acción es invariante bajo deformaciones continuas y arbitrarias de la variedad espaciotemporal (transformaciones conformes):

$$g_{\mu\nu} \rightarrow [\Omega(x)]^2 g_{\mu\nu}.$$

Para esta explicación referirse a [33].

En general, las teorías métricas cuyas predicciones sean relevantes en el sistema solar, se toman en cuenta en la parametrización PPN, incluyendo las opciones que se basan en 'pre-geometrías' [31] o acciones muy diferentes. Si una de las anteriores fuera la solución más plausible a la anomalía, la teoría linealizada probablemente incluya un conjunto de parámetros que se puedan comparar con los de PPN. La demostración completa se llevaría a cabo utilizando este grupo de parámetros con los datos acumulados por JPL o TAC.

# Capítulo 4

## Análisis de la Anomalía

### 4.1. Material Interplanetario

Que exista materia en el medio interplanetario no es novedad. En general se encuentra en estado de plasma (debido a que las condiciones de densidad en el espacio mantienen a los núcleos desligados de los electrones). Utilizando un modelo Newtoniano, con ciertas modificaciones, hice un ajuste según los datos de la densidad de materia necesaria para generar las aceleraciones anómalas de los satélites Pioneer 10 y 11. Utilicé los datos combinados de ambos (ya que hipotéticamente la materia estaría distribuida esféricamente alrededor del centro bariónico). El modelo de aceleración modificado es:

$$a = \frac{MG(r - r_0)}{r^3 + ar^2 + br + c},$$

donde  $M$  sería la 'masa total contenida' (igual será mucho mejor aproximar la masa total obteniendo valores de densidad en la zona),  $G$  es la constante gravitacional, el parámetro  $r_0$  indicará desde donde 'más o menos' empieza la zona con densidad y los otros parámetros están, en esencia, para un mejor ajuste. Además se utiliza esta forma para cumplir con condiciones de borde (desaparece como  $1/r^2$  en  $r \rightarrow \infty$  y de lejos parece tener masa total  $M$ ). La densidad se puede extraer de la aceleración con la siguiente fórmula (muy simple de verificar en el límite Newtoniano):

$$\rho(r) = \frac{\frac{d}{dr}(r^2 a(r))}{4\pi G r^2}.$$

Los resultados del ajuste aparece en la Fig. 4.1 y la densidad en la Fig. 4.2. Integrando la densidad sólo en la zona de la aceleración anómala entrega un valor de masa total de :

$$M \simeq 2,8 \times 10^{-4} M_{\odot},$$

## CAPÍTULO 4. ANÁLISIS DE LA ANOMALÍA

---

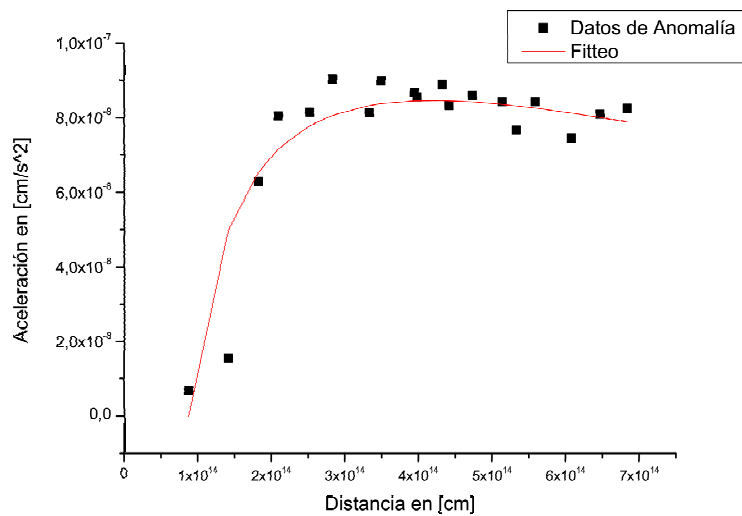


Figura 4.1: Ajuste de aceleración anómala.

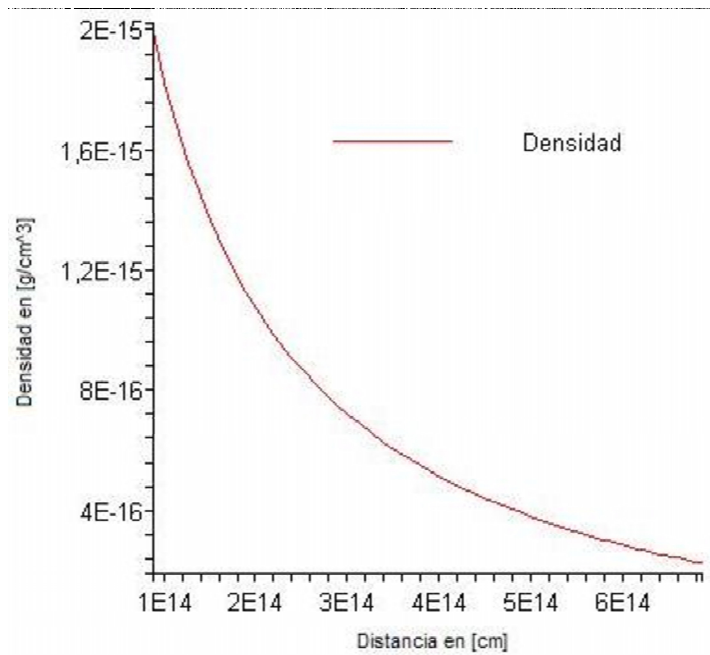


Figura 4.2: Densidad de materia como función de la distancia.



## 4.2. EXPANSIÓN COSMOLÓGICA

---

lo que es inadmisibles considerando la precisión del efemérides de planetas del exterior del sistema solar [4]. Buscando una alternativa para reducir la masa necesaria se puede considerar que existe un símil a radiación de Cerenkov<sup>1</sup> en versión acústica<sup>2</sup>. Esta sería como cuando un avión rompe la velocidad del sonido y se genera una onda de shock (como evento inicial únicamente, en realidad siente una aceleración constantemente después de atravesar la barrera del sonido). El medio sería el plasma interplanetario y la aceleración sería, en forma al menos [6]:

$$a_C = \frac{k}{m}(v^2)(1 - \frac{c^2}{v^2})^2,$$

donde  $k$  es una constante y  $c$  es la velocidad del sonido en el medio. En realidad, debido a la poca precisión de los datos compilados sobre el plasma interplanetario (varía mucho la composición específicamente), es muy difícil generar un modelo adecuado. Los ajustes realizados no fueron concluyentes. Las curvas generadas fueron muy diferentes a la de la aceleración anómala. Se consideraron datos de velocidad de Pioneer 10 extraídos de la base HORIZON [2].

## 4.2. Expansión Cosmológica

Cuando se habla de expansión del Universo se esta describiendo un fenómeno entre sistemas bastante desligados (p.ej. dos galaxias distantes analizadas como un fluido ideal, i.e. sin ligazones). Creo que puede ser una alternativa considerar que la expansión existe en toda la geometría del Universo, manifestandose como un efecto considerable entre cuerpos sólo cuando están extremadamente desligados. Sólo me puedo basar en que las mediciones mismas realizadas (p.ej. de distancia o tiempo) dependen de los 'entes' que componen un sistema y de sus interacciones. Nunca se mide el espacio-tiempo mismo sino mediante cuerpos que lo alteren y luz, siendo la última la única que lo 'raya' de la misma manera siempre. Partiendo de esta base, consideré una comparación simple entre los intervalos temporales de una métrica con expansión y una sin. Consideré primero caminos de luz:  $ds^2 = 0$  (aparece descrito en detalle) y después caminos para cuerpos masivos (el resultado se describe brevemente al final). El detalle para caminos de luz es como sigue:

Partí por la métrica plana con expansión (en caminos nulos):

$$c^2 dt^2 = a(t)^2 dr^2 \tag{4.1}$$

---

<sup>1</sup>La radiación de Cerenkov se produce cuando una partícula cargada avanza en un medio a mayor velocidad que la velocidad de transmisión de radiación en ese medio. Por ejemplo un electrón moviéndose en un condensado Bose-Einstein donde la velocidad de la luz es mucho menor que en el vacío.

<sup>2</sup>Acústica considerando las velocidades de los satélites.

## CAPÍTULO 4. ANÁLISIS DE LA ANOMALÍA

---

y la métrica plana sin expansión (que es la que se toma en cuenta en los límites del sistema solar cuando se analiza estáticamente):

$$c^2 dt'^2 = dr^2. \quad (4.2)$$

Dividiendo la ecuación 4.2 por la 4.1 y tomando raíz cuadrada obtengo:

$$\frac{dt'}{dt} = \frac{1}{a(t)} \quad (4.3)$$

Ahora, se sabe que:

$$\frac{\dot{a}(t)}{a(t)} = H(t), \quad (4.4)$$

donde punto significa derivada temporal. La ecuación 4.4 se puede expresar como:

$$\frac{d}{dt}(\ln(a(t))) = H(t),$$

o también como:

$$a(t) = \exp\left(\int_0^t H(t) dt\right). \quad (4.5)$$

Aproximando para intervalos cortos de tiempo en el Universo actual:

$$a(t) \simeq e^{H_0 t}, \quad (4.6)$$

donde  $H_0$  es la constante de Hubble. Ahora reemplazando 4.6 en 4.3 obtengo:

$$dt' = e^{-H_0 t} dt, \quad (4.7)$$

y, aproximando nuevamente a orden  $H_0$  y despreciando términos  $H_0^2$  y menores ( $H_0$  es del orden de  $10^{-18}$  por lo que a ordenes mayores las correcciones son muy pequeñas):

$$dt' = (1 - H_0 t) dt. \quad (4.8)$$

Integrando para ver la relación:

$$t' = t - \frac{1}{2} H_0 t^2 \quad (4.9)$$

de lo que se puede concluir que existe una 'aceleración' de los relojes que no cuentan la expansión con respecto a los relojes que contabilizan la expansión, dada por:  $a_{temporal} = -H_0$ . Ahora, tomando en cuenta caminos no nulos (de cuerpos masivos), y aproximando la velocidad del satélite en el límite PPN (donde  $v_j = \frac{dx_j}{dt}$ ), se llega a la siguiente aceleración temporal:  $a_{temporal} = -H_0 \left(\frac{v}{c}\right)^2 \frac{1+2\Phi}{1-2\Phi}$ , donde  $\Phi$  es el potencial Newtoniano. O sea, tomando el caso que es un cuerpo masivo el que se mueve, la aceleración temporal es bajísima, de hecho, no existiría casi nada de aceleración temporal (ya que la velocidad de los satélites, por ejemplo, es aproximadamente, desde 20[UA],  $v_r \sim 12[km/s]$ ). Esto lleva a pensar que la anomalía puede ser un efecto 'virtual'. Si se

### 4.3. CORRECCIONES A PPN

considera la transformación para el tiempo plano utilizado en la toma de datos ( $t'$ ), al tiempo aproximado 'real' contabilizando expansión ( $t'$  transformado 'inversamente'):

$$t' \rightarrow t' + \frac{1}{2}H_0 t'^2, \quad (4.10)$$

la luz 'llegaba antes de lo considerado' por lo que se producía un efecto de menor corrimiento al rojo que lo esperado, pero que no depende verdaderamente de la velocidad del satélite; sería un efecto producido por el uso de una métrica que no incluye expansión. En [5] (XI-E) se utilizó un modelo fenomenológico que varía sólo los datos (no la trayectoria). Este modelo fenomenológico cuadrático en el tiempo (como la ecuación 4.10) corrige correctamente los datos. Todo este análisis implicaría que no existe una aceleración verdadera sino un corrimiento ficticio por no contar un efecto que puede ocurrir para la luz. Si se considera una expansión producida entre los satélites y el baricentro, la corrección sería muy, pero muy baja (tendría un término en el efecto Doppler residual muy pequeño:  $\frac{v^3}{c^3}$ ). Si se considera que el efecto es meramente por error en la consideración de tiempos de viaje de la luz (que la expansión existiría en toda métrica, pero para cuerpos masivos desligados se distingue de mucho menor orden), se podría llegar a las magnitudes de la anomalía. Sobre todo este análisis hay que tener en cuenta que las bases conceptuales sobre las que se apoya son débiles en el sentido que son suposiciones sin soporte experimental.

Es importante remarcar que esta explicación es válida sin considerar una aceleración anómala del satélite. Sería un efecto producido en el tiempo de viaje de la luz, lo que afectaría sólo a los datos doppler. La expansión afectaría muy poco al satélite mismo. Los rayos de luz están desligados de todo cuerpo en el sistema solar, es por esto que para la luz podría considerarse expansión sobre la métrica que viaja.

### 4.3. Correcciones a PPN

Otra posibilidad es una corrección a la versión utilizada por JPL del modelo PPN. La corrección puede ser la expansión del potencial Newtoniano de momento dipolar con respecto al baricentro utilizando al Sol y Júpiter (cuerpos más masivos). Existen ciertas asimetrías que pueden hacer que el momento dipolar no desaparezca. Tomando esto como posibilidad, puedo escribir esta corrección como:

$$\Phi(r)_c = -\frac{Gd_j x^j}{r^3}, \quad (4.11)$$

donde  $\Phi(r)_c$  corresponde a la corrección del potencial producido desde el baricentro (desde ahora  $\Phi(r)$ ),  $r$  es la distancia al satélite desde el baricentro,  $d_j$  es el momento dipolar dado por:

$$d_j = \int T^{00}(x^j) dx dy dz, \quad (4.12)$$

## CAPÍTULO 4. ANÁLISIS DE LA ANOMALÍA

---

$x^i = x, y, z$  son los componentes del vector tridimensional desde el baricentro,  $T^{00}$  es la densidad de materia y energía y  $G$  es la constante gravitacional. Reemplazando en 4.11 la densidad de masa de Júpiter y el Sol por una distribución puntual:

$$d_j = \int_{\mathcal{V}} [M_{Jupiter} \delta((x, y, z) - (X_{Jupiter}, Y_{Jupiter}, Z_{Jupiter})) + M_{Sol} \delta((x, y, z) - (X_{Sol}, Y_{Sol}, Z_{Sol}))] \times (x^j) dx dy dz.$$

Resolviendo:

$$d_j = M_J(x_{j(J)}) + M_S(x_{j(S)}). \quad (4.13)$$

Ahora, el potencial  $\Phi_r$  sería:

$$\Phi_r = -\frac{G}{r^3} (M_J(r_{sat} \cdot \vec{r}_J) + M_S(r_{sat} \cdot \vec{r}_S)). \quad (4.14)$$

Tomando en cuenta que la distancia de Júpiter al baricentro no varía mucho y la del Sol tampoco, además de utilizar las velocidades orbitales casi constantes de:  $12[km/s]$  para el Sol y  $13[km/s]$  para Júpiter (para las derivadas temporales que aparecen del producto interno), se puede escribir la aceleración resultante como:

$$a_\Phi = -\left(\frac{2G}{r^3} (M_J r_J \cos(\theta_J) + M_S r_S \cos(\theta_S)) + \frac{G}{cr^2} (M_J \text{sen}(\theta_J) v_J + M_S \text{sen}(\theta_S) v_S)\right), \quad (4.15)$$

donde  $r$  son distancias al Sol, Júpiter y el satélite,  $v$  son velocidades orbitales y

$$\theta_J = \arccos\left(\frac{r_{sat} \cdot \vec{r}_J}{|r||r_J|}\right)$$

y

$$\theta_S = \arccos\left(\frac{r_{sat} \cdot \vec{r}_S}{|r||r_S|}\right).$$

La velocidad de la luz aparece ya que la segunda parte es una derivada temporal. Utilizando datos compilados en el sistema HORIZON de efemérides del JPL [2] para Pioneer 10 aparece en la Fig. 4.3. Se puede ver que baja mucho en magnitud, no como la aceleración anómala que parece mantenerse constante por un intervalo de distancia largo. El que se sienta el momento dipolar ahora y no antes se puede explicar según la trayectoria. Antes se movía en la 'línea de acción' entre Júpiter y el Sol. Ahora, pasado la órbita de Júpiter, se puede sentir más el efecto del momento dipolar desde el baricentro.

### 4.4. Campo Escalar

En Teoría de Cuerdas aparece un campo escalar en la acción 26-dimensional [13]. Además aparece un tensor antisimétrico de tercer rango, pero no será tomado en cuenta

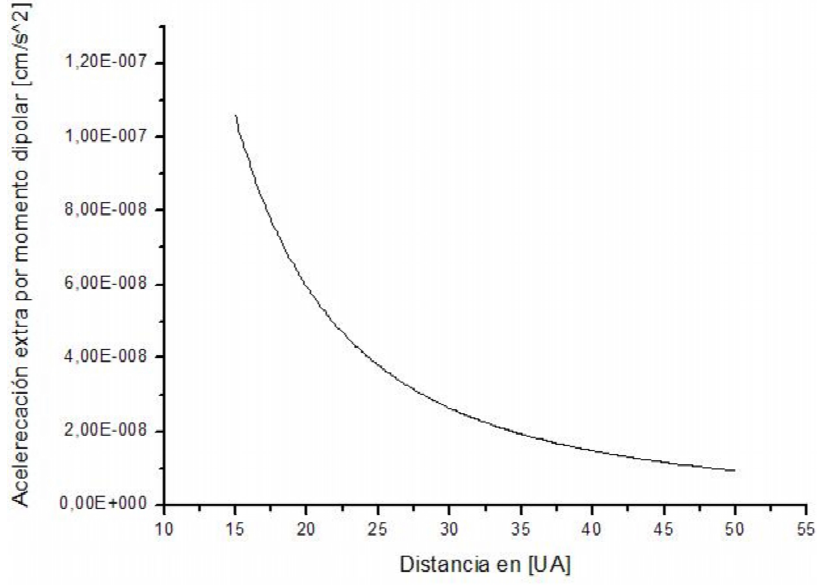


Figura 4.3: Aceleración.

por falta de campos que lo generen (se considerará sólo la parte gravitacional sin interacciones de otro tipo, compactando 22 de las 26 dimensiones). La acción se puede escribir, en 4 dimensiones y contando sólo el aporte 'extra' del campo escalar, como:

$$S = k \int d^4x \sqrt{g} e^{-2\Phi} (R - 4D_\mu \Phi D^\mu \Phi), \quad (4.16)$$

donde  $\Phi$  es el escalar,  $k$  es una constante,  $R$  es el escalar de Ricci,  $g$  es el determinante de la métrica y  $D_\mu$  son derivadas covariantes. Aplicando el principio variacional se llega a las siguientes ecuaciones para el escalar:

$$R_{\mu\nu} = 2D_\mu D_\nu \Phi \quad (4.17)$$

$$R + 4(D_\mu \Phi)^2 - 4D_\mu D^\mu \Phi = 0. \quad (4.18)$$

Utilizando una métrica esféricamente simétrica:

$$ds^2 = -e^{2a(r)} c^2 dt^2 + e^{2b(r)} dr^2 + r^2 d\Omega^2, \quad (4.19)$$

y considerando a  $\Phi$  como  $\Phi(r)$ , se llega a las siguientes ecuaciones:

$$R_{11} - 2\ddot{\Phi}(r) + 2\dot{b}(r)\dot{\Phi}(r) = 0, \quad (4.20)$$

$$4(\dot{\Phi}(r))^2 e^{4b(r)} - 4(\ddot{\Phi}(r)e^{2b(r)} - 2\dot{b}(r)\dot{\Phi}(r)) - 4\dot{b}(r)\dot{\Phi}(r)e^{2b(r)} + e^{4b(r)}R = 0, \quad (4.21)$$

con:

$$R_{11} = \frac{-c^2}{r} (2a'(r) + 2b'(r))$$

## CAPÍTULO 4. ANÁLISIS DE LA ANOMALÍA

---

y

$$R = \frac{2}{e^{2b(r)}}(1 - 2rb'(r) - e^{2b(r)}),$$

con derivadas en función de  $r$  representadas por puntos. Aplicando teoría de perturbaciones se llegó a una solución de primer orden:

$$\dot{\Phi}(r) = -U_0\left(1 - \frac{2N}{r}\right)^{3/2}. \quad (4.22)$$

Lo más interesante de esta solución es que es asintóticamente constante. Para resolver el efecto de este escalar en la métrica, hay que resolver las ecuaciones correspondientes a

$$R_{00} = -\frac{1}{re^{2b_2(r)}}(ra_2''(r) + ra_2'(r)^2 - ra_2(r)b_2'(r) + 2a_2(r))e^{2a_2(r)}e^2 = 0, \quad (4.23)$$

$$R_{22} = -\frac{1}{e^{2b_2(r)}}(rb_2'(r) + e^{2b_2(r)} - ra_2(r) - 1) = 0, \quad (4.24)$$

con

$$a_2(r) = a(r) + a_1(r); b_2(r) = b(r) + b_1(r),$$

donde  $a(r), b(r)$  son soluciones de Schwarzschild, para después reemplazar en la ecuación para  $R_{11}$  que conecta el escalar con la métrica. Esta solución esta siendo trabajada, no se alcanzó a concretar en el tiempo de esta práctica.

## Capítulo 5

# Resultados

El ajuste realizado a la aceleración de los satélites entrega valores para la masa total en el rango de las aceleraciones anómalas de:  $M = 2,8 \times 10^{-4} M_{\odot}$ . No se logró reducir con radiación de Cerenkov acústica.

En el caso de la expansión cosmológica se llegó a una corrección temporal que calza con la anomalía.

Utilizando la corrección dipolar al potencial Newtoniano en PPN se llegó a una curva de aceleración que no coincide en forma ni magnitudes con la aceleración anómala, pero sí en orden.

Utilizando la acción de Teoría de Cuerdas se llegó a una solución asintóticamente constante para el escalar  $\Phi$ , pero no se logró evaluar las correcciones a la métrica.

## CAPÍTULO 5. RESULTADOS

---



## Capítulo 6

# Conclusiones

En este trabajo se realizó una descripción resumida de la anomalía encontrada en los corrimientos Doppler de los satélites Pioneer 10 y 11, además de una más breve descripción de la posible anomalía presente en los satélites Galileo y Ulysses. Se prosiguió describiendo el modelo con el que se trabaja en navegación de satélites y modelación de sus órbitas. Se describieron también algunas explicaciones que están siendo evaluadas como posible fuente de la anomalía. La hipótesis de que exista materia 'extra' en el espacio interplanetario requiere de un método para reducir la cantidad de materia que resulta de hacer calzar las anomalías. Además no es concluyente con respecto a los satélites Ulysses y Galileo (aunque las mediciones de aceleración anómala en estos últimos tampoco son concluyentes ya que están altamente correlacionadas con la aceleración por presión de radiación). De todas formas parece un método mucho más engorroso ya que depende de que calcen muchos efectos simultáneamente (radiación acústica y arrastre del polvo), y lo engorroso no suele ser correcto cuando se pide mucho de las condiciones.

El análisis de expansión de métricas planas entregó resultados satisfactorios, pero altera nociones establecidas sobre la expansión del Universo, por lo que queda por demostrarse su validez. Lo importante es que el corrimiento sería causado por un mal uso de los relojes al no considerar una métrica en expansión. Se observaría después de la órbita de Júpiter ya que, antes, la aceleración producida por la presión de radiación solar es mucho mayor que el efecto observado.

La corrección a la métrica PPN no es concluyente ya que es una aproximación considerando sólo al Sol y Júpiter, además de no coincidir con la anomalía.

La solución de la derivada radial del campo escalar proveniente de Teoría de Cuerdas es muy interesante ya que es asintóticamente constante, lo que podría llevar a perturbaciones Newtonianas que pudiesen explicar el comportamiento constante de la anomalía después de 20[UA]. En resumen la anomalía persiste como un problema abierto sin soluciones

## CAPÍTULO 6. CONCLUSIONES

---

concretas.

## Apéndice A

# Parámetros PPN

En el formato más utilizado actualmente los parámetros PPN toman la forma:

$$\begin{aligned}\gamma &= \gamma \\ \beta &= \beta \\ \alpha_1 &= 7\Delta_1 + \Delta_2 - 4\gamma - 4 \\ \alpha_2 &= \Delta_2 + \zeta - 1 \\ \alpha_3 &= 4\beta_1 - 2\gamma - 2 - \zeta \\ \zeta_1 &= \zeta \\ \zeta_2 &= 2\beta + 2\beta_2 - 3\gamma - 1 \\ \zeta_3 &= \beta_3 - 1 \\ \zeta_4 &= \beta_4 - \gamma,\end{aligned}$$

$\xi$  que se calcula de  $3\eta = 12\beta - 3\gamma - 9 + 10\xi - 3\alpha_1 + 2\alpha_2 - 2\zeta_1 - \zeta_2$ . Los parámetros  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  miden la extensión de los efectos de marcos preferenciales,  $\zeta_1, \zeta_2, \zeta_3, \zeta_4, \alpha_3$  miden cuanto falla la conservación de energía, momentum y momentum angular. Las magnitudes relativas de los armónicos de las mareas de la Tierra dependen de  $\xi$  y  $\alpha_2$ . En Relatividad General  $\gamma, \beta = 1$ , todos los demás son 0.

## APÉNDICE A. PARÁMETROS PPN

---

# Bibliografía

- [1] Pioneer extended mission plan, revised. *NASA/ARC document*, No. PC-1001, 1994.
- [2] Sistema horizon. <http://ssd.jpl.nasa.gov/?horizonsdoc>, 2001.
- [3] J. D. Anderson, P. A. Laing, E. L. Lau, A. S. Liu, M. M. Nieto, and S. G. Turyshev. Indication, from Pioneer 10/11, Galileo, and Ulysses Data, of an Apparent Anomalous, Weak, Long-Range Acceleration. *Physical Review Letters*, 81:2858–2861, October 1998.
- [4] J. D. Anderson, E. L. Lau, T. P. Krisher, D. A. Dicus, D. C. Rosenbaum, and V. L. Teplitz. Improved Bounds on Nonluminous Matter in Solar Orbit. , 448:885, August 1995.
- [5] John D. Anderson, Philip A. Laing, Eunice L. Lau, Anthony S. Liu, Michael Martin Nieto, and Slava G. Turyshev. Study of the anomalous acceleration of pioneer 10 and 11. *Physical Review D*, 65:082004, 2002.
- [6] G. E. Astrakharchik and L. P. Pitaevskii. Motion of a heavy impurity through a bose-einstein condensate. *Physical Review A*, 70:013608, 2004.
- [7] W. B. Belayev. Cosmological model in 5d: Stationarity, yes or no. *arXiv.org:gr-qc/9910075*, 1999.
- [8] J. R. Brownstein and J. W. Moffat. Gravitational solution to the pioneer 10/11 anomaly. *Classical and Quantum Gravity*, 23:3427, 2006.
- [9] V. Guruprasad. The correct analysis and explanation of the pioneer-galileo anomalies. *arXiv.org:astro-ph/9907363*, 1999.
- [10] Michael A. Ivanov. Non-dopplerian cosmological redshift parameters in a model of graviton-dusty universe. *Classical and Quantum Gravity*, 19:1351, 2002.
- [11] G. W. Null J. D. Anderson and S. K. Wong. *Science*, Special Issue 183:322, 1974.

## BIBLIOGRAFÍA

---

- [12] J. M. Longuski, R. E. Todd, and W. W. Koenig. Survey of nongravitational forces and space environmental torques - Applied to the Galileo. *Journal of Guidance Control Dynamics*, 15:545–553, June 1992.
- [13] E. Witten M. B. Green, J. H. Schwarz. *Superstring Theory Vol.1*. Cambridge University Press, New York, 1987,p.480.
- [14] R. Mansouri, F.Ñasseri, and M. Khorrami. Effective time variation of g in a model universe with variable space dimension. *Physics Letters A*, 259:194, 1999.
- [15] J. P. Mbelek and M. Lachieze-Rey. Long-range acceleration induced by a scalar field external to gravity and the indication from pioneer 10/11, galileo and ulysses data. *arXiv.org:gr-qc/9910105*, 1999.
- [16] A. Milani, A. M. Nobili, and P. Farinella. *Non-gravitational perturbations and satellite geodesy*. Bristol, England, Adam Hilger, 1987, 129 p., 1987.
- [17] G. Modanese. Effect of a scale-dependent cosmological term on the motion of small test particles in a schwarzschild background. *Nuclear Physics B*, 556:397, 1999.
- [18] T. D. Moyer. Transformation from proper time on earth to coordinate time in solar system barycentric space-time frame of reference. I. II. *Celestial Mechanics*, 23:33–56, January 1981.
- [19] Michael Martin Nieto and John D. Anderson. Using early data to illuminate the pioneer anomaly. *Classical and Quantum Gravity*, 22:5343, 2005.
- [20] S. Calchi Novati, S. Capozziello, and G. Lambiase. Newtonian limit of induced gravity. *GRAV.COSMOL.*, 6:173, 2000.
- [21] Dag Ostvang. An explanation of the "pioneer effect"based on quasi-metric relativity. *Classical and Quantum Gravity*, 19:4131, 2002.
- [22] Pioneer F/G Project. Spacecraft operational characteristics, pioneer project. *NASA/ARC document*, No. PC-202, 1971.
- [23] J. Van Allen R. O. Fimmel and E. Burgess. Pioneer: First to jupiter, saturn, and beyond. *NASA report*, NASAÚSP-446, 1980.
- [24] W. Swindell R. O. Fimmel and E. Burgess. Pioneer odyssey: Encounter with a giant. *NASA document*, No.SP-349, 1974.
- [25] Antonio F. Ranada. The pioneer anomaly as acceleration of the clocks. *FOUND.PHYS.*, 34:1955, 2005.

## BIBLIOGRAFÍA

---

- [26] N. A. Renzetti, J. F. Jordan, A. L. Berman, J. A. Wackley, and T. P. Yunck. The Deep Space Network. An instrument for radio navigation of deep space probes. *NASA STI/Recon Technical Report N*, 83:17579, December 1982.
- [27] J. L. Rosales. The pioneer's acceleration anomaly and hubble's constant. *arXiv.org:gr-qc/0212019*, 2002.
- [28] Jose-Luis Rosales and Jose-Luis Sanchez-Gomez. The 'pioneer effect' as a manifestation of the cosmic expansion in the solar system. *arXiv.org:gr-qc/9810085*, 1998.
- [29] B. G. Sidharth. Further effects of varying  $g$ . 2000.
- [30] S. G. Turyshev, J. D. Anderson, P. A. Laing, E. L. Lau, A. S. Liu, and M. M. Nieto. The Apparent Anomalous, Weak, Long-Range Acceleration of Pioneer 10 and 11. *ArXiv General Relativity and Quantum Cosmology e-prints*, March 1999.
- [31] C. M. Will. *Theory and Experiment in Gravitational Physics, (Rev. Ed.)*. Cambridge University Press, Cambridge,1993,p.341.
- [32] C. M. Will and K. J. Nordtvedt. Conservation Laws and Preferred Frames in Relativistic Gravity. I. Preferred-Frame Theories and an Extended PPN Formalism. , 177:757, November 1972.
- [33] Joshua Wood and William Moreau. Solutions of conformal gravity with dynamical mass generation in the solar system. *arXiv.org:gr-qc/0102056*, 2001.