Análisis estructural

6

OBJETIVOS DEL CAPÍTULO

- Mostrar cómo se determinan las fuerzas en los elementos de una armadura, por medio del método de nodos y del método de secciones.
- Analizar las fuerzas que actúan sobre los elementos de bastidores y máquinas, compuestos por elementos conectados mediante pasadores.

6.1 Armaduras simples

Una *armadura* es una estructura compuesta de elementos esbeltos unidos entre sí en sus puntos extremos. Los elementos usados comúnmente en construcción consisten en puntales de madera o barras metálicas. En particular, las armaduras *planas* se sitúan en un solo plano y con frecuencia se usan para soportar techos y puentes. La armadura que se muestra en la figura 6-1*a* es un ejemplo de una armadura típica para soportar techos. En esta figura, la carga del techo se transmite a la armadura *en los nodos* por medio de una serie de *largueros*. Como esta carga actúa en el mismo plano que la armadura, figura 6-1*b*, el análisis de las fuerzas desarrolladas en los elementos de la armadura será bidimensional.

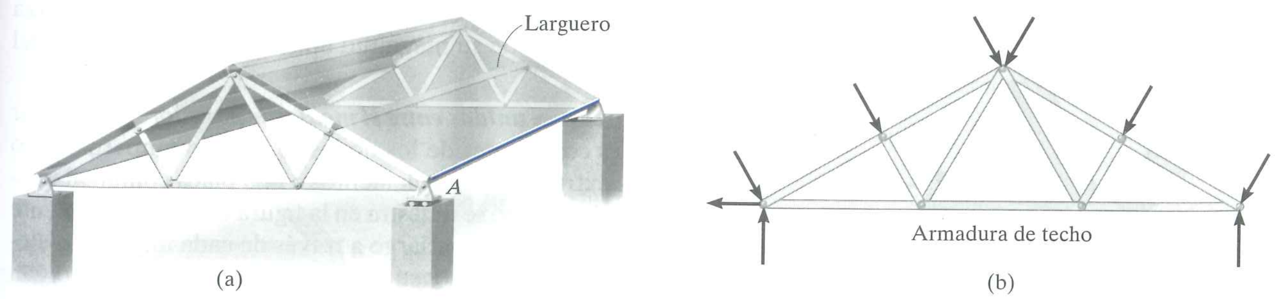
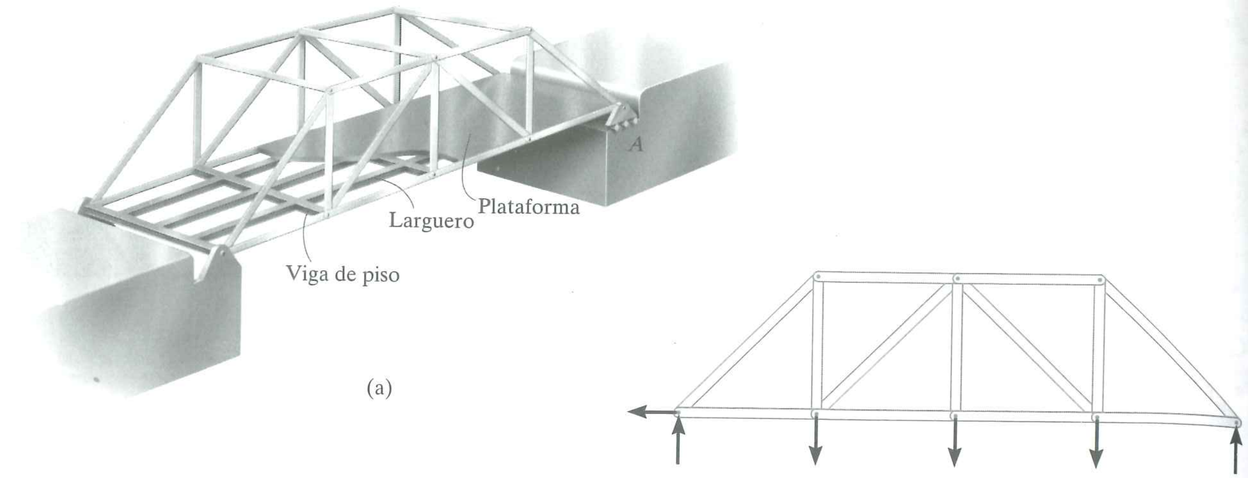


Fig. 6-1



Armadura de puente

(b)

Fig. 6-2

En el caso de un puente, como el mostrado en la figura 6-2*a*, la carga sobre la cubierta se transmite primero a los *largueros*, luego a las *vigas de piso*, y finalmente a los *nodos* de las dos armaduras laterales de soporte. Igual que en la armadura de techo, la carga en una armadura de puente es coplanar, figura 6-2*b*.

Cuando las armaduras de puente o de techo se extienden sobre grandes distancias, comúnmente se usa un soporte o rodillo para soportar un extremo, por ejemplo, el nodo *A* en las figuras 6-1*a* y 6-2*a*. Este tipo de soporte permite la expansión o la contracción de los elementos debidas a los cambios de temperatura o a la aplicación de cargas.

Supuestos para el diseño.

Para diseñar los elementos y las conexiones de una armadura, es necesario determinar primero la *fuerza* desarrollada en cada elemento cuando la armadura está sometida a una carga dada. Para esto, haremos dos supuestos importantes:

- ***Todas las cargas se aplican en los nodos.*** En la mayoría de las situaciones, como en armaduras de puentes y de techos, este supuesto se cumple. A menudo se pasa por alto el peso de los elementos, ya que la fuerza soportada por cada elemento suele ser mucho más grande que su peso. Sin embargo, si el peso debe ser incluido en el análisis, por lo general es satisfactorio aplicarlo como una fuerza vertical con la mitad de su magnitud aplicada a cada extremo del elemento.
- ***Los elementos están unidos entre sí mediante pasadores lisos.*** Por lo general, las conexiones de los nodos se forman empernando o soldando los extremos de los elementos a una placa común, llamada *placa de unión*, como se muestra en la figura 6-3*a*, o simplemente pasando un perno o pasador largo a través de cada uno de los elementos, figura 6-3*b*. Podemos suponer que estas conexiones actúan como pasadores siempre que las líneas centrales de los elementos unidos sean *concurrentes*, como en la figura 6-3.

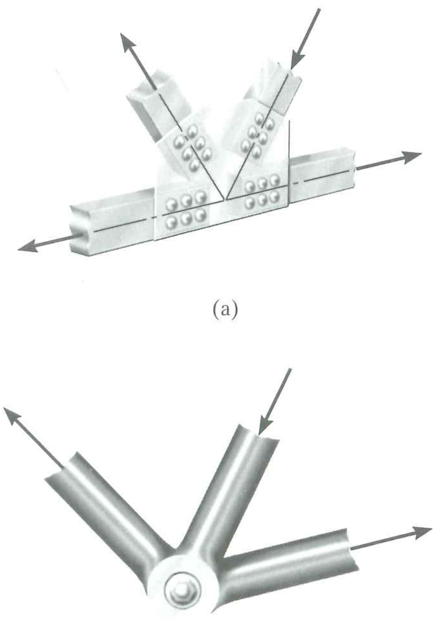
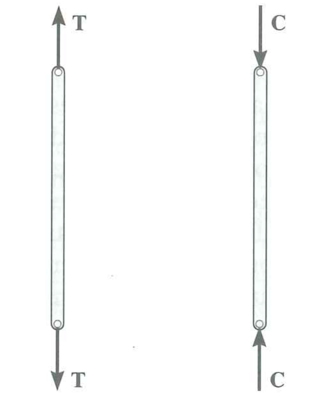


Fig. 6-3

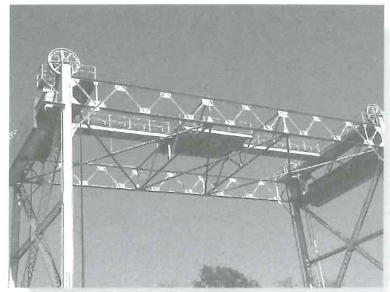


Tensión
(a)

Compresión
(b)

Fig. 6-4

Debido a estos dos supuestos, *cada elemento de la armadura actuará como un elemento de dos fuerzas*, y por lo tanto, la fuerza que actúe en cada extremo del elemento debe estar dirigida a lo largo del eje del elemento. Si la fuerza tiende a *alargar* el elemento, es una *fuerza de tensión* (T), figura 6-4*a*; mientras que si tiende a *acortar* el elemento, es una *fuerza de compresión* (C), figura 6-4*b*. En el diseño real de una armadura es importante establecer si la naturaleza de la fuerza es de tensión o de compresión. A menudo, los elementos a compresión deben ser más *gruesos* que los elementos a tensión debido al efecto de pandeo o de columna que ocurre cuando un elemento está en compresión.



En la construcción de estas armaduras Warren, es evidente el uso de placas de unión metálicas.

Armadura simple.

Si tres elementos se conectan entre sí mediante pasadores en sus extremos, forman una *armadura triangular* que será *rígida*, figura 6-5. Al unir dos elementos más y conectar estos elementos a una nueva junta *D* se forma una armadura más grande, figura 6-6. Este procedimiento puede repetirse todas las veces que se desee para formar una armadura aún más grande. Si una armadura se puede construir expandiendo de este modo la armadura triangular básica, se denomina una *armadura simple*.

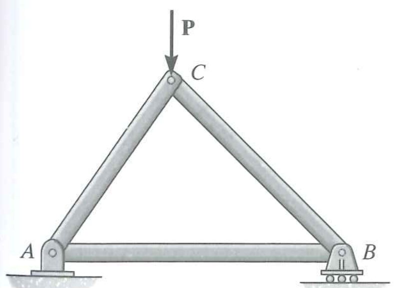


Fig. 6-5

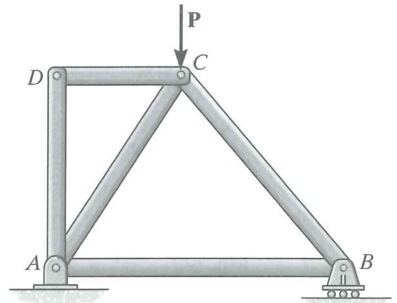


Fig. 6-6

6.2 Método de nodos

Para analizar o diseñar una armadura, es necesario determinar la fuerza en cada uno de sus elementos. Una forma de hacer esto consiste en emplear el método de nodos. Este método se basa en el hecho de que toda la armadura está en equilibrio, entonces cada uno de sus nodos también está en equilibrio. Por lo tanto, si se traza el diagrama de cuerpo libre de cada nodo, se pueden usar las ecuaciones de equilibrio de fuerzas para obtener las fuerzas de los elementos que actúan sobre cada nodo. Como los elementos de una *armadura plana* son elementos rectos de dos fuerzas que se encuentran en el mismo plano, cada nodo está sometido a un sistema de fuerzas que es *coplanar y concurrente*. En consecuencia, sólo es necesario satisfacer $\Sigma F_x = 0$ y $\Sigma F_y = 0$ para garantizar el equilibrio.

Por ejemplo, considere el pasador situado en el nodo B de la armadura que aparece en la figura 6-7*a*. Sobre el pasador actúan tres fuerzas, a saber, la fuerza de 500 N y las fuerzas ejercidas por los elementos BA y BC. El diagrama de cuerpo libre se muestra en la figura 6-7*b*. Aquí, $\mathbf{F}_{BA}$ está "jalando" el pasador, lo que significa que el elemento BA está en *tensión*; mientras que $\mathbf{F}_{BC}$ está "empujando" el pasador, y en consecuencia, el miembro BC está en *compresión*. Estos efectos se demuestran claramente al aislar el nodo con pequeños segmentos del elemento conectado al pasador, figura 6-7*c*. El jalón o el empujón sobre esos pequeños segmentos indican el efecto del elemento que está en compresión o en tensión.

Cuando se usa el método de los nodos, siempre se debe comenzar en un nodo que tenga por lo menos una fuerza conocida y cuando mucho dos fuerzas desconocidas, como en la figura 6-7*b*. De esta manera, la aplicación de $\Sigma F_x = 0$ y $\Sigma F_y = 0$ resulta en dos ecuaciones algebraicas de las cuales se pueden despejar las dos incógnitas. Al aplicar esas ecuaciones, el sentido correcto de una fuerza de elemento desconocida puede determinarse con uno de dos posibles métodos.

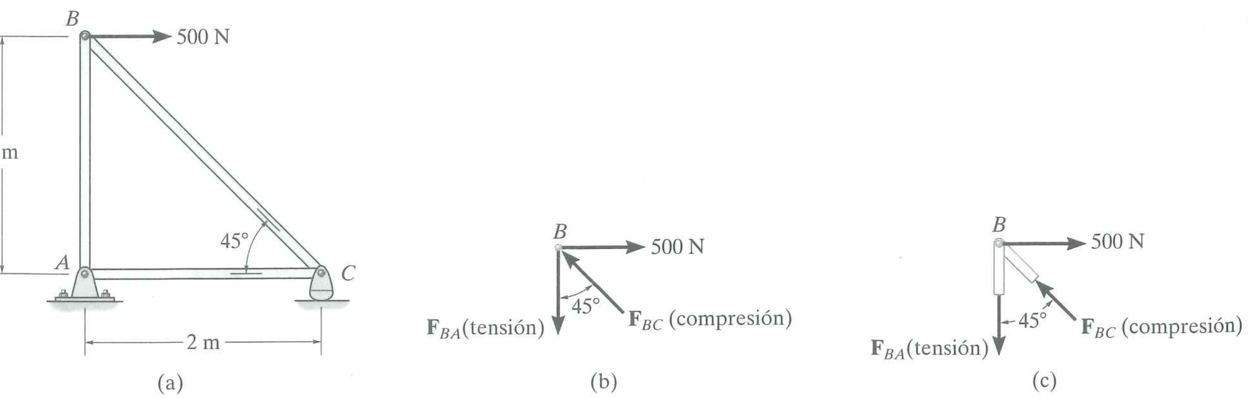


Fig. 6-7

- El sentido *correcto* de la dirección de una fuerza desconocida de un elemento puede determinarse, en muchos casos, "por inspección". Por ejemplo, $\mathbf{F}_{BC}$ en la figura 6-7*b* debe empujar sobre el pasador (compresión) ya que su componente horizontal, F_{BC} sen 45°, debe equilibrar la fuerza de 500 N ($\Sigma F_x = 0$). De la misma manera, $\mathbf{F}_{BA}$ es una fuerza de tensión ya que equilibra a la componente vertical, F_{BC} cos 45° ($\Sigma F_y = 0$). En casos más complicados, el sentido de la fuerza desconocida de un elemento puede *suponerse*; luego, después de aplicar las ecuaciones de equilibrio, el sentido supuesto puede verificarse a partir de los resultados numéricos. Una respuesta *positiva* indica que el sentido es *correcto*, mientras que una respuesta *negativa* indica que el sentido mostrado en el diagrama de cuerpo libre se debe *invertir*.
- *Suponga siempre* que las *fuerzas desconocidas en los elementos* que actúan en el diagrama de cuerpo libre del nodo están en *tensión*; es decir, las fuerzas "jalan" el pasador. Si se hace así, entonces la solución numérica de las ecuaciones de equilibrio darán *escalares positivos para elementos en tensión y escalares negativos para elementos en compresión*. Una vez que se encuentre la fuerza desconocida de un elemento, aplique su magnitud y su sentido *correctos* (T o C) en los subsecuentes diagramas de cuerpo libre de los nodos.

Las fuerzas en los elementos de esta armadura sencilla para techo pueden determinarse por el método de nodos.

Procedimiento para el análisis

El siguiente procedimiento proporciona un medio para analizar una armadura con el método de nodos.

- Trace el diagrama de cuerpo libre de un nodo que tenga por lo menos una fuerza conocida y cuando mucho dos fuerzas desconocidas. (Si este nodo está en uno de los soportes, entonces puede ser necesario calcular las reacciones externas en los soportes de la armadura).
- Use uno de los dos métodos descritos antes para establecer el sentido de una fuerza desconocida.
- Oriente los ejes x y y de manera que las fuerzas en el diagrama de cuerpo libre puedan descomponerse fácilmente en sus componentes x y y, y luego aplique las dos ecuaciones de equilibrio de fuerzas $\Sigma F_x = 0$ y $\Sigma F_y = 0$. Despeje las dos fuerzas de elemento desconocidas y verifique su sentido correcto.
- Con los resultados obtenidos, continúe con el análisis de cada uno de los otros nodos. Recuerde que un elemento en *compresión* "empuja" el nodo y un elemento en *tensión* "jala" el nodo. Además, asegúrese de seleccionar un nodo que tenga cuando mucho dos incógnitas y por lo menos una fuerza conocida.

EJEMPLO 6.1

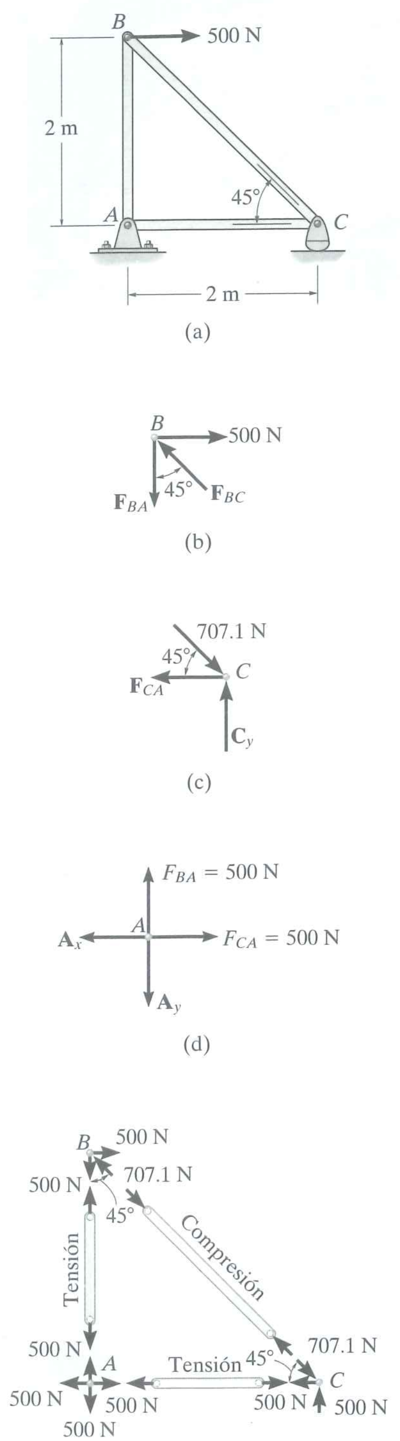


Fig. 6-8

Determine la fuerza en cada elemento de la armadura mostrada en la figura 6-8*a* e indique si los elementos están en tensión o en compresión.

SOLUCIÓN

Como no debemos tener más de dos incógnitas en el nodo y por lo menos contar con una fuerza conocida actuando ahí, comenzaremos el análisis en el nodo *B*.

Nodo *B*. El diagrama de cuerpo libre del nodo en *B* se muestra en la figura 6-8*b*. Al aplicar las ecuaciones de equilibrio, tenemos

$$\xrightarrow{+} \Sigma F_x = 0; \quad 500 \text{ N} - F_{BC} \text{ sen } 45° = 0 \quad F_{BC} = 707.1 \text{ N (C)} \quad \textbf{\textit{Resp.}}$$

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \quad F_{BC} \cos 45° - F_{BA} = 0 \quad F_{BA} = 500 \text{ N (T)} \quad \textbf{\textit{Resp.}}$$

Como se ha calculado la fuerza en el elemento *BC*, podemos proceder a analizar el nodo *C* para determinar la fuerza en el elemento *CA* y la reacción en el soporte del rodillo.

Nodo *C*. A partir del diagrama de cuerpo libre del nodo *C*, figura 6.8*c*, tenemos

$$\xrightarrow{+} \Sigma F_x = 0; \quad -F_{CA} + 707.1 \cos 45° \text{ N} = 0 \quad F_{CA} = 500 \text{ N (T)} \quad \textbf{\textit{Resp.}}$$

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \quad C_y - 707.1 \text{ sen } 45° \text{ N} = 0 \quad C_y = 500 \text{ N} \quad \textbf{\textit{Resp.}}$$

Nodo *A*. Aunque no es necesario, podemos determinar las componentes de las reacciones de soporte en el nodo *A* mediante los resultados de F_{CA} y F_{BA}. A partir del diagrama de cuerpo libre, figura 6-8*d*, tenemos

$$\xrightarrow{+} \Sigma F_x = 0; \quad 500 \text{ N} - A_x = 0 \quad A_x = 500 \text{ N}$$

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \quad 500 \text{ N} - A_y = 0 \quad A_y = 500 \text{ N}$$

NOTA: los resultados del análisis se resumen en la figura 6-8*e*. Observe que el diagrama de cuerpo libre de cada nodo (o pasador) muestra los efectos de todos los elementos conectados y las fuerzas externas aplicadas al nodo, en tanto que el diagrama de cuerpo libre de cada elemento sólo muestra los efectos de los pasadores de los extremos en el elemento.

EJEMPLO 6.2

Determine la fuerza que actúa en cada uno de los elementos de la armadura que se muestra en la figura 6-9*a*; además, indique si los elementos están en tensión o en compresión.

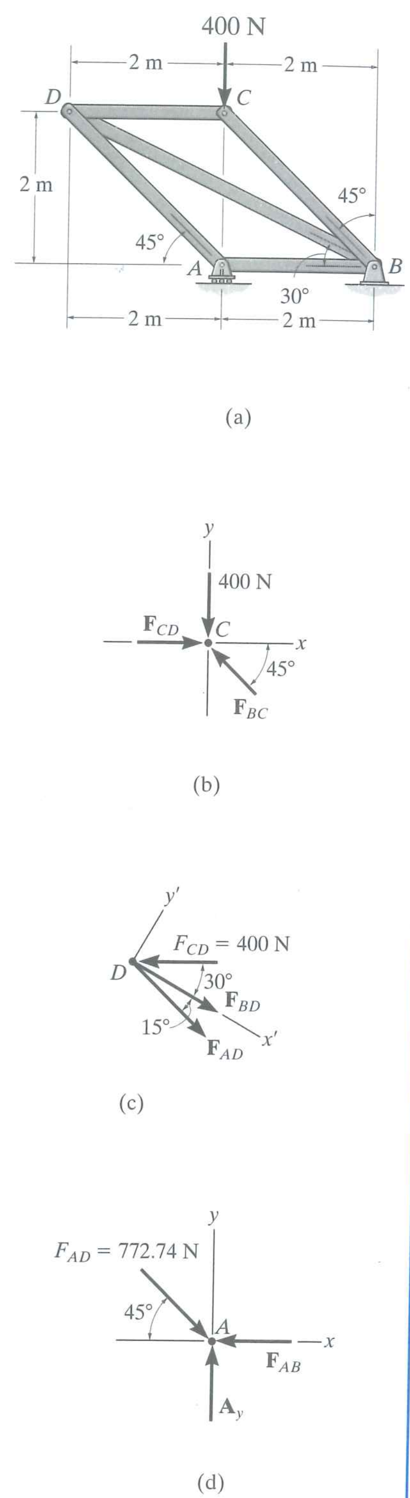


Fig. 6-9

SOLUCIÓN

Como el nodo *C* tiene una fuerza conocida y sólo dos fuerzas desconocidas que actúan sobre él, es posible comenzar en este punto, después analizar el nodo *D* y por último el nodo *A*. De esta forma las reacciones de soporte no tendrán que determinarse antes de comenzar el análisis.

Nodo *C*. Por inspección del equilibrio de fuerzas, figura 6-9*b*, se puede observar que ambos elementos *BC* y *CD* deben estar en compresión.

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \quad F_{BC} \text{ sen } 45° - 400 \text{ N} = 0$$

$$F_{BC} = 565.69 \text{ N} = 566 \text{ N (C)} \quad \textbf{\textit{Resp.}}$$

$$\xrightarrow{+} \Sigma F_x = 0; \quad F_{CD} - (565.69 \text{ N}) \cos 45° = 0$$

$$F_{CD} = 400 \text{ N (C)} \quad \textbf{\textit{Resp.}}$$

Nodo *D*. Con el resultado $F_{CD} = 400$ N (C), la fuerza en los elementos *BD* y *AD* puede encontrarse al analizar el equilibrio del nodo *D*. Supondremos que tanto $\mathbf{F}_{AD}$ como $\mathbf{F}_{BD}$ son fuerzas de tensión, figura 6-9*c*. El sistema coordenado *x'*, *y'* se establecerá de modo que el eje *x'* esté dirigido a lo largo de $\mathbf{F}_{BD}$. De esta manera, eliminaremos la necesidad de resolver dos ecuaciones simultáneamente. Ahora $\mathbf{F}_{AD}$ se puede obtener *directamente* al aplicar $\Sigma F_{y'} = 0$.

$$+\nearrow \Sigma F_{y'} = 0; \quad -F_{AD} \text{ sen } 15° - 400 \text{ sen } 30° = 0$$

$$F_{AD} = -772.74 \text{ N} = 773 \text{ N (C)} \quad \textbf{\textit{Resp.}}$$

El signo negativo indica que $\mathbf{F}_{AD}$ es una fuerza de compresión. Con este resultado,

$$+\searrow \Sigma F_{x'} = 0; \quad F_{BD} + (-772.74 \cos 15°) - 400 \cos 30° = 0$$

$$F_{BD} = 1092.82 \text{ N} = 1.09 \text{ kN (T)} \quad \textbf{\textit{Resp.}}$$

Nodo *A*. La fuerza en el elemento *AB* puede encontrarse al analizar el equilibrio del nodo *A*, figura 6-9*d*. Tenemos

$$\xrightarrow{+} \Sigma F_x = 0; \quad (772.74 \text{ N}) \cos 45° - F_{AB} = 0$$

$$F_{AB} = 546.41 \text{ N (C)} = 546 \text{ N (C)} \quad \textbf{\textit{Resp.}}$$

6

EJEMPLO 6.3

Determine la fuerza en cada elemento de la armadura mostrada en la figura 6-10*a*. Indique si los elementos están en tensión o en compresión.

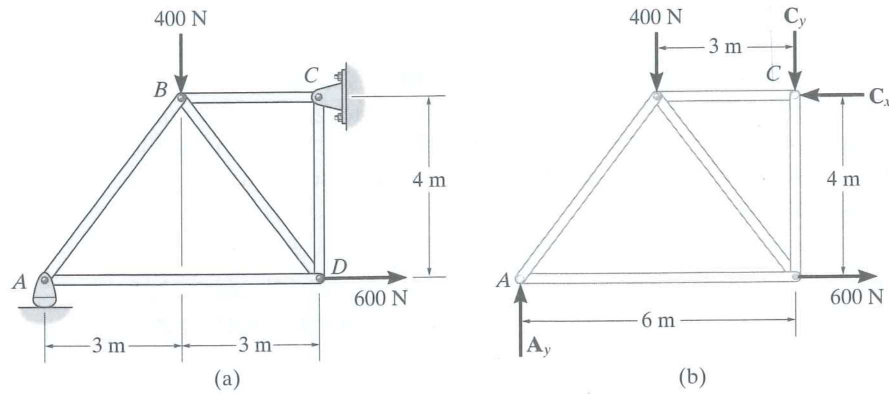


Fig. 6-10

SOLUCIÓN

Reacciones en los soportes. No se puede analizar ningún nodo hasta que se hayan determinado las reacciones en los soportes, porque cada nodo tiene más de tres fuerzas desconocidas que actúan sobre él. En la figura 6-10*b* se presenta un diagrama de cuerpo libre de toda la armadura. Al aplicar las ecuaciones de equilibrio, tenemos

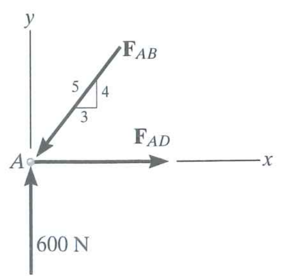
$$\overset{+}{\rightarrow} \Sigma F_x = 0; \qquad 600\text{ N} - C_x = 0 \qquad C_x = 600\text{ N}$$

$$\circlearrowleft + \Sigma M_C = 0; \qquad -A_y(6\text{ m}) + 400\text{ N}(3\text{ m}) + 600\text{ N}(4\text{ m}) = 0$$

$$A_y = 600\text{ N}$$

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \qquad 600\text{ N} - 400\text{ N} - C_y = 0 \qquad C_y = 200\text{ N}$$

El análisis puede empezar ahora en cualquiera de los nodos A o C. La elección es arbitraria ya que hay una fuerza conocida y dos fuerzas de elemento desconocidas que actúan sobre el pasador en cada uno de esos nodos.



(c)

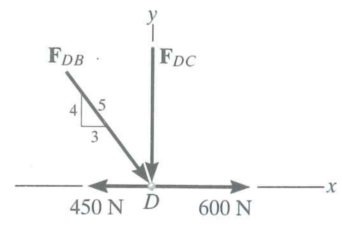
Nodo *A*. (Figura 6-10*c*). Como se muestra en el diagrama de cuerpo libre, se supone que $\mathbf{F}_{AB}$ es una fuerza de compresión y $\mathbf{F}_{AD}$ es de tensión. Al aplicar las ecuaciones de equilibrio, tenemos

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \qquad 600\text{ N} - \tfrac{4}{5}F_{AB} = 0 \qquad F_{AB} = 750\text{ N (C)} \qquad \textit{Resp.}$$

$$\overset{+}{\rightarrow} \Sigma F_x = 0; \qquad F_{AD} - \tfrac{3}{5}(750\text{ N}) = 0 \qquad F_{AD} = 450\text{ N (T)} \qquad \textit{Resp.}$$

Nodo *D*. (Figura 6-10*d*). Si utilizamos el resultado para F_{AD} y sumamos fuerzas en la dirección horizontal, figura 6-10*d*, tenemos

$$\overset{+}{\rightarrow} \Sigma F_x = 0; \qquad -450\text{ N} + \tfrac{3}{5}F_{DB} + 600\text{ N} = 0 \qquad F_{DB} = -250\text{ N}$$



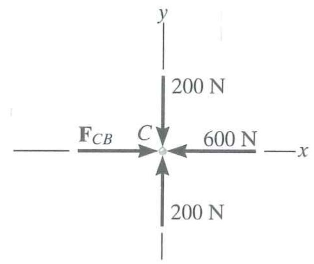
(d)

El signo negativo indica que $\mathbf{F}_{DB}$ actúa en *sentido opuesto* al mostrado en la figura 6-10*d*.* Por lo tanto,

$$F_{DB} = 250\text{ N (T)} \qquad \textit{Resp.}$$

Para determinar $\mathbf{F}_{DC}$ podemos corregir el sentido de $\mathbf{F}_{DB}$ en el diagrama de cuerpo libre y luego aplicar $\Sigma F_y = 0$, o aplicar esta ecuación y retener el signo negativo para F_{DB}, es decir,

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \qquad -F_{DC} - \tfrac{4}{5}(-250\text{ N}) = 0 \qquad F_{DC} = 200\text{ N} \quad \text{(C)} \qquad \textit{Resp.}$$



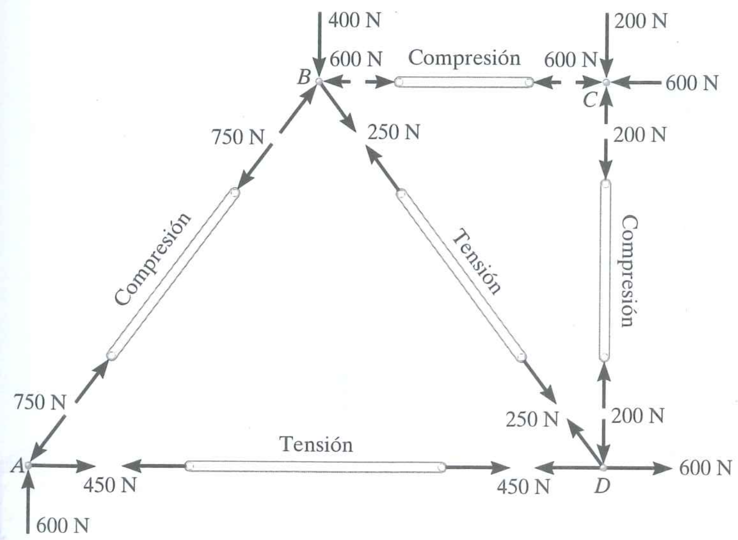
(e)

Nodo *C*. (Figura 6-10*e*).

$$\overset{+}{\rightarrow} \Sigma F_x = 0; \qquad F_{CB} - 600\text{ N} = 0 \qquad F_{CB} = 600\text{ N} \quad \text{(C)} \qquad \textit{Resp.}$$

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \qquad 200\text{ N} - 200\text{ N} \equiv 0 \quad \text{(comprobación)}$$

NOTA: en la figura 6-10*f* se presenta el análisis resumido, que muestra el diagrama de cuerpo libre para cada nodo y cada elemento.



(f)

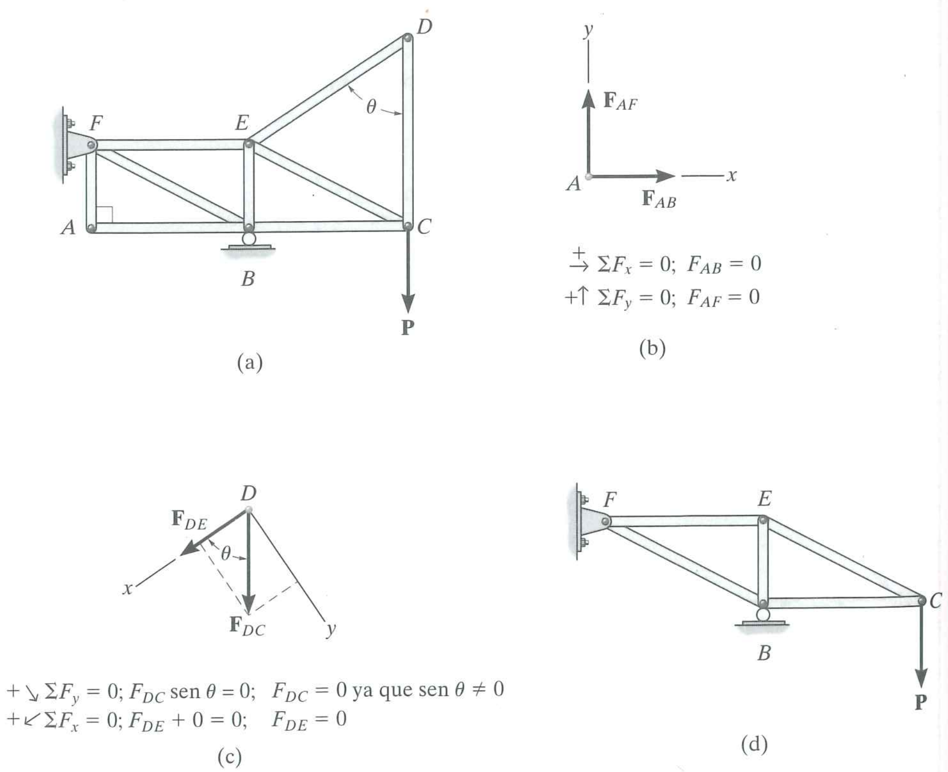
*El sentido correcto podría haber sido determinado por inspección, antes de aplicar $\Sigma F_x = 0$.

6

6.3 Elementos de fuerza cero

El análisis de armaduras por el método de nodos se simplifica de manera considerable si podemos identificar primero aquellos elementos que *no soportan carga*. Esos *elementos de fuerza cero* se usan para incrementar la estabilidad de la armadura durante la construcción y proporcionar soporte adicional si se modifica la carga aplicada.

Por lo general, los elementos de fuerza cero de una armadura se pueden encontrar *por inspección* de cada uno de sus nodos. Por ejemplo, considere la armadura mostrada en la figura 6-11a. Si se traza un diagrama de cuerpo libre del pasador situado en el nodo A, figura 6-11b, se advierte que los elementos AB y AF son elementos de fuerza cero. (No podríamos haber llegado a esta conclusión si hubiésemos considerado los diagramas de cuerpo libre de los nodos F o B simplemente porque hay cinco incógnitas en cada uno de esos nodos). Del mismo modo, considere el diagrama de cuerpo libre del nodo D, figura 6-11c. Aquí se ve de nuevo que DC y DE son elementos de fuerza cero. A partir de estas observaciones, podemos concluir que *si sólo dos elementos forman una armadura y no se aplica ninguna carga externa o reacción de soporte al nodo, los dos elementos deben ser elementos de fuerza cero.* Por lo tanto, la carga sobre la armadura que aparece en la figura 6-11a está soportada sólo por cinco elementos, como se muestra en la figura 6 11d.



(a)

$\overset{+}{\rightarrow} \Sigma F_x = 0;\ F_{AB} = 0$

$+\uparrow \Sigma F_y = 0;\ F_{AF} = 0$

(b)

$+\searrow \Sigma F_y = 0;\ F_{DC} \operatorname{sen} \theta = 0;\quad F_{DC} = 0$ ya que $\operatorname{sen} \theta \neq 0$

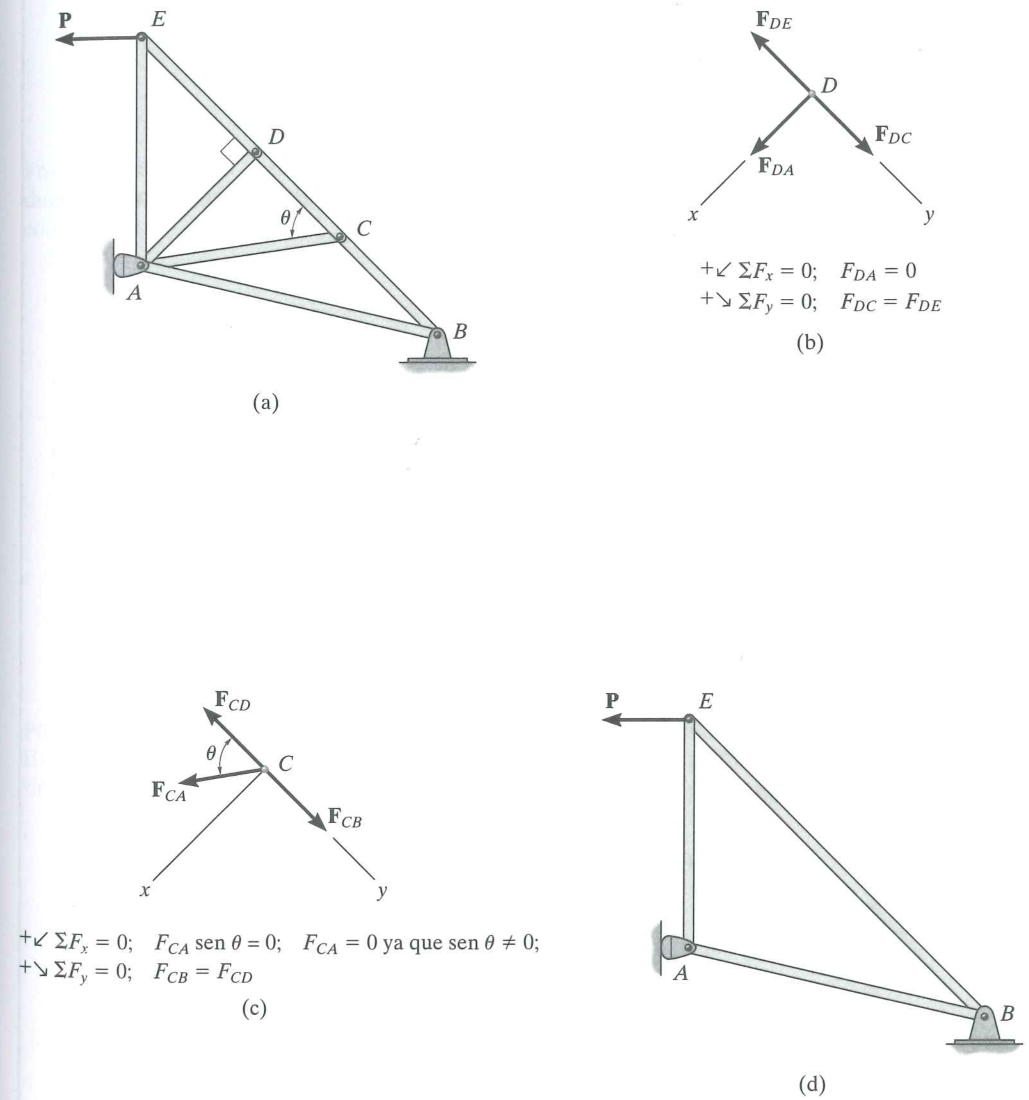
$+\swarrow \Sigma F_x = 0;\ F_{DE} + 0 = 0;\quad F_{DE} = 0$

(c)

(d)

Fig. 6-11

Ahora considere la armadura mostrada en la figura 6-12a. El diagrama de cuerpo libre del pasador en el nodo D se muestra en la figura 6-12b. Al orientar el eje y a lo largo de los elementos DC y DE y el eje x a lo largo del elemento DA, se observa que DA es un elemento de fuerza cero. Observe que éste es también el caso del elemento CA, figura 6-12c. Por lo general, *si tres elementos forman un nodo de armadura en el cual dos de los elementos son colineales, el tercer miembro es un elemento de fuerza cero siempre que no se aplique ninguna fuerza exterior o reacción de soporte al nodo*. Por lo tanto, la armadura mostrada en la figura 6-12d es adecuada para soportar la carga **P**.



(a)

$+\swarrow \Sigma F_x = 0;\quad F_{DA} = 0$

$+\searrow \Sigma F_y = 0;\quad F_{DC} = F_{DE}$

(b)

$+\swarrow \Sigma F_x = 0;\quad F_{CA} \operatorname{sen} \theta = 0;\quad F_{CA} = 0$ ya que $\operatorname{sen} \theta \neq 0$;

$+\searrow \Sigma F_y = 0;\quad F_{CB} = F_{CD}$

(c)

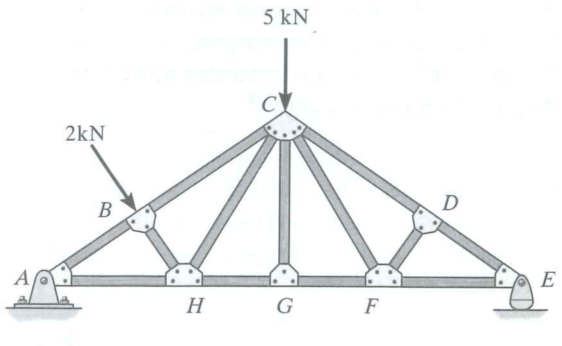
(d)

Fig. 6-12

6

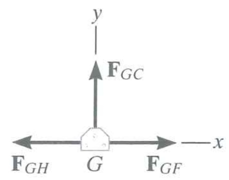
EJEMPLO 6.4

Por el método de nodos, determine todos los elementos de fuerza cero de la *armadura de techo Fink* que se muestra en la figura 6-13*a*. Suponga que todos los nodos están conectados mediante pasadores.

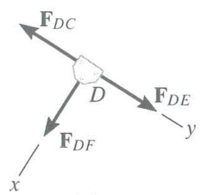


(a)

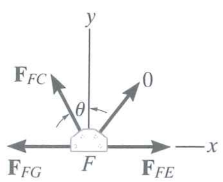
Fig. 6-13



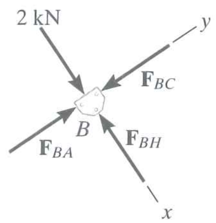
(b)



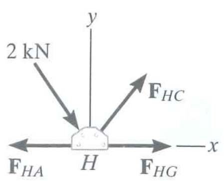
(c)



(d)



(e)



(f)

SOLUCIÓN

Busque geometrías de nodos que tengan tres elementos de los cuales dos sean colineales. Tenemos

Nodo *G*. (Figura 6-13*b*).

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \qquad F_{GC} = 0 \qquad \textbf{\textit{Resp.}}$$

Observe que no pudimos concluir que *GC* es un elemento de fuerza cero al considerar el nodo *C*, donde se tienen cinco incógnitas. El hecho de que *GC* sea un elemento de fuerza cero significa que la carga de 5 kN en *C* debe estar soportada por los elementos *CB*, *CH*, *CF* y *CD*.

Nodo *D*. (Figura 6-13*c*).

$$+\swarrow \Sigma F_x = 0; \qquad F_{DF} = 0 \qquad \textbf{\textit{Resp.}}$$

Nodo *F*. (Figura 6-13*d*).

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \quad F_{FC}\cos\theta = 0 \quad \text{Puesto que } \theta \neq 90^\circ, \quad F_{FC} = 0 \quad \textbf{\textit{Resp.}}$$

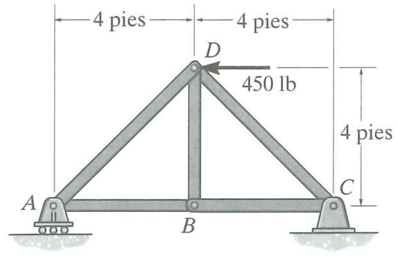
NOTA: si se analiza el nodo *B*, figura 6-13*e*,

$$+\searrow \Sigma F_x = 0; \qquad 2\text{ kN} - F_{BH} = 0 \quad F_{BH} = 2\text{ kN} \qquad \text{(C)}$$

Además, F_{HC} debe satisfacer $\Sigma F_y = 0$, figura 6-13*f*, y por lo tanto, *HC no* es un elemento de fuerza cero.

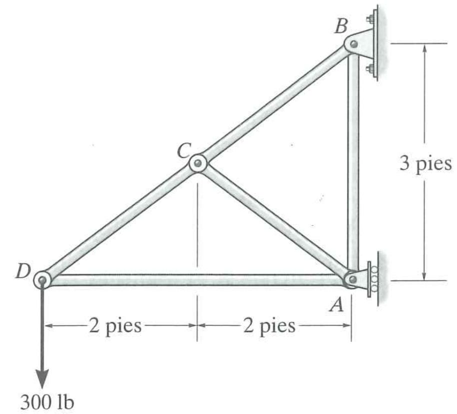
PROBLEMAS FUNDAMENTALES

F6-1. Determine la fuerza en cada elemento de la armadura. Establezca si los elementos están en tensión o en compresión.



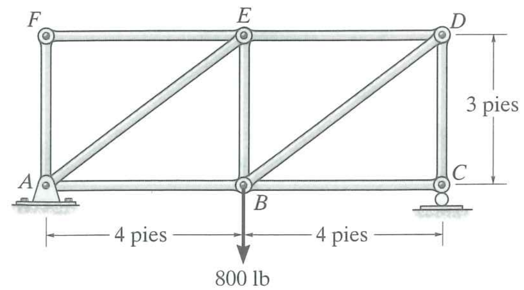
F6-1

F6-2. Determine la fuerza en cada elemento de la armadura. Establezca si los elementos están en tensión o en compresión.



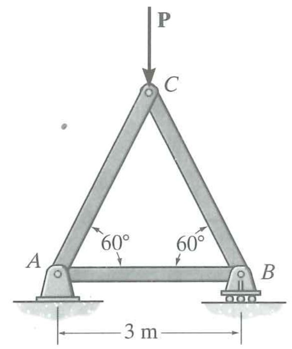
F6-2

F6-3. Determine la fuerza en los elementos *AE* y *DC*. Establezca si los elementos están en tensión o en compresión.



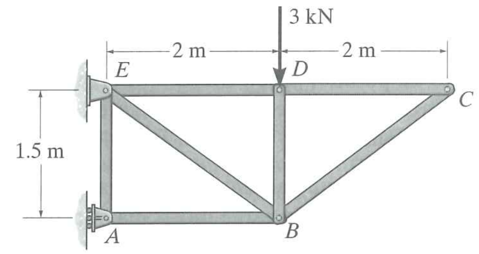
F6-3

F6-4. Determine la máxima carga *P* que puede aplicarse a la armadura, de manera que ninguno de los elementos esté sometido a una fuerza que supere 2 kN en tensión o 1.5 kN en compresión.



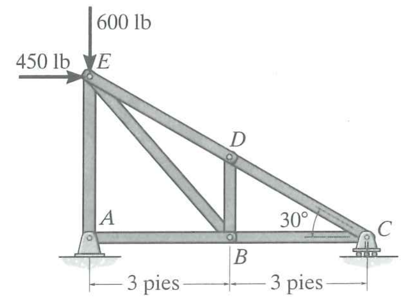
F6-4

F6-5. Identifique los elementos de fuerza cero en la armadura.



F6-5

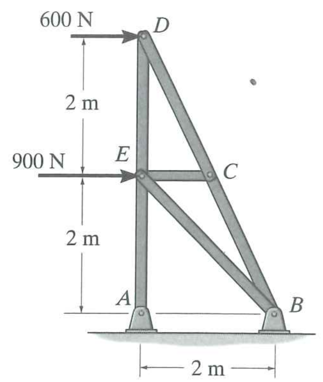
F6-6. Determine la fuerza en cada elemento de la armadura. Establezca si los elementos están en tensión o en compresión.



F6-6

PROBLEMAS

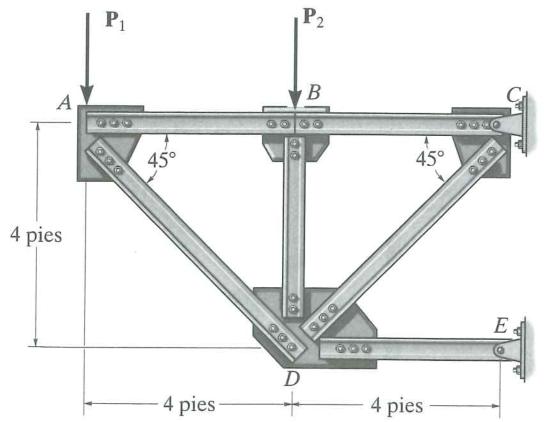
•**6-1.** Determine la fuerza en cada elemento de la armadura y establezca si los elementos están en tensión o en compresión.



Prob. 6-1

6-2. La armadura, que se ha utilizado para soportar un alcón, está sometida a la carga mostrada. Aproxime cada odo como un pasador y determine la fuerza en cada elemento. Establezca si los elementos están en tensión o en ompresión. Considere $P_1 = 600$ lb, $P_2 = 400$ lb.

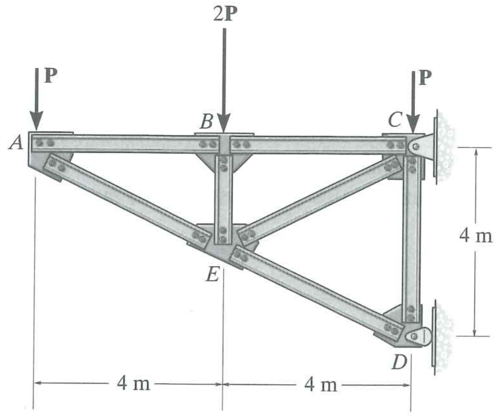
-3. La armadura, que se ha utilizado para soportar un alcón, está sometida a la carga mostrada. Aproxime cada odo como un pasador y determine la fuerza en cada elemento. Establezca si los elementos están en tensión o en ompresión. Considere $P_1 = 800$ lb, $P_2 = 0$.



Probs. 6-2/3

*__6-4.__ Determine la fuerza en cada elemento de la armadura y establezca si los elementos están en tensión o en compresión. Suponga que cada nodo es un pasador. Considere $P = 4$ kN.

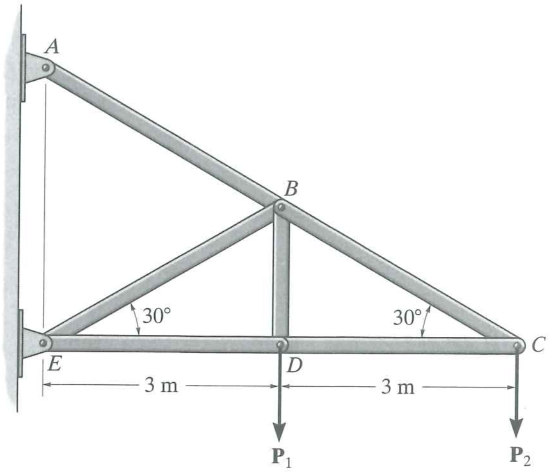
•**6-5.** Suponga que cada miembro de la armadura está hecho de acero con una masa por longitud de 4 kg/m. Establezca $P = 0$, determine la fuerza en cada elemento, e indique si los elementos están en tensión o en compresión. Ignore el peso de las placas de unión y suponga que cada nodo es un pasador. El problema se resuelve al suponer que el peso de cada elemento puede ser representado como una fuerza vertical, la mitad de la cual está aplicada en el extremo de cada elemento.



Probs. 6-4/5

6-6. Determine la fuerza en cada elemento de la armadura y establezca si los elementos están en tensión o en compresión. Considere $P_1 = 2$ kN y $P_2 = 1.5$ kN.

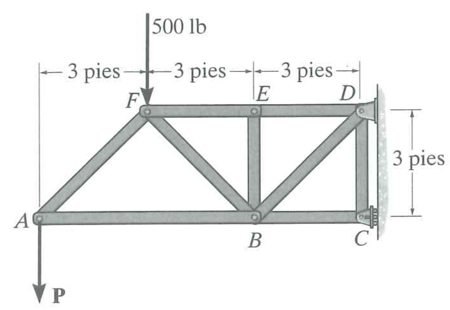
6-7. Determine la fuerza en cada elemento de la armadura y establezca si los elementos están en tensión o en compresión. Considere $P_1 = P_2 = 4$ kN.



Probs. 6-6/7

*__6-8.__ Determine la fuerza en cada elemento de la armadura y establezca si los elementos están en tensión o en compresión. Considere $P = 800$ lb.

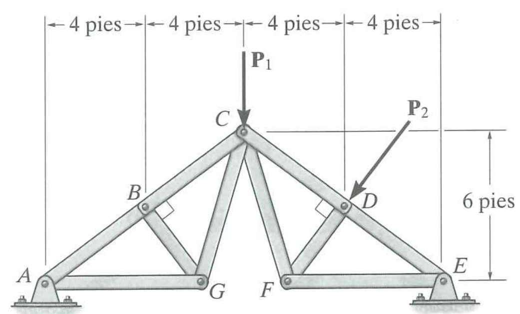
•**6-9.** Elimine la fuerza de 500 lb y entonces determine la máxima fuerza P que puede aplicarse a la armadura de manera que ninguno de los elementos esté sometido a una fuerza que exceda 800 lb en tensión o 600 lb en compresión.



Probs. 6-8/9

6-10. Determine la fuerza en cada elemento de la armadura y establezca si los elementos están en tensión o en compresión. Considere $P_1 = 800$ lb, $P_2 = 0$.

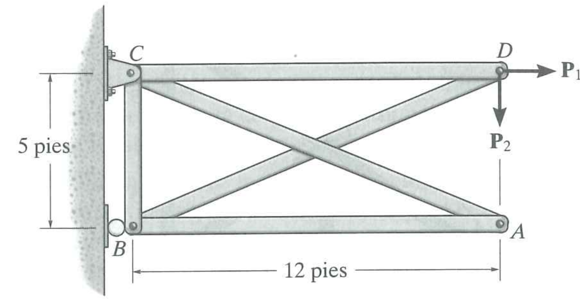
6-11. Determine la fuerza en cada elemento de la armadura y establezca si los elementos están en tensión o en compresión. Considere $P_1 = 600$ lb, $P_2 = 400$ lb.



Probs. 6-10/11

*__6-12.__ Determine la fuerza en cada elemento de la armadura y establezca si los elementos están en tensión o en compresión. Considere $P_1 = 240$ lb, $P_2 = 100$ lb.

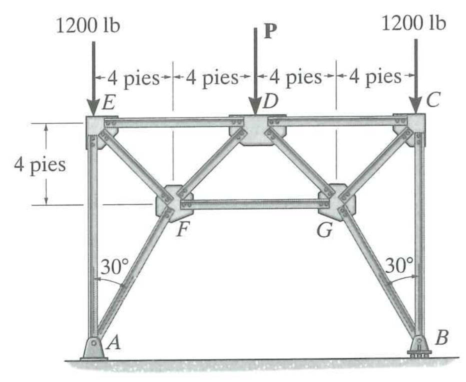
•**6-13.** Determine la máxima fuerza P_2 que puede aplicarse a la armadura de manera que la fuerza en cualquiera de los elementos no exceda 500 lb (T) o 350 lb (C). Considere $P_1 = 0$.



Probs. 6-12/13

6-14. Determine la fuerza en cada elemento de la armadura y establezca si los elementos están en tensión o en compresión. Considere $P = 2500$ lb.

6-15. Elimine la fuerza de 1200 lb y determine la máxima fuerza P que puede aplicarse a la armadura de manera que ninguno de los elementos esté sometido a una fuerza que exceda 2000 lb en tensión o 1500 lb en compresión.

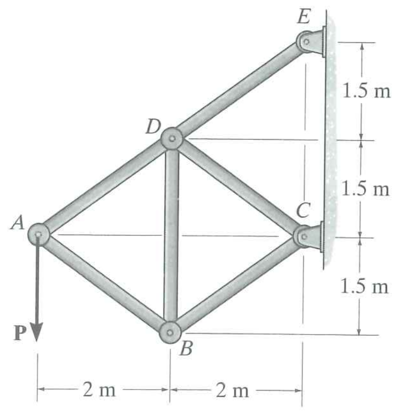


Probs. 6-14/15

6

*6-16. Determine la fuerza en cada elemento de la armadura y establezca si los elementos están en tensión o en compresión. Considere $P = 5$ kN.

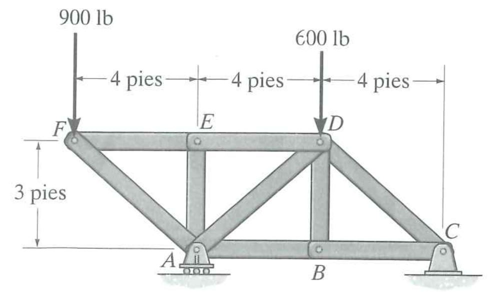
•6-17. Determine la máxima fuerza P que puede aplicarse a la armadura, de manera que ninguno de los elementos esté sometido a una fuerza que exceda 2.5 kN en tensión o 2 kN en compresión.



Probs. 6-16/17

6-18. Determine la fuerza en cada elemento de la armadura y establezca si los elementos están en tensión o en compresión.

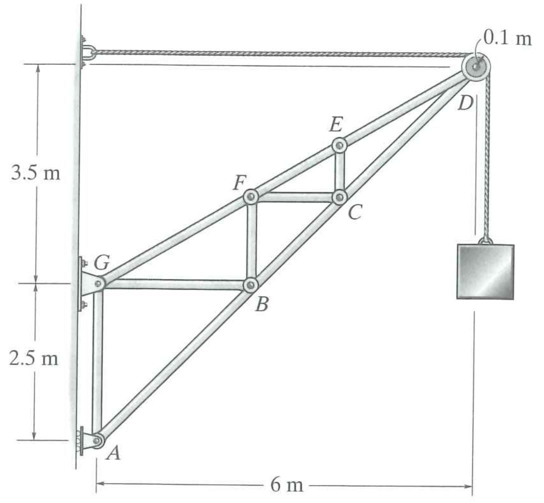
6-19. La armadura se fabrica con elementos que tienen un peso de 10 lb/pie. Retire las fuerzas externas de la armadura y determine la fuerza en cada elemento debido al peso de los elementos. Establezca si los elementos están en tensión o en compresión. Suponga que la fuerza total que actúa sobre un nodo es la suma de la mitad del peso de cada elemento conectado al nodo.



Probs. 6-18/19

*6-20. Determine la fuerza en cada elemento de la armadura y establezca si los elementos están en tensión o en compresión. La carga tiene una masa de 40 kg.

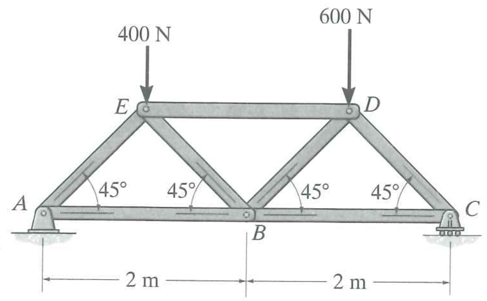
•6-21. Determine la máxima masa m del bloque suspendido de modo que la fuerza en cualquier elemento no exceda 30 kN (T) o 25 kN (C).



Probs. 6-20/21

6-22. Determine la fuerza en cada elemento de la armadura y establezca si los elementos están en tensión o en compresión.

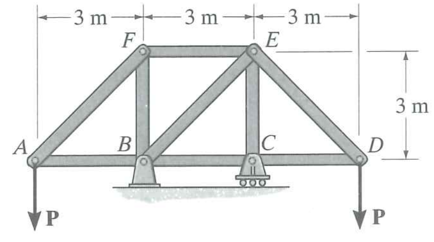
6-23. La armadura se fabrica con elementos que tienen una masa de 5 kg/m. Retire las fuerzas externas de la armadura y determine la fuerza en cada elemento debido al peso de los elementos. Establezca si los elementos están en tensión o en compresión. Suponga que la fuerza total que actúa sobre un nodo es la suma de la mitad del peso de cada elemento conectado al nodo.



Probs. 6-22/23

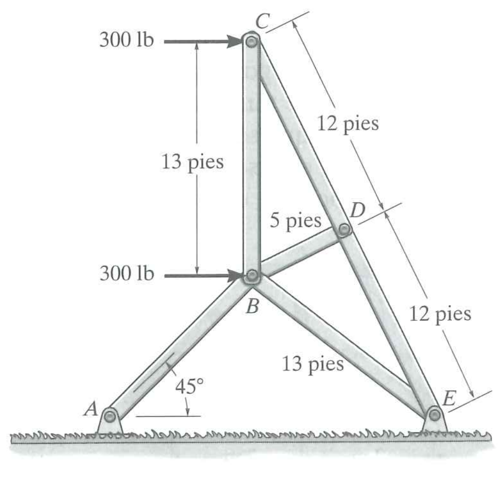
*6-24. Determine la fuerza en cada elemento de la armadura y establezca si los elementos están en tensión o en compresión. Considere $P = 4$ kN.

•6-25. Determine la máxima fuerza P que puede aplicarse a la armadura, de manera que ninguno de los elementos esté sometido a una fuerza que exceda 1.5 kN en tensión o 1 kN en compresión.



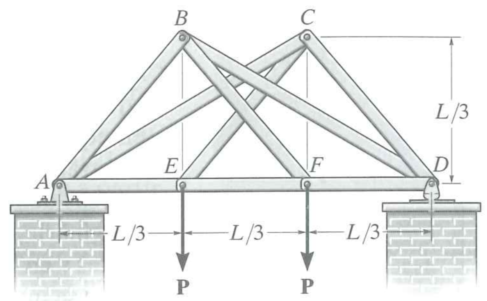
Probs. 6-24/25

6-26. Un señalamiento está sometido a una carga del viento que ejerce fuerzas horizontales de 300 lb sobre los nodos B y C de una de las armaduras laterales de soporte. Determine la fuerza en cada elemento de la armadura y establezca si los elementos están en tensión o en compresión.



Prob. 6-26

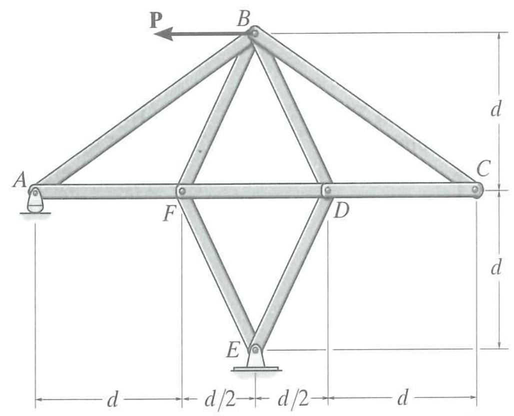
6-27. Determine la fuerza en cada elemento de la armadura de doble tijera en términos de la carga P y establezca si los elementos están en tensión o en compresión.



Prob. 6-27

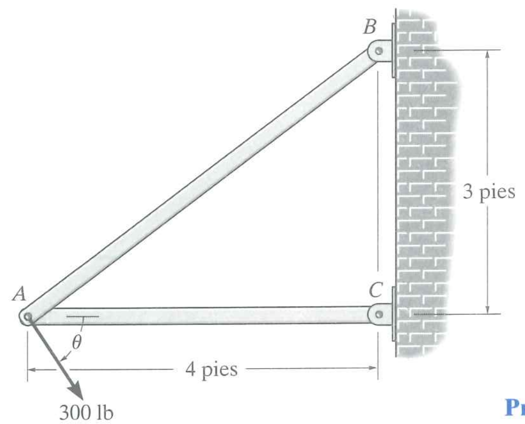
*6-28. Determine la fuerza en cada elemento de la armadura en términos de la carga P, e indique si los elementos están en tensión o en compresión.

•6-29. Si la fuerza máxima que cualquier elemento puede soportar es de 4 kN en tensión y 3 kN en compresión, determine la fuerza máxima P que puede aplicarse en el punto B. Considere $d = 1$ m.



Probs. 6-28/29

6-30. La armadura de dos elementos está sometida a una fuerza de 300 lb. Determine el rango θ para la aplicación de la carga de manera que la fuerza en cualquier elemento no exceda 400 lb (T) o 200 lb (C).



Prob. 6-30

6

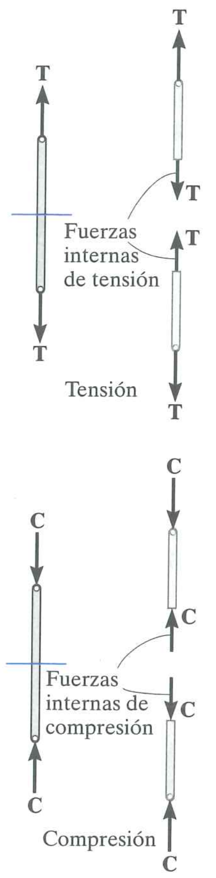


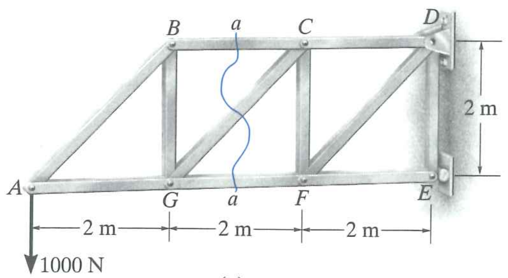
Fig. 6-14

6.4 Método de secciones

Cuando necesitamos encontrar la fuerza en sólo unos cuantos elementos de una armadura, ésta puede analizarse mediante el *método de secciones*. Este método se basa en el principio de que si la armadura está en equilibrio, entonces cualquier segmento de la armadura está también en equilibrio. Por ejemplo, considere los dos elementos de armadura mostrados a la izquierda en la figura 6-14. Si se deben determinar las fuerzas dentro de los elementos, entonces puede utilizarse una sección imaginaria, indicada por la línea azul, para cortar cada elemento en dos partes y en consecuencia "exponer" cada fuerza interna como "externa" como se indica en los diagramas de cuerpo libre de la derecha. Se puede observar con claridad que para que haya equilibrio el elemento que está en tensión (T) está sujeto a un "jalón", mientras que el elemento en compresión (C) está sometido a un "empujón".

El método de secciones puede usarse también para "cortar" o seccionar los elementos de toda una armadura. Si la sección pasa por la armadura y se traza el diagrama de cuerpo libre de cualquiera de sus dos partes, entonces podemos aplicar las ecuaciones de equilibrio a esa parte para determinar las fuerzas del elemento en la "sección cortada". Como sólo se pueden aplicar *tres* ecuaciones independientes de equilibrio ($\Sigma F_x = 0$, $\Sigma F_y = 0$, $\Sigma M_O = 0$) al diagrama de cuerpo libre de cualquier segmento, debemos tratar de seleccionar una sección que, en general, pase por no más de *tres* elementos en que las fuerzas sean desconocidas. Por ejemplo, considere la armadura que se muestra en la figura 6-15*a*. Si se deben determinar las fuerzas en los elementos *BC*, *GC* y *GF*, la sección *aa* podría ser apropiada. Los diagramas de cuerpo libre de las dos partes se muestran en las figuras 6-15*b* y 6-15*c*. Observe que la línea de acción de cada fuerza del elemento se especifica a partir de la *geometría* de la armadura, ya que la fuerza en un elemento pasa a lo largo de su eje. Además, las fuerzas del elemento que actúan sobre una parte de la armadura son iguales pero opuestas a las que actúan sobre la otra parte —tercera ley de Newton—. Se supone que los elementos *BC* y *GC* están en *tensión* puesto que se encuentran sometidos a un "jalón", mientras que *GF* está en *compresión* porque se encuentra sometido a un "empujón".

Las tres fuerzas de elemento desconocidas $\mathbf{F}_{BC}$, $\mathbf{F}_{GC}$ y $\mathbf{F}_{GF}$ pueden obtenerse al aplicar las tres ecuaciones de equilibrio al diagrama de cuerpo libre de la figura 6-15*b*. Sin embargo, si se considera el diagrama de cuerpo libre de la figura 6-15*c*, se tendrán que conocer las tres reacciones de soporte $\mathbf{D}_x$, $\mathbf{D}_y$ y $\mathbf{E}_x$, porque sólo hay tres ecuaciones de equilibrio disponibles. (Por supuesto, esto se hace de la manera usual si se considera un diagrama de cuerpo libre de *toda la armadura*).



(a)

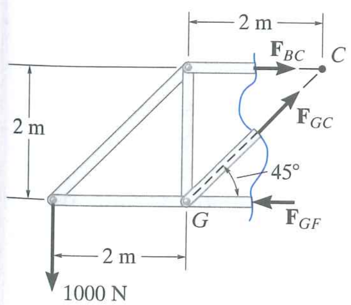
Al aplicar las ecuaciones de equilibrio debemos considerar con gran cuidado las maneras de escribir las ecuaciones de modo que den una *solución directa* para cada una de las incógnitas, en vez de tener que resolver ecuaciones simultáneas. Por ejemplo, con el segmento de armadura de la figura 6-15*b* y la suma de momentos con respecto a *C*, se obtendría una solución directa para $\mathbf{F}_{GF}$ ya que $\mathbf{F}_{BC}$ y $\mathbf{F}_{GC}$ no producen ningún momento con respecto a *C*. De la misma manera, $\mathbf{F}_{BC}$ puede obtenerse directamente a partir de una suma de momentos con respecto a *G*. Por último, $\mathbf{F}_{GC}$ puede encontrarse directamente a partir de una suma de fuerzas en la dirección vertical ya que $\mathbf{F}_{GF}$ y $\mathbf{F}_{BC}$ no tienen componentes verticales. Esta capacidad de *determinar directamente* la fuerza en un elemento particular de una armadura es una de las ventajas principales del método de secciones.*

Al igual que en el método de nodos, hay dos maneras en que se puede determinar el sentido correcto de una fuerza de elemento desconocida:

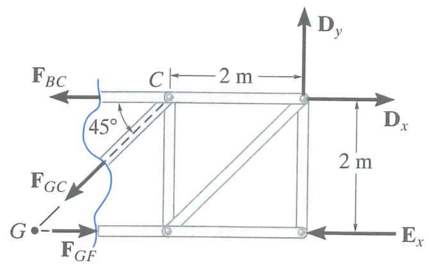
- En muchos casos, el sentido correcto de una fuerza de elemento desconocida, puede determinarse "por inspección". Por ejemplo, $\mathbf{F}_{BC}$ es una fuerza de tensión tal como se representa en la figura 6-15*b*, ya que el equilibrio por momentos con respecto a *G* requiere que $\mathbf{F}_{BC}$ genere un momento opuesto al de la fuerza de 1000 N. Además, $\mathbf{F}_{GC}$ es una fuerza de tensión puesto que su componente vertical debe equilibrar la fuerza de 1000 N que actúa hacia abajo. En casos más complicados, el sentido de una fuerza de elemento desconocida puede *suponerse*. Si la solución resulta un escalar *negativo*, esto indica que el sentido de la fuerza es *opuesto* al del diagrama de cuerpo libre.
- *Siempre suponga* que las fuerzas desconocidas en elementos de la sección cortada están *en tensión*, es decir, "jalando" al elemento. Al hacer esto, la solución numérica de las ecuaciones de equilibrio dará *escalares positivos para elementos en tensión y escalares negativos para elementos en compresión.*

Las fuerzas en algunos elementos seleccionados de esta armadura Pratt pueden determinarse por el método de secciones.

*Observe que si se usara el método de nodos para determinar, digamos, la fuerza en el elemento *GC*, sería necesario analizar los nodos *A*, *B* y *G* en secuencia.



(b)



(c)

Fig. 6-15

En la construcción de grandes grúas suelen usarse armaduras sencillas a fin de reducir el peso de la pluma y la torre.

6

Procedimiento para el análisis

Las fuerzas en los elementos de una armadura pueden determinarse mediante el método de secciones por el siguiente procedimiento.

Diagrama de cuerpo libre.

- Tome una decisión acerca de cómo "cortar" o seccionar la armadura a través de los elementos cuyas fuerzas deben determinarse.
- Antes de aislar la sección apropiada, puede requerirse determinar primero las reacciones externas de la armadura. Una vez hecho esto, entonces estarán disponibles las tres ecuaciones de equilibrio para encontrar las fuerzas de los elementos en la sección.
- Trace el diagrama de cuerpo libre del segmento de la armadura seccionada sobre la que actúe el menor número de fuerzas.
- Use uno de los dos métodos descritos antes para establecer el sentido de las fuerzas de elemento desconocidas.

Ecuaciones de equilibrio.

- Los momentos deben sumarse con respecto a un punto que se encuentre en la intersección de las líneas de acción de dos fuerzas desconocidas, de manera que la tercera fuerza desconocida se determine directamente a partir de la ecuación de momento.
- Si dos de las fuerzas desconocidas son *paralelas*, las otras fuerzas pueden sumarse en forma *perpendicular* a la dirección de esas incógnitas para determinar *directamente* la tercera fuerza desconocida.

EJEMPLO 6.5

Determine la fuerza en los elementos GE, GC y BC de la armadura mostrada en la figura 6-16a. Indique si los elementos están en tensión o en compresión.

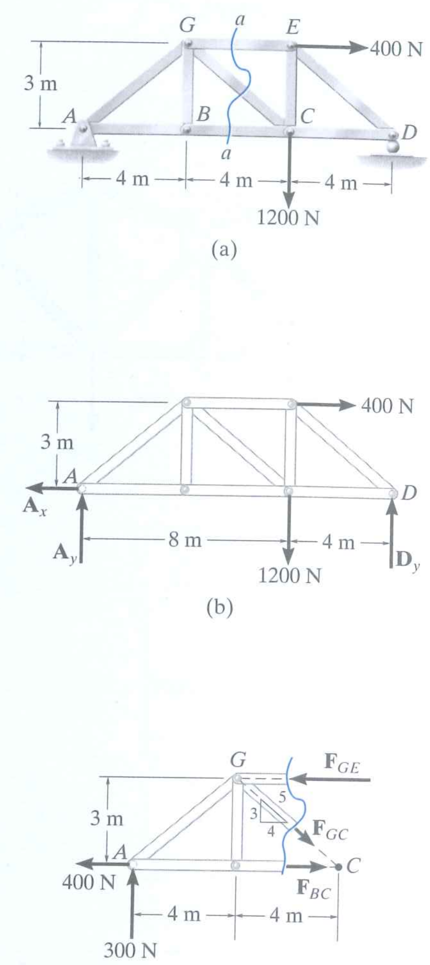


Fig. 6-16

SOLUCIÓN

La sección aa que se muestra en la figura 6-16a ha sido seleccionada porque corta a través de los *tres* elementos cuyas fuerzas deben determinarse. Sin embargo, para usar el método de secciones, es necesario determinar *primero* las reacciones externas en A o en D. ¿Por qué? En la figura 6-16b se muestra un diagrama de cuerpo libre de toda la armadura. Al aplicar las ecuaciones de equilibrio, tenemos

$$\overset{+}{\rightarrow}\Sigma F_x = 0; \qquad 400\text{ N} - A_x = 0 \qquad A_x = 400\text{ N}$$

$$\circlearrowleft + \Sigma M_A = 0; \quad -1200\text{ N}(8\text{ m}) - 400\text{ N}(3\text{ m}) + D_y(12\text{ m}) = 0$$
$$D_y = 900\text{ N}$$

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \qquad A_y - 1200\text{ N} + 900\text{ N} = 0 \qquad A_y = 300\text{ N}$$

Diagrama de cuerpo libre. Para el análisis, se usará el diagrama de cuerpo libre de la porción izquierda de la armadura seccionada, ya que implica el menor número de fuerzas, figura 6-16c.

Ecuaciones de equilibrio. Al sumar momentos con respecto al punto G se eliminan $\mathbf{F}_{GE}$ y $\mathbf{F}_{GC}$ y se obtiene una solución directa para F_{BC}.

$$\circlearrowleft + \Sigma M_G = 0; \qquad -300\text{ N}(4\text{ m}) - 400\text{ N}(3\text{ m}) + F_{BC}(3\text{ m}) = 0$$
$$F_{BC} = 800\text{ N} \quad (\text{T}) \qquad \textit{Resp.}$$

De la misma manera, al sumar momentos con respecto al punto C obtenemos una solución directa para F_{GE}.

$$\circlearrowleft + \Sigma M_C = 0; \qquad -300\text{ N}(8\text{ m}) + F_{GE}(3\text{ m}) = 0$$
$$F_{GE} = 800\text{ N} \quad (\text{C}) \qquad \textit{Resp.}$$

Como $\mathbf{F}_{BC}$ y $\mathbf{F}_{GE}$ no tienen componentes verticales, al sumar fuerzas en la dirección y obtenemos directamente F_{GC}, es decir,

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \qquad 300\text{ N} - \tfrac{3}{5}F_{GC} = 0$$
$$F_{GC} = 500\text{ N} \quad (\text{T}) \qquad \textit{Resp.}$$

NOTA: aquí es posible determinar, por inspección, la dirección apropiada para cada fuerza de elemento desconocida. Por ejemplo, $\Sigma M_C = 0$ requiere que $\mathbf{F}_{GE}$ sea *compresiva* porque debe equilibrar el momento de la fuerza de 300 N con respecto a C.

EJEMPLO 6.6

Determine la fuerza presente en el elemento CF de la armadura mostrada en la figura 6-17a. Indique si el elemento está en tensión o en compresión. Suponga que cada elemento está conectado mediante pasadores.

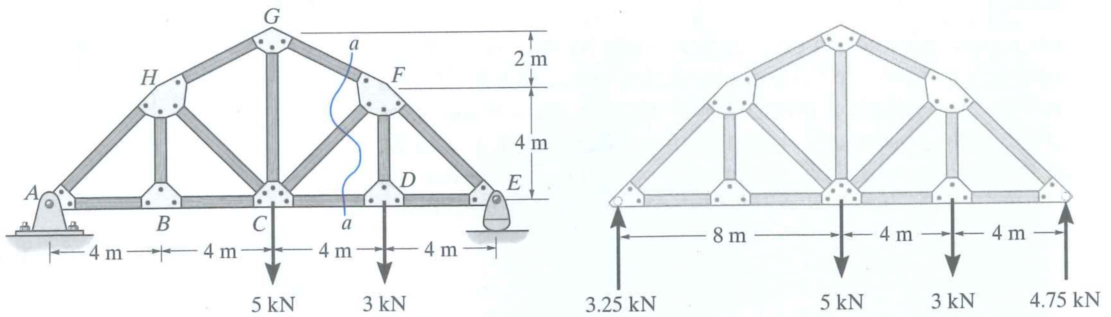
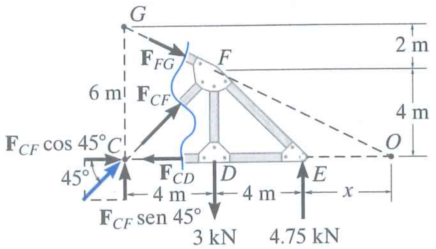


Fig. 6-17

SOLUCIÓN

Diagrama de cuerpo libre. Se usará la sección aa que se muestra en la figura 6-17a ya que es la que "expondrá" la fuerza interna en el elemento CF como "externa" en el diagrama de cuerpo libre de la porción derecha o izquierda de la armadura. Sin embargo, primero es necesario determinar las reacciones externas en el lado izquierdo o en el derecho. Verifique los resultados que se muestran en el diagrama de cuerpo libre de la figura 6-17b.



(c)

En la figura 6-17c se muestra el diagrama de cuerpo libre de la porción derecha de la armadura, que es la más fácil de analizar. Se tienen tres incógnitas, F_{FG}, F_{CF} y F_{CD}.

Ecuaciones de equilibrio. Aplicaremos la ecuación de momento con respecto al punto O a fin de eliminar las dos incógnitas F_{FG} y F_{CD}. La posición del punto O medida desde E puede determinarse por triángulos semejantes, es decir, $4/(4 + x) = 6/(8 + x)$, $x = 4$ m. O, dicho de otra manera, la pendiente del elemento GF tiene una caída de 2 m en una distancia horizontal de 4 m. Como FD es de 4 m, figura 6-17c, entonces la distancia desde D hasta O debe ser de 8 m.

Una manera fácil de determinar el momento de $\mathbf{F}_{CF}$ con respecto al punto O es usar el principio de transmisibilidad y trasladar $\mathbf{F}_{CF}$ al punto C, y luego descomponer $\mathbf{F}_{CF}$ en sus dos componentes rectangulares. Tenemos

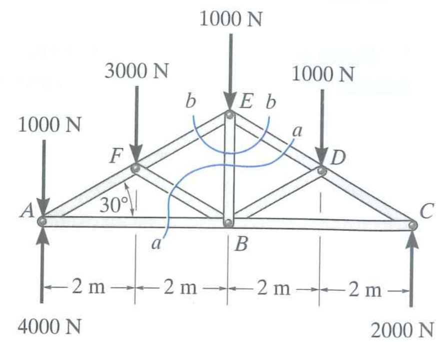
$$\circlearrowleft + \Sigma M_O = 0;$$

$$-F_{CF} \text{ sen } 45°(12 \text{ m}) + (3 \text{ kN})(8 \text{ m}) - (4.75 \text{ kN})(4 \text{ m}) = 0$$

$$F_{CF} = 0.589 \text{ kN} \quad \text{(C)} \qquad \textbf{\textit{Resp.}}$$

EJEMPLO 6.7

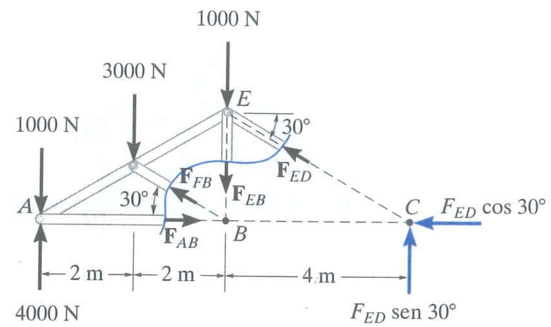
Determine la fuerza en el elemento EB de la armadura de techo mostrada en la figura 6-18a. Indique si el elemento está en tensión o en compresión.



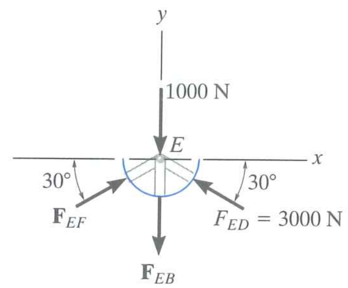
(a)

SOLUCIÓN

Diagramas de cuerpo libre. Por el método de secciones, cualquier sección vertical imaginaria que corte EB, figura 6-18a, tendrá que cortar también otros tres elementos cuyas fuerzas son desconocidas. Por ejemplo, la sección aa corta ED, EB, FB y AB. Si se considera un diagrama de cuerpo libre del lado izquierdo de esta sección, figura 6-18b, es posible obtener $\mathbf{F}_{ED}$ con la suma de momentos con respecto a B para eliminar las otras tres incógnitas; sin embargo, no se puede determinar $\mathbf{F}_{EB}$ a partir de las dos ecuaciones de equilibrio restantes. Una manera posible de obtener $\mathbf{F}_{ED}$ es determinar primero $\mathbf{F}_{ED}$ a partir de la sección aa, y luego usar este resultado en la sección bb, figura 6-18a, la cual se muestra en la figura 6-18c. Aquí el sistema de fuerzas es concurrente y nuestro diagrama de cuerpo libre seccionado es el mismo que el diagrama de cuerpo libre para el nodo ubicado en E.



(b)



(c)

Fig. 6-18

6

Ecuaciones de equilibrio. Para determinar el momento de $\mathbf{F}_{ED}$ con respecto al punto B, figura 6-18b, usaremos el principio de transmisibilidad y extenderemos la fuerza hasta el punto C para después descomponerla en sus componentes rectangulares como se muestra. Por lo tanto,

$$\circlearrowleft + \Sigma M_B = 0; \quad 1000 \text{ N}(4 \text{ m}) + 3000 \text{ N}(2 \text{ m}) - 4000 \text{ N}(4 \text{ m}) + F_{ED} \text{ sen } 30°(4 \text{ m}) = 0$$

$$F_{ED} = 3000 \text{ N} \quad \text{(C)}$$

Al considerar ahora el diagrama de cuerpo libre de la sección bb, figura 6-18c, tenemos

$$\overset{+}{\rightarrow} \Sigma F_x = 0; \quad F_{EF} \cos 30° - 3000 \cos 30° \text{ N} = 0$$

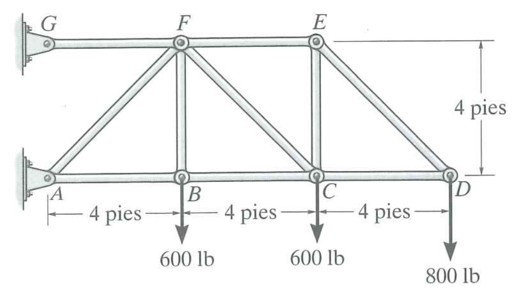
$$F_{EF} = 3000 \text{ N} \quad \text{(C)}$$

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \quad 2(3000 \text{ sen } 30° \text{ N}) - 1000 \text{ N} - F_{EB} = 0$$

$$F_{EB} = 2000 \text{ N} \quad \text{(T)} \qquad \textbf{\textit{Resp.}}$$

PROBLEMAS FUNDAMENTALES

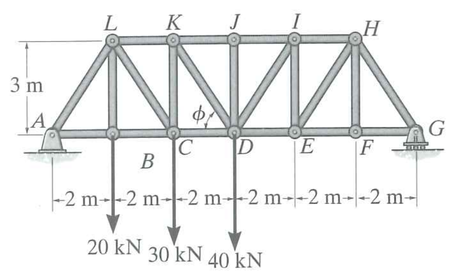
F6-7. Determine la fuerza en los elementos BC, CF y FE. Establezca si los elementos están en tensión o en compresión.



F6-7

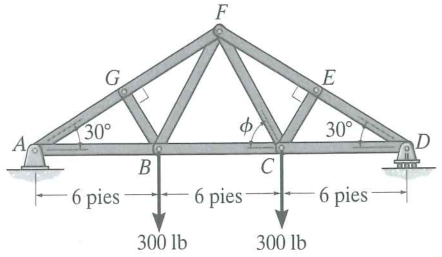
F6-8. Determine la fuerza en los elementos LK, KC y CD de la armadura Pratt. Establezca si los elementos están en tensión o en compresión.

F6-9. Determine la fuerza en los elementos KJ, KD y CD de la armadura Pratt. Establezca si los elementos están en tensión o en compresión.



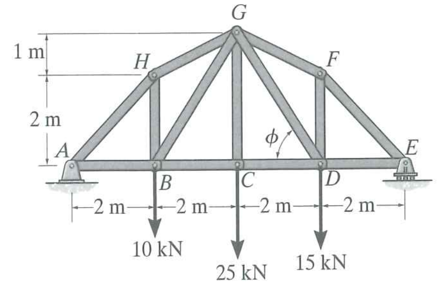
F6-8/9

F6-10. Determine la fuerza en los elementos EF, CF y BC de la armadura. Establezca si los elementos están en tensión o en compresión.



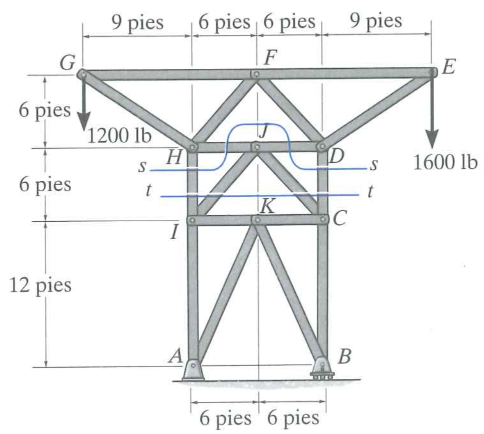
F6-10

F6-11. Determine la fuerza en los elementos GF, GD y CD de la armadura. Establezca si los elementos están en tensión o en compresión.



F6-11

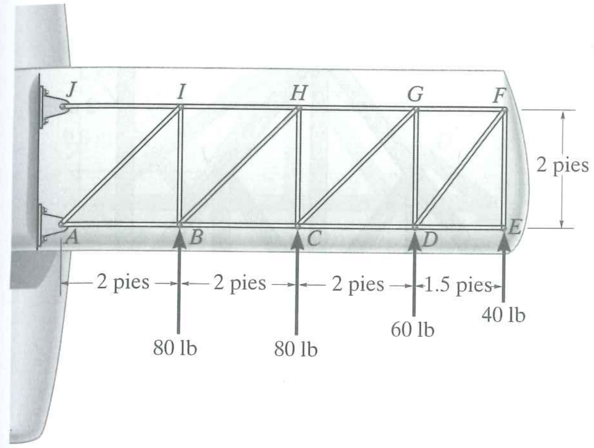
F6-12. Determine la fuerza en los elementos DC, HI y JI de la armadura. Establezca si los elementos están en tensión o en compresión.



F6-12

PROBLEMAS

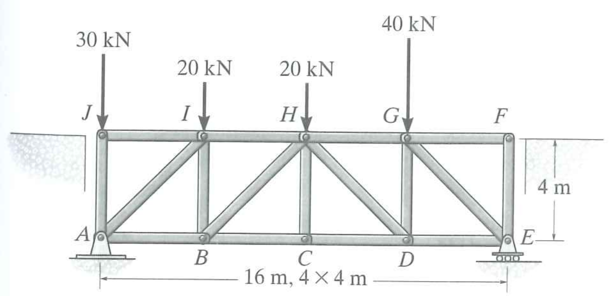
6-31. La armadura de arrastre interna para el ala de un avión ligero está sometida a las fuerzas que se muestran. Determine la fuerza en los elementos BC, BH y HC, y establezca si los elementos están en tensión o en compresión.



Prob. 6-31

***6-32.** La *armadura Howe para puente* está sometida a las cargas que se muestran. Determine la fuerza en los elementos HD, CD y GD, y establezca si los elementos están en tensión o en compresión.

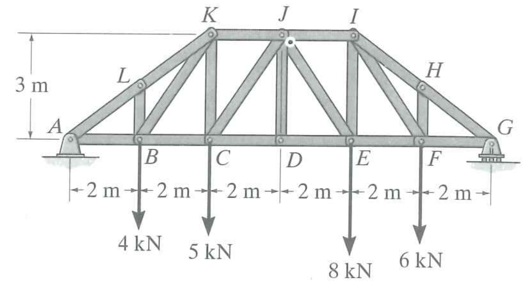
•6-33. La *armadura Howe para puente* está sometida a las cargas que se muestran. Determine la fuerza en los elementos HI, HB y BC, y establezca si los elementos están en tensión o en compresión.



Probs. 6-32/33

6-34. Determine la fuerza en los elementos JK, CJ y CD de la armadura, y establezca si los elementos están en tensión o en compresión.

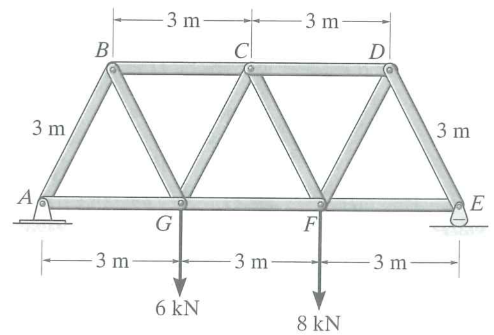
6-35. Determine la fuerza en los elementos HI, FI y EF de la armadura, y establezca si los elementos están en tensión o en compresión.



Probs. 6-34/35

***6-36.** Determine la fuerza en los elementos BC, CG y GF de la *armadura Warren*. Indique si los elementos están en tensión o en compresión.

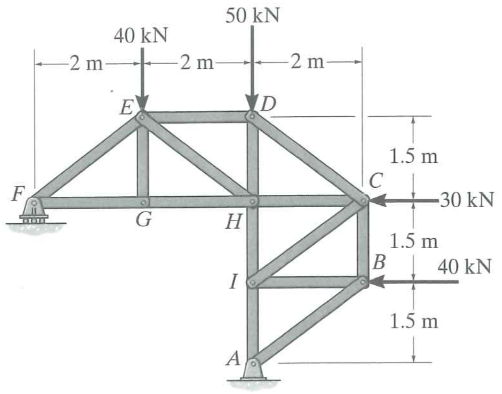
•6-37. Determine la fuerza en los elemento CD, CF y FG de la *armadura Warren*. Indique si los elementos están en tensión o en compresión.



Probs. 6-36/37

38. Determine la fuerza en los elementos DC, HC y HI e la armadura, y establezca si los elementos están en tenón o en compresión.

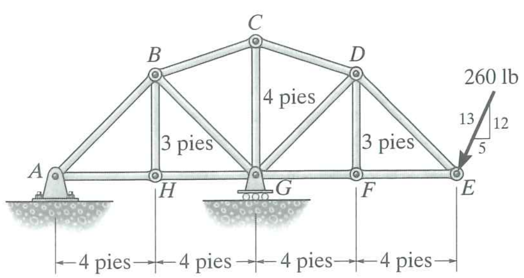
39. Determine la fuerza en los elemento ED, EH y GH e la armadura, y establezca si los elementos están en tenón o en compresión.



Probs. 6-38/39

6-40. Determine la fuerza en los elementos GF, GD y CD de la armadura, y establezca si los elementos están en ensión o en compresión.

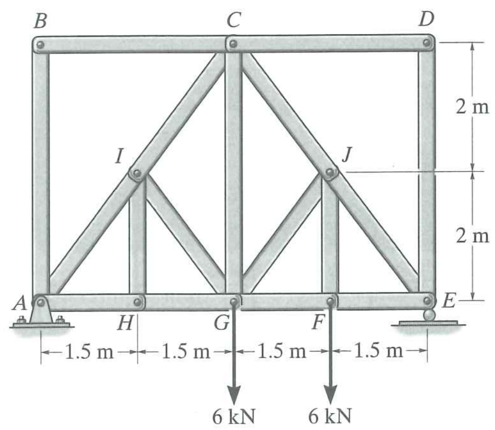
6-41. Determine la fuerza en los elemento BG, BC y HG de la armadura, y establezca si los elementos están en ensión o en compresión.



Probs. 6-40/41

6-42. Determine la fuerza en los elementos IC y CG de la armadura, y establezca si estos elementos están en tensión o en compresión. Además, indique todos los elementos de fuerza cero.

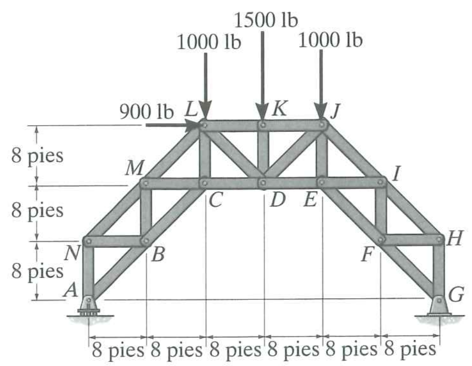
6-43. Determine la fuerza en los elementos JE y GF de la armadura, y establezca si estos elementos están en tensión o en compresión. Además, indique todos los elementos de fuerza cero.



Probs. 6-42/43

***6-44.** Determine la fuerza en los elementos JI, EF, EI y JE de la armadura, y establezca si los elementos están en tensión o en compresión.

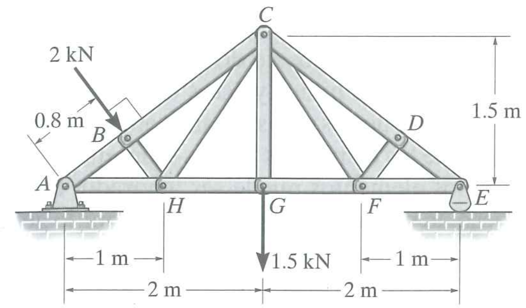
•6-45. Determine la fuerza en los elementos CD, LD y KL de la armadura, y establezca si los elementos están en tensión o en compresión.



Probs. 6-44/45

6-46. Determine la fuerza desarrollada en los elementos BC y CH de la armadura para techo, y establezca si los elementos están en tensión o en compresión.

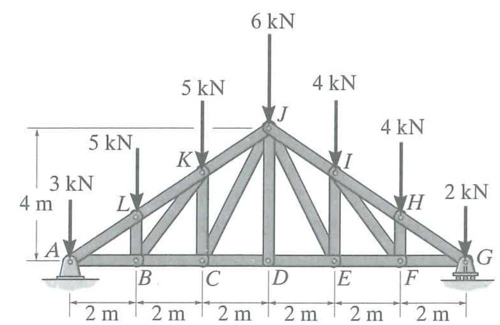
6-47. Determine la fuerza en los elementos CD y GF de la armadura, y establezca si los elementos están en tensión o en compresión. Además, indique todos los elementos de fuerza cero.



Probs. 6-46/47

***6-48.** Determine la fuerza en los elementos IJ, EJ y CD de la armadura *Howe*, y establezca si los elementos están en tensión o en compresión.

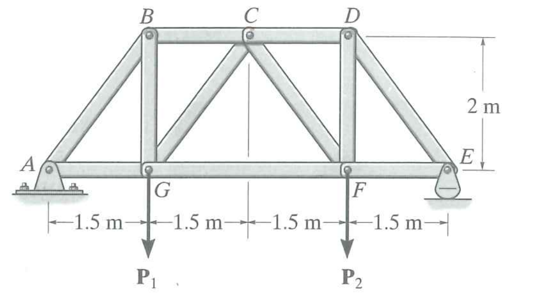
•6-49. Determine la fuerza en los elementos KJ, KC y BC de la armadura *Howe*, y establezca si los elementos están en tensión o en compresión.



Probs. 6-48/49

6-50. Determine la fuerza en cada uno de los elementos de la armadura y establezca si los elementos están en tensión o en compresión. Considere $P_1 = 20$ kN, $P_2 = 10$ kN.

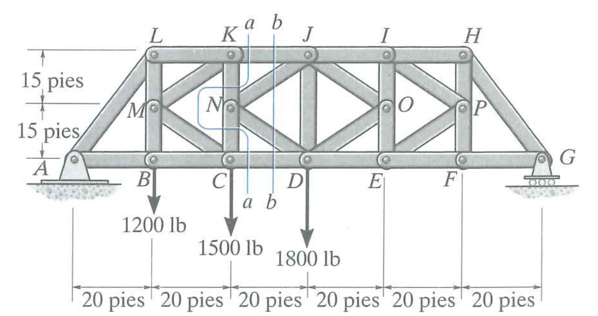
6-51. Determine la fuerza en cada uno de los elementos de la armadura y establezca si los elementos están en tensión o en compresión. Considere $P_1 = 40$ kN, $P_2 = 20$ kN.



Probs. 6-50/51

***6-52.** Determine la fuerza en los elementos KJ, NJ, ND y CD de la *armadura K*. Indique si los elementos están en tensión o en compresión. *Sugerencia:* use las secciones *aa* y *bb*.

•6-53. Determine la fuerza en los elementos JI y DE de la *armadura K*. Indique si los elementos están en tensión o en compresión.



Probs. 6-52/53

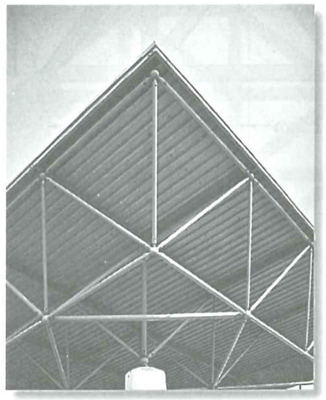
Fig. 6-19

*6.5 Armaduras espaciales

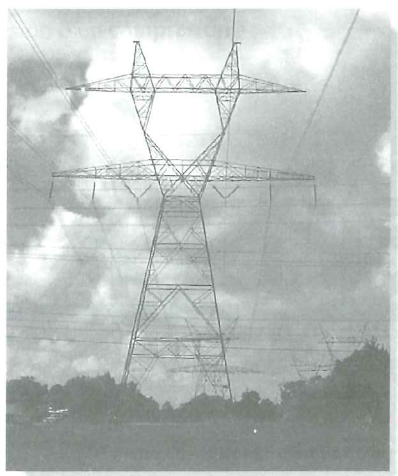
Una *armadura espacial* consiste en elementos unidos en sus extremos para formar una estructura estable tridimensional. La forma más simple de una armadura espacial es un *tetraedro*, formado al conectar seis elementos entre sí, como se muestra en la figura 6-19. Cualquier elemento adicional agregado a este elemento básico sería redundante en el soporte de la fuerza **P**. Una *armadura espacial simple* puede construirse a partir de este tetraedro básico agregando tres elementos adicionales y un nodo, y continuar de esta manera hasta formar un sistema de tetraedros multiconectados.

Supuestos para el diseño.

Los elementos de una armadura espacial se pueden tratar como elementos de dos fuerzas siempre que la carga externa esté aplicada en los nodos y éstos consistan en conexiones de rótula esférica. Estos supuestos se justifican cuando las conexiones, soldadas o empernadas, de los elementos unidos se intersecan en un punto común y el peso de los elementos puede ser ignorado. En casos donde debe incluirse el peso de un elemento en el análisis, por lo general resulta satisfactorio aplicarlo como una fuerza vertical, la mitad de su magnitud aplicada en cada extremo del elemento.



Armadura espacial típica para soporte de techo. Observe el uso de rótulas esféricas en las conexiones.



Por razones económicas, las grandes torres de transmisión eléctrica suelen construirse con armaduras espaciales.

Procedimiento para el análisis

Cuando se desea determinar las fuerzas desarrolladas en los elementos de una armadura espacial simple se puede usar el método de nodos o el método de secciones.

Método de nodos.

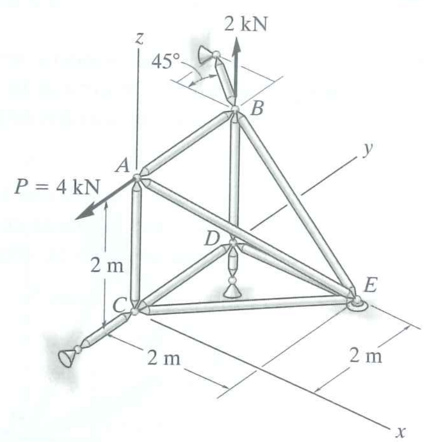
Si se deben determinar las fuerzas en *todos* los elementos de la armadura, el método de nodos es el más adecuado para realizar el análisis. Aquí es necesario aplicar las tres ecuaciones de equilibrio $\Sigma F_x = 0$, $\Sigma F_y = 0$, $\Sigma F_z = 0$ a las fuerzas que actúan en cada nodo. Recuerde que la solución de muchas ecuaciones simultáneas puede evitarse si el análisis de fuerzas empieza en un nodo que tenga por lo menos una fuerza conocida y cuando mucho tres fuerzas desconocidas. Además, Si la geometría tridimensional del sistema de fuerzas existente en el nodo es difícil de visualizar, se recomienda utilizar un análisis vectorial cartesiano para encontrar la solución.

Método de secciones.

Si se deben determinar sólo unas *pocas* fuerzas de elemento, se puede usar el método de secciones. Cuando se pasa una sección imaginaria por una armadura y ésta queda separada en dos partes, el sistema de fuerzas que actúa sobre una de las partes debe satisfacer las *seis* ecuaciones de equilibrio: $\Sigma F_x = 0$, $\Sigma F_y = 0$, $\Sigma F_z = 0$, $\Sigma M_x = 0$, $\Sigma M_y = 0$, $\Sigma M_z = 0$ (ecuaciones 5-6). Por medio de una selección apropiada de la sección y los ejes para sumar fuerzas y momentos, muchas de las fuerzas de elemento desconocidas en una armadura espacial se pueden calcular *directamente*, mediante una sola ecuación de equilibrio.

EJEMPLO 6.8

Determine las fuerzas que actúan en los elementos de la armadura espacial que se muestra en la figura 6-20*a*. Indique si los elementos están en tensión o en compresión.



(a)

SOLUCIÓN

Como hay una fuerza conocida y tres fuerzas desconocidas que actúan en el nodo A, el análisis de fuerzas de esta armadura comenzará en este nodo.

Nodo A. (Figura 6-20*b*). Si expresamos cada fuerza que actúa en el diagrama de cuerpo libre del nodo A como un vector cartesiano, tenemos

$$\mathbf{P} = \{-4\mathbf{j}\}\text{ kN}, \qquad \mathbf{F}_{AB} = F_{AB}\mathbf{j}, \quad \mathbf{F}_{AC} = -F_{AC}\mathbf{k},$$

$$\mathbf{F}_{AE} = F_{AE}\left(\frac{\mathbf{r}_{AE}}{r_{AE}}\right) = F_{AE}(0.577\mathbf{i} + 0.577\mathbf{j} - 0.577\mathbf{k})$$

Por equilibrio,

$$\Sigma \mathbf{F} = \mathbf{0}; \qquad \mathbf{P} + \mathbf{F}_{AB} + \mathbf{F}_{AC} + \mathbf{F}_{AE} = \mathbf{0}$$

$$-4\mathbf{j} + F_{AB}\mathbf{j} - F_{AC}\mathbf{k} + 0.577F_{AE}\mathbf{i} + 0.577F_{AE}\mathbf{j} - 0.577F_{AE}\mathbf{k} = \mathbf{0}$$

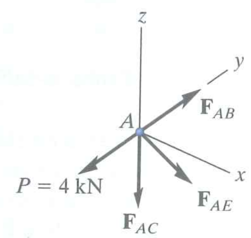
$$\Sigma F_x = 0; \qquad 0.577F_{AE} = 0$$

$$\Sigma F_y = 0; \qquad -4 + F_{AB} + 0.577F_{AE} = 0$$

$$\Sigma F_z = 0; \qquad -F_{AC} - 0.577F_{AE} = 0$$

$$F_{AC} = F_{AE} = 0 \qquad \textbf{\textit{Resp.}}$$

$$F_{AB} = 4\text{ kN} \quad (\text{T}) \qquad \textbf{\textit{Resp.}}$$



(b)

Como F_{AB} es conocida, a continuación se puede analizar el nodo B.

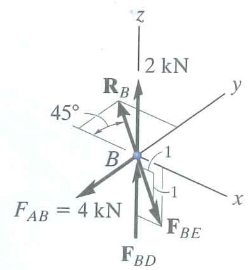
Nodo B. (Figura 6-20*c*).

$$\Sigma F_x = 0; \qquad -R_B\cos 45° + 0.707F_{BE} = 0$$

$$\Sigma F_y = 0; \qquad -4 + R_B \operatorname{sen} 45° = 0$$

$$\Sigma F_z = 0; \qquad 2 + F_{BD} - 0.707F_{BE} = 0$$

$$R_B = F_{BE} = 5.66\text{ kN} \quad (\text{T}), \qquad F_{BD} = 2\text{ kN} \quad (\text{C}) \qquad \textbf{\textit{Resp.}}$$



(c)

Fig. 6-20

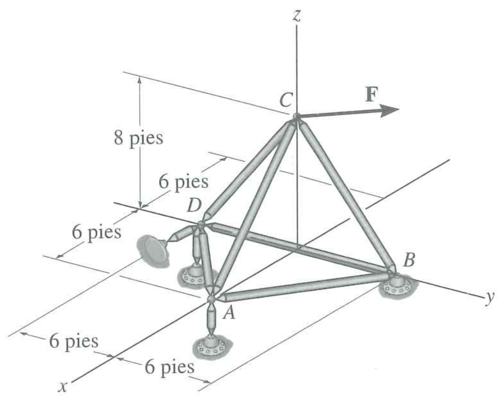
Las ecuaciones *escalares* de equilibrio también pueden aplicarse directamente a sistemas de fuerzas que actúan en los diagramas de cuerpo libre de los nodos D y C, ya que las componentes de fuerzas se determinan con facilidad. Demuestre que

$$F_{DE} = F_{DC} = F_{CE} = 0 \qquad \textbf{\textit{Resp.}}$$

PROBLEMAS

6-54. La armadura espacial soporta una fuerza $\mathbf{F} = \{-500\mathbf{i} + 600\mathbf{j} + 400\mathbf{k}\}$ lb. Determine la fuerza en cada elemento y establezca si los elementos están en tensión o en compresión.

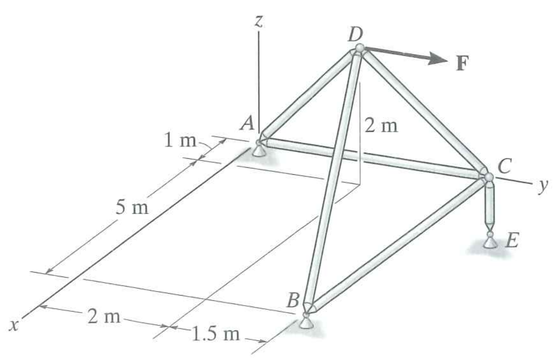
6-55. La armadura espacial soporta una fuerza $\mathbf{F} = \{600\mathbf{i} + 450\mathbf{j} - 750\mathbf{k}\}$ lb. Determine la fuerza en cada elemento y establezca si los elementos están en tensión o en compresión.



Probs. 6-54/55

***6-56.** Determine la fuerza en cada elemento de la armadura espacial y establezca si los elementos están en tensión o en compresión. La armadura está soportada por rótulas esféricas en A, B y E. Considere $\mathbf{F} = \{800\mathbf{j}\}$ N. *Sugerencia:* la reacción en el soporte E actúa a lo largo del elemento EC. ¿Por qué?

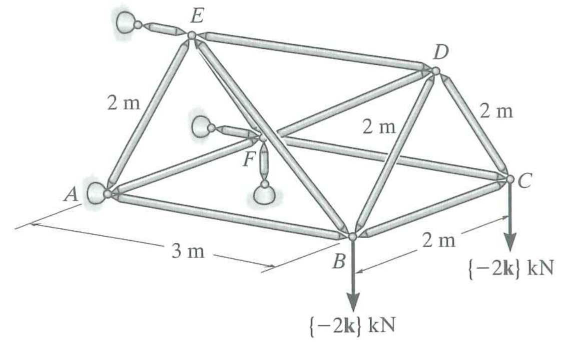
•6-57. Determine la fuerza en cada elemento de la armadura espacial y establezca si los elementos están en tensión o en compresión. La armadura está soportada por rótulas esféricas en A, B y E. Considere $\mathbf{F} = \{-200\mathbf{i} + 400\mathbf{j}\}$ N. *Sugerencia:* la reacción en el soporte E actúa a lo largo del elemento EC. ¿Por qué?



Probs. 6-56/57

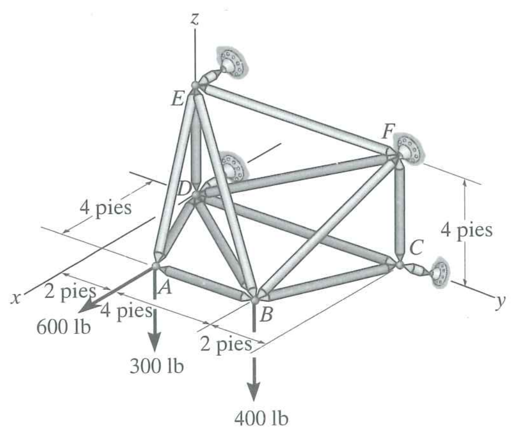
6-58. Determine la fuerza en los elementos BE, DF y BC de la armadura espacial, y establezca si los elementos están en tensión o en compresión.

6-59. Determine la fuerza en los elementos AB, CD, ED y CF de la armadura espacial, y establezca si los elementos están en tensión o en compresión.



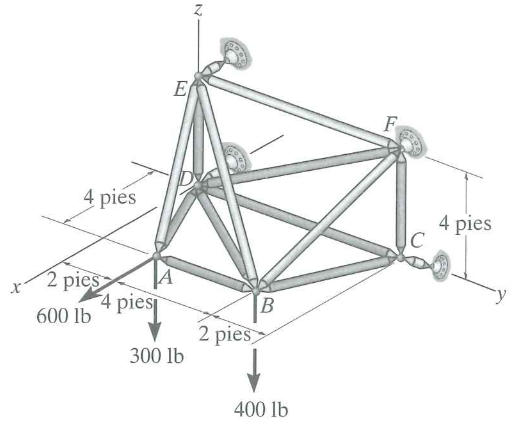
Probs. 6-58/59

***6-60.** Determine la fuerza en los elementos AB, AE, BC, BF, BD y BE de la armadura espacial, y establezca si los elementos están en tensión o en compresión.



Prob. 6-60

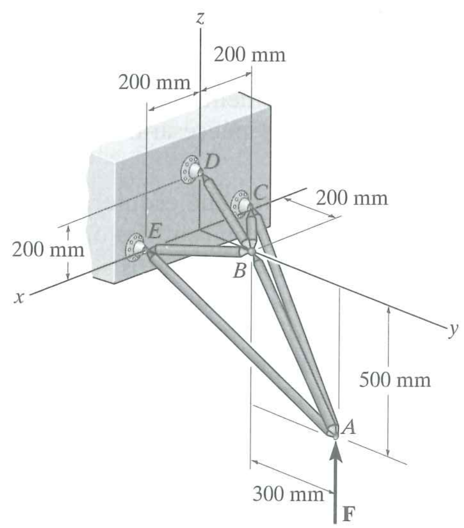
•6-61. Determine la fuerza en los elementos EF, DF, CF y CD de la armadura espacial, y establezca si los elementos están en tensión o en compresión.



Prob. 6-61

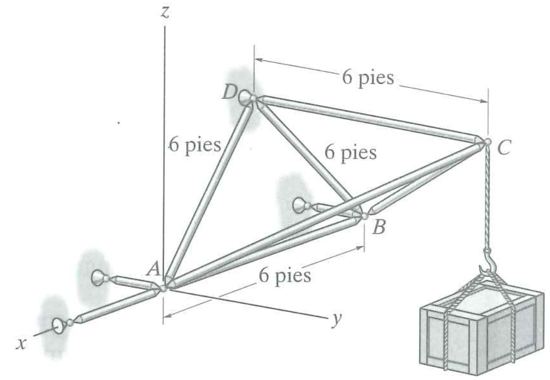
6-62. Si la armadura soporta una fuerza de $F = 200$ N, determine la fuerza en cada elemento y establezca si los elementos están en tensión o en compresión.

6-63. Si cada elemento de la armadura espacial puede soportar una fuerza máxima de 600 N en compresión y 800 N en tensión, determine la fuerza máxima F que puede soportar la armadura.



Probs. 6-62/63

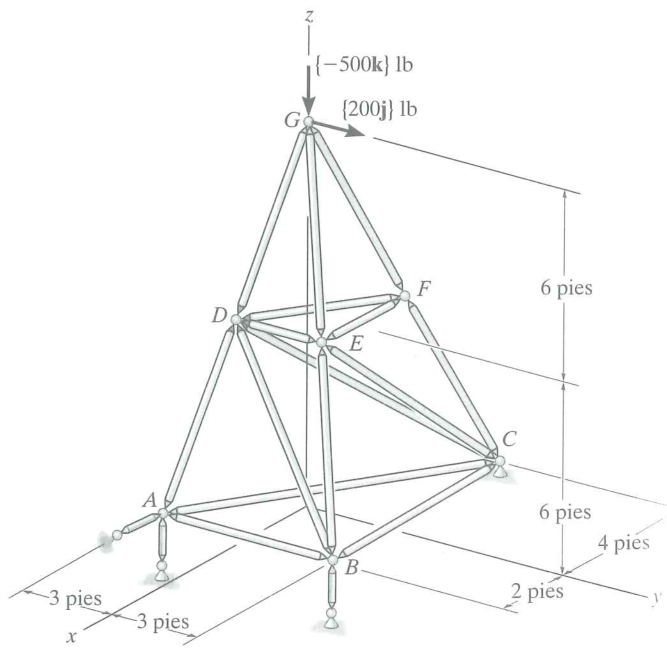
***6-64.** Determine la fuerza desarrollada en cada elemento de la armadura espacial y establezca si los elementos están en tensión o en compresión. La caja tiene un peso de 150 lb.



Prob. 6-64

•6-65. Determine la fuerza en los elementos FE y ED de la armadura espacial y establezca si los elementos están en tensión o en compresión. La armadura está soportada por una unión de rótula esférica en C y eslabones cortos en A y B.

6-66. Determine la fuerza en los elementos GD, GE y FD de la armadura espacial y establezca si los elementos están en tensión o en compresión.



Probs. 6-65/66

6.6 Bastidores y máquinas

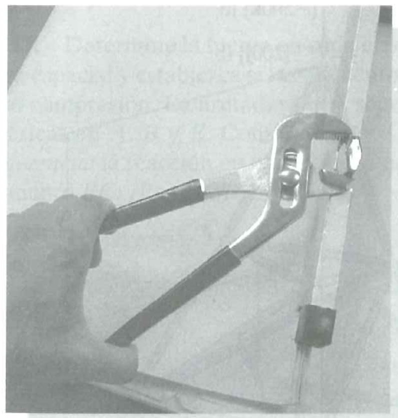
Los bastidores y las máquinas son dos tipos comunes de estructuras que a menudo están compuestas por *elementos de varias fuerzas* conectados mediante pasadores, es decir, elementos que están sometidos a más de dos fuerzas. Los *bastidores* se usan para soportar cargas, mientras que las *máquinas* contienen partes móviles y están diseñadas para transmitir y modificar el efecto de las fuerzas. Siempre que un bastidor o una máquina no contengan más soportes o elementos que los necesarios para evitar el colapso, las fuerzas que actúan en las uniones y soportes pueden determinarse si se aplican las ecuaciones de equilibrio a cada uno de sus elementos. Una vez obtenidas las fuerzas en las uniones, es posible *diseñar* el tamaño de los elementos, conexiones y soportes al aplicar la teoría de la mecánica de materiales y un código de diseño de ingeniería adecuado.

Esta enorme grúa es un ejemplo típico de un bastidor.

Diagramas de cuerpo libre.

Para determinar las fuerzas que actúan en las uniones y soportes de un bastidor o de una máquina, la estructura debe desensamblarse y se deben trazar los diagramas de cuerpo libre de sus partes. Es *necesario* cumplir con los siguientes puntos importantes:

- Aísle cada parte con la *delineación de su contorno*. Después muestre todas las fuerzas y/o los momentos de par que actúan sobre la parte. Asegúrese de *marcar* o *identificar* cada fuerza y momento de par conocido o desconocido con referencia a un sistema coordenado x, y establecido. También indique cualesquier dimensiones empleadas para tomar momentos. Las ecuaciones de equilibrio suelen ser más fáciles de aplicar si las fuerzas están representadas por sus componentes rectangulares. Como es usual, se puede suponer el sentido de una fuerza o de un momento de par desconocido.
- Identifique todos los elementos de dos fuerzas existentes en la estructura y represente sus diagramas de cuerpo libre con dos fuerzas iguales colineales pero opuestas en sus puntos de aplicación. (Vea la sección 5.4). Si reconocemos los elementos de dos fuerzas, podemos evitar la resolución de un número innecesario de ecuaciones de equilibrio.
- Las fuerzas comunes a dos elementos cualesquiera en *contacto* actúan con magnitudes iguales pero con sentidos opuestos sobre los elementos respectivos. Si los dos elementos se tratan como un *"sistema" de elementos conectados*, entonces esas fuerzas son *"internas"* y *no se muestran* en el *diagrama de cuerpo libre del sistema*; sin embargo, si se traza el diagrama de cuerpo libre de *cada elemento*, las fuerzas son *"externas"* y *deben* mostrarse en cada uno de los diagramas de cuerpo libre.

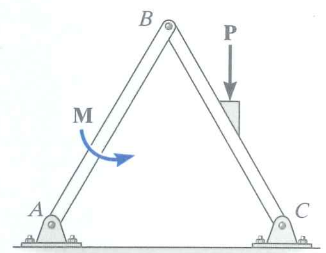


Algunas herramientas comunes, como estas pinzas, actúan como máquinas simples. Aquí, la fuerza aplicada sobre los mangos crea una fuerza más grande en las quijadas.

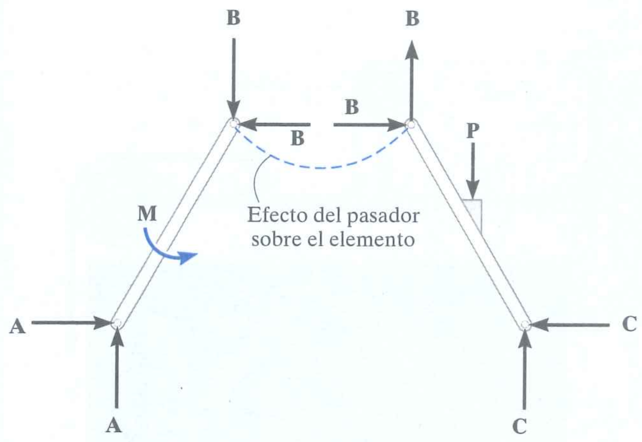
Los siguientes ejemplos ilustran gráficamente la manera de trazar los diagramas de cuerpo libre de un bastidor o de una máquina desmembrados. En todos los casos se ignora el peso de los elementos.

EJEMPLO 6.9

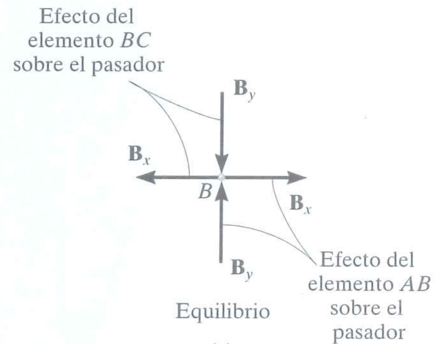
Para el bastidor de la figura 6-21*a*, trace el diagrama de cuerpo libre de (*a*) cada elemento, (*b*) el pasador situado en B, y (*c*) los dos elementos conectados entre sí.



(a)



(b)



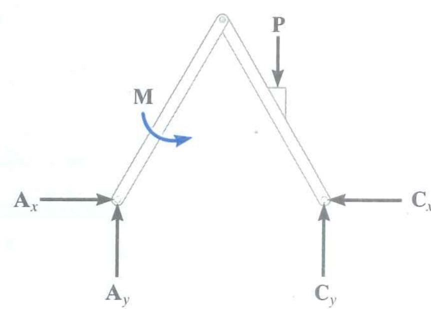
(c)

SOLUCIÓN

Parte (a). Por inspección, los elementos BA y BC *no* son elementos de dos fuerzas. En vez de eso, como se muestra en los diagramas de cuerpo libre, figura 6-21*b*, el elemento BC está sometido a una fuerza desde los pasadores en B y C y a la fuerza externa $\mathbf{P}$. De la misma manera, AB está sometido a las fuerzas resultantes desde los pasadores en A y B y al momento de par externo $\mathbf{M}$. Las fuerzas de pasador están representadas por sus componentes x y y.

Parte (b). El pasador en B está sometido a sólo *dos fuerzas*, es decir, a la fuerza del elemento BC y a la del elemento AB. Por *equilibrio*, estas fuerzas o sus respectivas componentes deben ser iguales pero opuestas, figura 6-21*c*. Observe atentamente cómo se aplica la tercera ley de Newton entre el pasador y sus elementos conectados, es decir, el efecto del pasador sobre los dos elementos, figura 6-21*b*, y el efecto igual pero opuesto de los dos elementos sobre el pasador, figura 6-21*c*.

Parte (c). El diagrama de cuerpo libre de los dos elementos conectados entre sí, pero retirados de los pasadores de soporte en A y C, se muestra en la figura 6-21*d*. Las componentes de fuerza $\mathbf{B}_x$ y $\mathbf{B}_y$ *no se muestran* en este diagrama ya que son fuerzas *internas* (figura 6-21*b*), y por lo tanto se cancelan. Además, para ser consistentes cuando apliquemos las ecuaciones de equilibrio, las componentes desconocidas de fuerza en A y C deben actuar en el *mismo sentido* que las de la figura 6-21*b*.

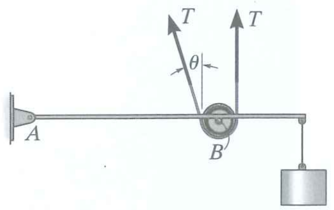


(d)

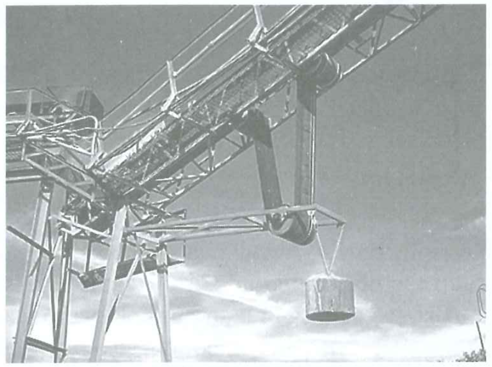
Fig. 6-21

EJEMPLO 6.10

En la banda transportadora se mantiene una tensión constante con el dispositivo que se muestra en la figura 6-22*a*. Trace los diagramas de cuerpo libre del bastidor y del cilindro que rodea la banda. El bloque suspendido tiene un peso de W.

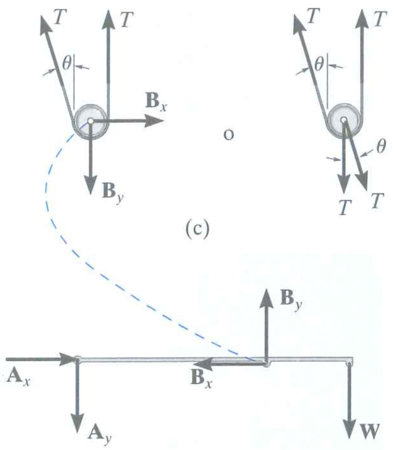


(b)



(a)

Fig. 6-22



(c)

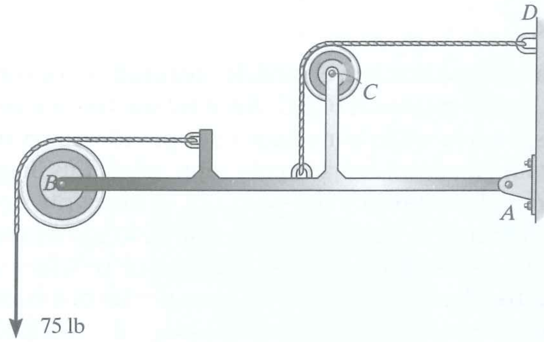
(d)

SOLUCIÓN

El modelo idealizado del dispositivo se muestra en la figura 6-22*b*. Aquí se supone que el ángulo θ es conocido. A partir de este modelo, los diagramas de cuerpo libre del bastidor y del cilindro se muestran en las figuras 6-22*c* y 6-22*d*, respectivamente. Observe que la fuerza que ejerce el pasador situado en B sobre el cilindro puede representarse por cualquiera de sus componentes horizontal y vertical $\mathbf{B}_x$ y $\mathbf{B}_y$, las cuales pueden determinarse mediante las ecuaciones de equilibrio de fuerzas aplicadas al cilindro, o por las dos componentes T, que proporcionan momentos de par iguales pero opuestos sobre el cilindro e impiden así que gire. Además observe que una vez determinadas las reacciones del pasador en A, la mitad de sus valores actúan a cada lado del bastidor ya que se tienen conexiones de pasador en cada lado, figura 6-22*a*.

EJEMPLO 6.11

Para el bastidor que se muestra en la figura 6-23*a*, trace los diagramas de cuerpo libre de (*a*) todo el bastidor, incluyendo poleas y cuerdas, (*b*) el bastidor sin poleas ni cuerdas y (*c*) cada una de las poleas.



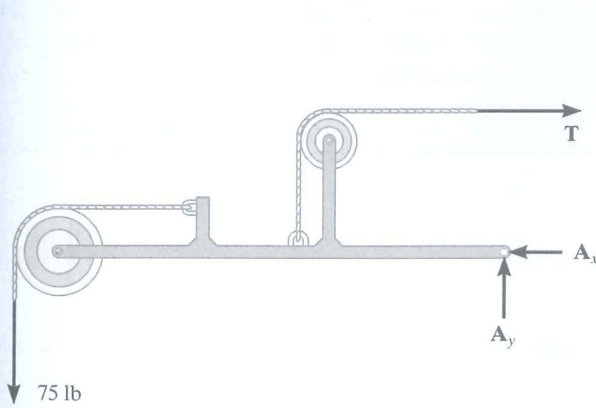
(a)

SOLUCIÓN

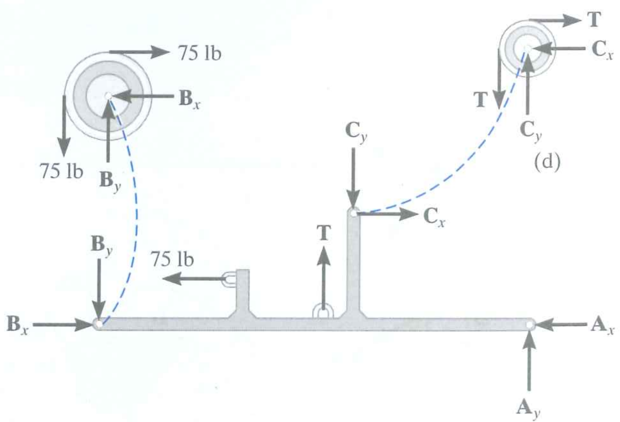
Parte (a). Cuando se considera todo el bastidor, incluidas las poleas y las cuerdas, las interacciones en los puntos donde poleas y cuerdas están conectadas al bastidor se vuelven pares de fuerzas *internas* que se cancelan entre sí, y por tanto no se muestran sobre el diagrama de cuerpo libre, figura 6-23*b*.

Parte (b). Cuando se retiren las cuerdas y las poleas, deben mostrarse sus efectos *sobre el bastidor*, figura 6-23*c*.

Parte (c). Las componentes de fuerza $\mathbf{B}_x$, $\mathbf{B}_y$, $\mathbf{C}_x$, $\mathbf{C}_y$ de los pasadores sobre las poleas, figura 6-23*d*, son iguales pero opuestas a las componentes de fuerza ejercidas por los pasadores sobre el bastidor, figura 6-23*c*. ¿Por qué?



(b)



(c)

Fig. 6-23

EJEMPLO 6.12

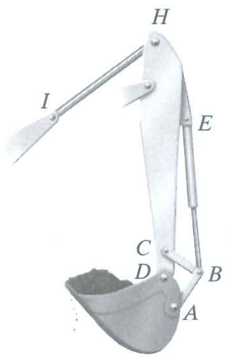
(a)

Fig. 6-24

Trace los diagramas de cuerpo libre del cucharón y del pescante vertical de la retroexcavadora que se muestra en la fotografía, figura 6-24*a*. El cucharón y su contenido tienen un peso *W*. Ignore el peso de los elementos.

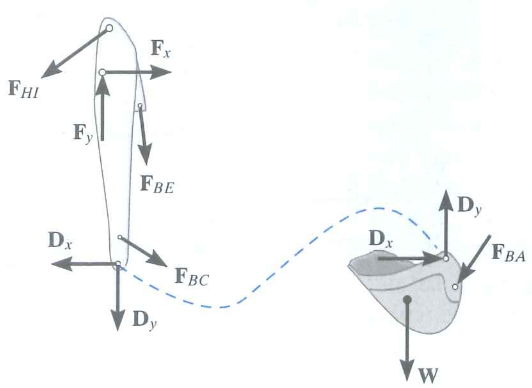
SOLUCIÓN

En la figura 6-24*b* se muestra el modelo idealizado del ensamble. Por inspección, los elementos *AB*, *BC*, *BE* y *HI* son todos elementos de dos fuerzas, ya que están conectados por pasadores en sus puntos extremos y ninguna otra fuerza actúa sobre ellos. Los diagramas de cuerpo libre del cucharón y del pescante se muestran en la figura 6-24*c*. Observe que el pasador *C* está sometido a sólo dos fuerzas, mientras que el pasador en *B* está sometido a tres fuerzas, figura 6-24*d*. Estas tres fuerzas están relacionadas por las dos ecuaciones de equilibrio de fuerzas aplicadas a cada pasador. En la figura 6-24*e* se muestra el diagrama de cuerpo libre de todo el ensamble.

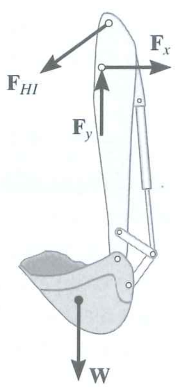


(b)

(d)



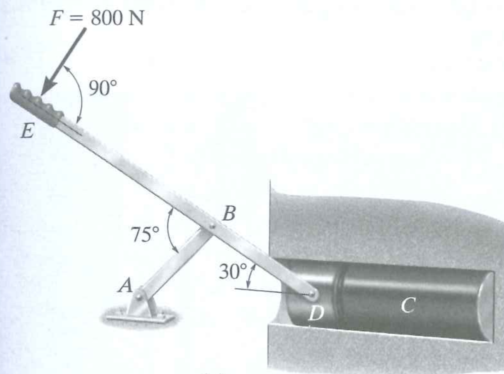
(c)



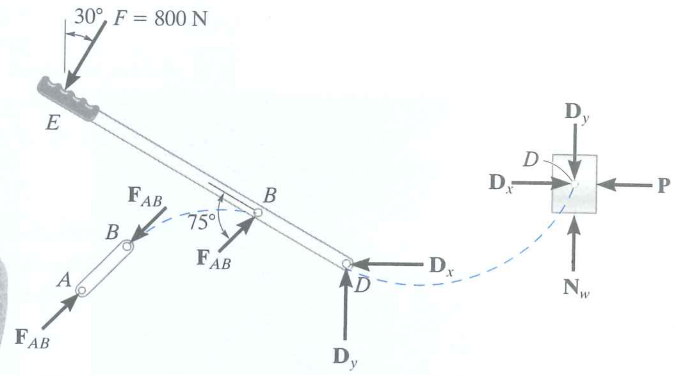
(e)

EJEMPLO 6.13

Trace el diagrama de cuerpo libre de cada parte del mecanismo de pistón liso y eslabón que se utiliza para aplastar latas recicladas, el cual se muestra en la figura 6-25*a*.



(a)



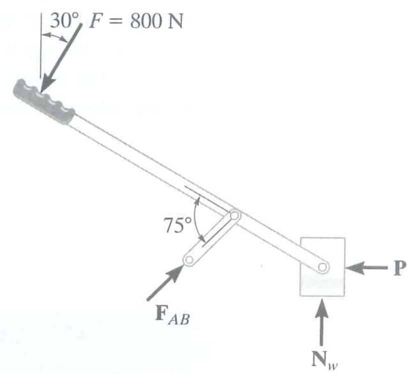
(b)

Fig. 6-25

SOLUCIÓN

Por inspección, el elemento *AB* es un elemento de dos fuerzas. Los diagramas de cuerpo libre de las partes se muestran en la figura 6-25*b*. Como los pasadores en *B* y *D conectan sólo dos partes entre sí*, las fuerzas se muestran como iguales pero opuestas en los diagramas de cuerpo libre separados de sus elementos conectados. En particular, sobre el pistón actúan cuatro componentes de fuerza: $\mathbf{D}_x$ y $\mathbf{D}_y$ representan el efecto del pasador (o palanca *EBD*), $\mathbf{N}_w$ es la *fuerza resultante* del soporte y **P** es la fuerza resultante de compresión causada por la lata *C*.

NOTA: en la figura 6-25*c* se muestra un diagrama de cuerpo libre de todo el ensamble. Aquí las fuerzas entre las componentes son internas y no se muestran en el diagrama de cuerpo libre.

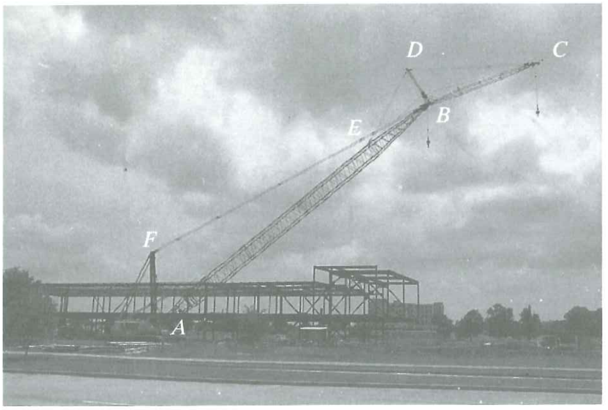


(c)

Antes de seguir adelante, se recomienda cubrir las soluciones de los ejemplos previos y tratar de trazar los diagramas de cuerpo libre requeridos. Cuando lo haga, asegúrese de que el trabajo sea ordenado, y que todas las fuerzas y momentos de par estén marcados apropiadamente. Al terminar establezca un desafío para resolver los siguientes cuatro problemas.

PROBLEMAS CONCEPTUALES

P6-1. Trace los diagramas de cuerpo libre de cada uno de los segmentos *AB*, *BC* y *BD* de la pluma de la grúa. Sólo son significativos los pesos de *AB* y *BC*. Suponga que *A* y *B* son pasadores.



P6-1

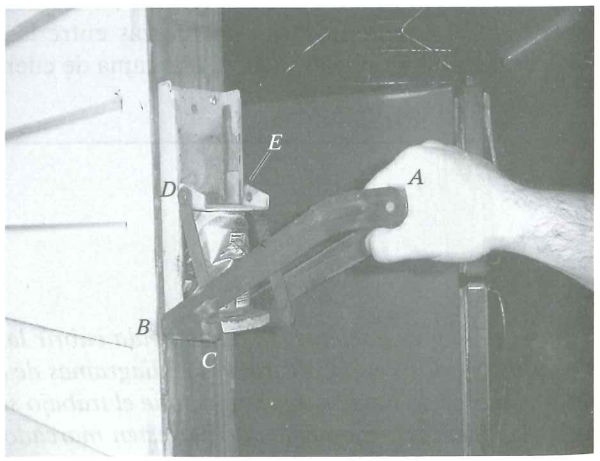
P6-2. Trace los diagramas de cuerpo libre del pescante *ABCD* y del brazo *EDFGH* de la retroexcavadora. Los pesos de estos dos elementos son significativos. Ignore los pesos de todos los demás elementos y suponga que todos los puntos de conexión indicados son pasadores.

P6-2

P6-3. Trace los diagramas de cuerpo libre del pescante *ABCDF* y del brazo *FGH* del receptáculo levadizo. Desprecie los pesos de los elementos. El receptáculo pesa *W*. Los elementos de dos fuerzas son *BI*, *CE*, *DE* y *GE*. Suponga que todos los puntos de conexión indicados son pasadores.

P6-3

P6-4. Para operar el aplastador de latas es necesario empujar hacia abajo el brazo de palanca *ABC*, el cual gira alrededor del pasador fijo en *B*. Esto mueve los eslabones laterales *CD* hacia abajo, lo que ocasiona que la placa guía *E* también se mueva hacia abajo, y por lo tanto aplaste la lata. Trace los diagramas de cuerpo libre de la palanca, el eslabón lateral y la placa guía. Establezca algunas cifras razonables y haga un análisis de equilibrio para mostrar cuánto se magnifica una fuerza vertical aplicada en el mango al transmitirla a la lata. Suponga que todos los puntos de conexión son pasadores y que las guías para la placa son lisas.



P6-4

Procedimiento para el análisis

Las reacciones en las uniones de bastidores o máquinas (estructuras) compuestos de elementos de varias fuerzas pueden determinarse por el siguiente procedimiento.

Diagrama de cuerpo libre.

- Trace el diagrama de cuerpo libre de todo el bastidor o toda la máquina, de una porción de éste o ésta, o de cada uno de sus elementos. La selección debe hacerse para que conduzca a la solución más directa del problema.
- Cuando se traza el diagrama de cuerpo libre de un grupo de elementos de una estructura, las fuerzas entre las partes conectadas de este grupo son fuerzas internas y no se muestran en el diagrama de cuerpo libre del grupo.
- Las fuerzas comunes a dos miembros que están en contacto actúan con igual magnitud pero con sentido opuesto en los respectivos diagramas de cuerpo libre de los elementos.
- Los elementos de dos fuerzas, sin importar su forma, tienen fuerzas iguales pero opuestas que actúan colinealmente en los extremos del elemento.
- En muchos casos es posible decir por inspección el sentido apropiado de las fuerzas desconocidas que actúan sobre un elemento; sin embargo, si esto parece difícil de lograr, el sentido se puede suponer.
- Recuerde que un momento de par es un vector libre y puede actuar en cualquier punto en el diagrama de cuerpo libre. Además, una fuerza es un vector deslizante y puede actuar en cualquier punto a lo largo de su línea de acción.

Ecuaciones de equilibrio.

- Cuente el número de incógnitas y compárelo con el número total de ecuaciones de equilibrio disponibles. En dos dimensiones, hay tres ecuaciones de equilibrio que pueden escribirse para cada elemento.
- Sume momentos con respecto a un punto que se encuentre en la intersección de las líneas de acción de tantas fuerzas desconocidas como sea posible.
- Si se encuentra que la solución de la magnitud de una fuerza o momento de par es negativa, esto significa que el sentido de la fuerza es inverso del que se muestra en los diagramas de cuerpo libre.

6

EJEMPLO 6.14

Determine las componentes de fuerza horizontal y vertical que el pasador ubicado en C ejerce sobre el elemento BC del bastidor de la figura 6-26a.

SOLUCIÓN I

Diagramas de cuerpo libre. Por inspección puede verse que AB es un elemento de dos fuerzas. Los diagramas de cuerpo libre se muestran en la figura 6-26b.

Ecuaciones de equilibrio. Las *tres incógnitas* pueden determinarse aplicando las tres ecuaciones de equilibrio al elemento CB.

$$\circlearrowleft + \Sigma M_C = 0;\ 2000\text{ N}(2\text{ m}) - (F_{AB}\text{ sen }60^\circ)(4\text{ m}) = 0\quad F_{AB} = 1154.7\text{ N}$$

$$\xrightarrow{+} \Sigma F_x = 0;\ 1154.7\cos 60^\circ\text{ N} - C_x = 0 \qquad C_x = 577\text{ N} \qquad \textit{Resp.}$$

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0;\ 1154.7\text{ sen }60^\circ\text{ N} - 2000\text{ N} + C_y = 0 \quad C_y = 1000\text{ N} \quad \textit{Resp.}$$

SOLUCIÓN II

Diagramas de cuerpo libre. Si no se reconoce que AB es un elemento de dos fuerzas, entonces la resolución de este problema implica más trabajo. Los diagramas de cuerpo libre se muestran en la figura 6-26c.

Ecuaciones de equilibrio. Las *seis incógnitas* se determinan al aplicar las tres ecuaciones de equilibrio a cada uno de los elementos.

Elemento AB

$$\circlearrowleft + \Sigma M_A = 0;\quad B_x(3\text{ sen }60^\circ\text{ m}) - B_y(3\cos 60^\circ\text{ m}) = 0 \qquad (1)$$

$$\xrightarrow{+} \Sigma F_x = 0;\quad A_x - B_x = 0 \qquad (2)$$

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0;\quad A_y - B_y = 0 \qquad (3)$$

Elemento BC

$$\circlearrowleft + \Sigma M_C = 0;\quad 2000\text{ N}(2\text{ m}) - B_y(4\text{ m}) = 0 \qquad (4)$$

$$\xrightarrow{+} \Sigma F_x = 0;\quad B_x - C_x = 0 \qquad (5)$$

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0;\quad B_y - 2000\text{ N} + C_y = 0 \qquad (6)$$

Los resultados para C_x y C_y pueden determinarse al resolver estas ecuaciones en la secuencia siguiente: 4, 1, 5, y luego 6. Los resultados son

$$B_y = 1000\text{ N}$$

$$B_x = 577\text{ N}$$

$$C_x = 577\text{ N} \qquad \textit{Resp.}$$

$$C_y = 1000\text{ N} \qquad \textit{Resp.}$$

Por comparación, la solución I es la más sencilla puesto que el requisito de que en la figura 6-26b F_{AB} sea igual, opuesta y colineal en los extremos del elemento AB, automáticamente satisface las ecuaciones 1, 2 y 3 anteriores, y por lo tanto elimina la necesidad de escribir esas ecuaciones. *En consecuencia, ahorre algún tiempo y esfuerzo al identificar siempre los elementos de dos fuerzas antes de comenzar el análisis.*

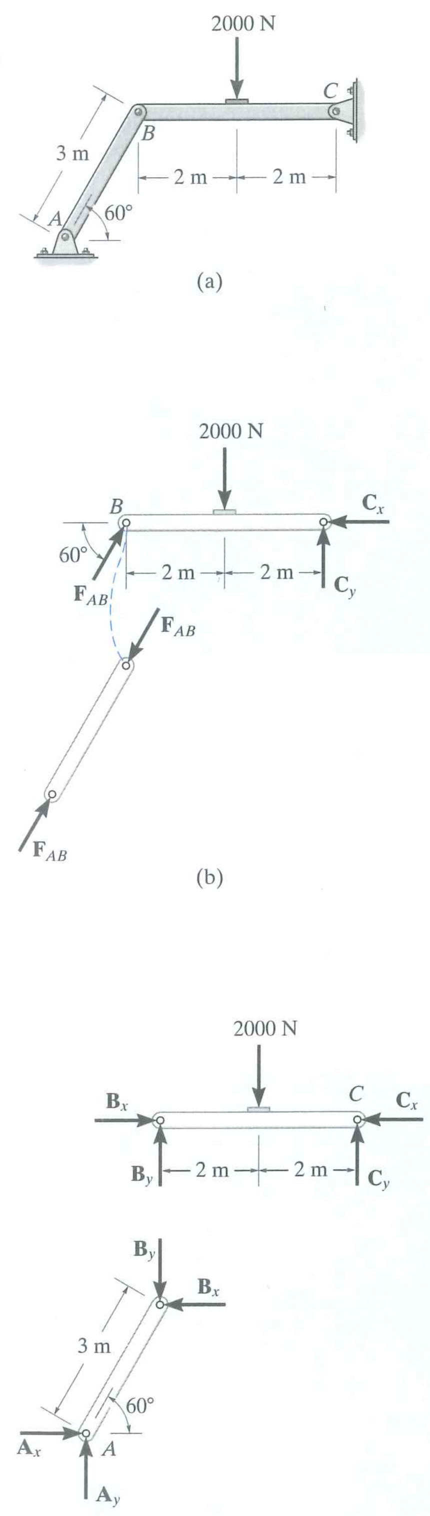


Fig. 6-26

EJEMPLO 6.15

La viga compuesta que se muestra en la figura 6-27a está conectada mediante un pasador en B. Determine las componentes de la reacción en sus soportes. Pase por alto su peso y espesor.

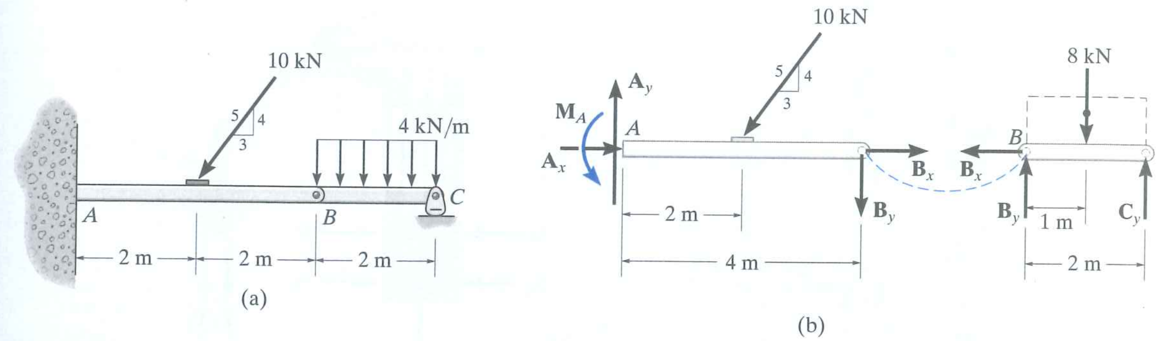


Fig. 6-27

SOLUCIÓN

Diagramas de cuerpo libre. Por inspección, si consideramos un diagrama de cuerpo libre de *toda la viga ABC*, habrá tres reacciones desconocidas en A y una en C. Esas cuatro incógnitas no pueden obtenerse con las tres ecuaciones de equilibrio, por lo que será necesario desmembrar la viga en sus dos segmentos, como se muestra en la figura 6-27b.

Ecuaciones de equilibrio. Las seis incógnitas se determinan de la siguiente manera:

Segmento BC

$$\xrightarrow{+} \Sigma F_x = 0; \qquad B_x = 0$$

$$\circlearrowleft + \Sigma M_B = 0; \qquad -8\text{ kN}(1\text{ m}) + C_y(2\text{ m}) = 0$$

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \qquad B_y - 8\text{ kN} + C_y = 0$$

Segmento AB

$$\xrightarrow{+} \Sigma F_x = 0; \qquad A_x - (10\text{ kN})\left(\tfrac{3}{5}\right) + B_x = 0$$

$$\circlearrowleft + \Sigma M_A = 0; \qquad M_A - (10\text{ kN})\left(\tfrac{4}{5}\right)(2\text{ m}) - B_y(4\text{ m}) = 0$$

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \qquad A_y - (10\text{ kN})\left(\tfrac{4}{5}\right) - B_y = 0$$

Al resolver sucesivamente cada una de estas ecuaciones, con resultados calculados anteriormente, obtenemos

$$A_x = 6\text{ kN} \qquad A_y = 12\text{ kN} \qquad M_A = 32\text{ kN}\cdot\text{m} \qquad \textit{Resp.}$$

$$B_x = 0 \qquad B_y = 4\text{ kN}$$

$$C_y = 4\text{ kN} \qquad \textit{Resp.}$$

6

EJEMPLO 6.16

El carro elevador de 500 kg de la figura 6-28*a* se eleva mediante el motor *A* por el sistema de poleas que se muestra. Si el carro viaja con una velocidad constante, determine la fuerza desarrollada en los dos cables. Ignore la masa del cable y las poleas.

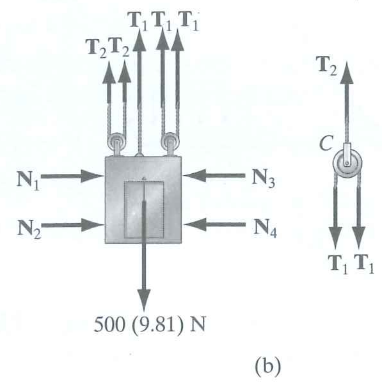


Fig. 6-28

SOLUCIÓN

Diagrama de cuerpo libre. Podemos resolver este problema mediante los diagramas de cuerpo libre del carro elevador y la polea *C*, figura 6-28*b*. Las fuerzas de tensión desarrolladas en los cables se denotan como T_1 y T_2.

Ecuaciones de equilibrio. Para la polea *C*,

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \qquad T_2 - 2T_1 = 0 \quad \text{o} \quad T_2 = 2T_1 \qquad (1)$$

Para el carro elevador,

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \qquad 3T_1 + 2T_2 - 500(9.81)\text{ N} = 0 \qquad (2)$$

Al sustituir la ecuación (1) en la ecuación (2) se obtiene

$$3T_1 + 2(2T_1) - 500(9.81)\text{ N} = 0$$

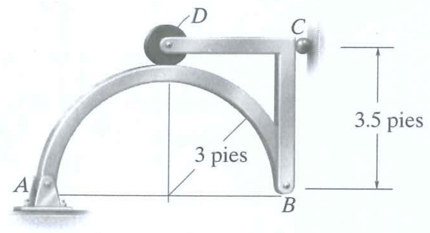
$$T_1 = 700.71\text{ N} = 701\text{ N} \qquad \textit{Resp.}$$

Al sustituir este resultado en la ecuación (1),

$$T_2 = 2(700.71)\text{ N} = 1401\text{ N} = 1.40\text{ kN} \qquad \textit{Resp.}$$

EJEMPLO 6.17

El disco liso mostrado en la figura 6-29*a* está articulado en *D* y tiene un peso de 20 lb. Ignore los pesos de los otros elementos, determine las componentes de reacción horizontal y vertical en los pasadores *B* y *D*.



(a)

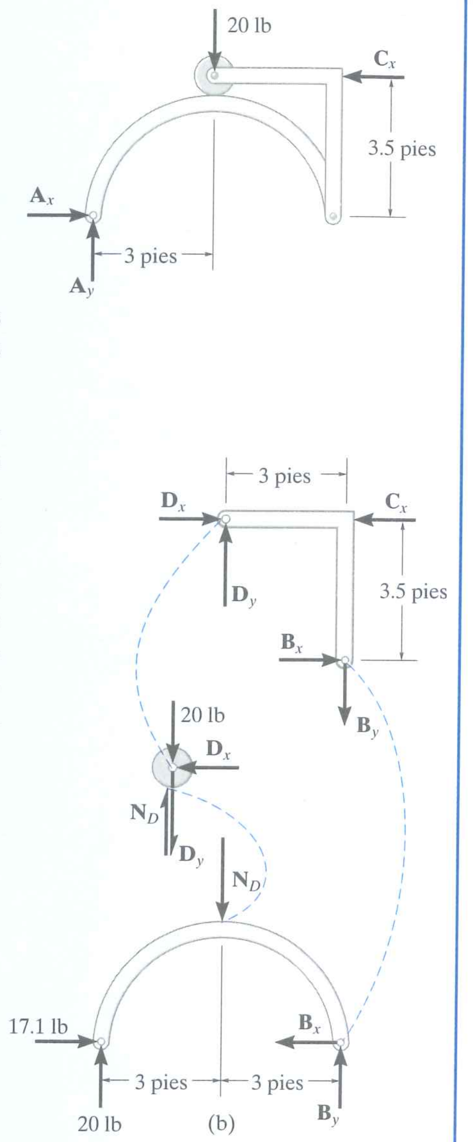


Fig. 6-29

SOLUCIÓN

Diagramas de cuerpo libre. En la figura 6-29*b* se muestran los diagramas de cuerpo libre de todo el bastidor y cada uno de sus elementos.

Ecuaciones de equilibrio. Por supuesto, las ocho incógnitas pueden obtenerse si se aplican las ocho ecuaciones de equilibrio a cada elemento, tres al elemento *AB*, tres al elemento *BCD*, y dos al disco. (El equilibrio por momento se satisface de manera automática para el disco). Sin embargo, si se hace esto, todos los resultados pueden obtenerse sólo a partir de una solución simultánea de algunas de las ecuaciones. (Inténtelo y encuéntrelos). Para evitar esta situación, es mejor determinar primero las tres reacciones en los soportes sobre el bastidor *completo*; luego, con esos resultados, pueden aplicarse las cinco ecuaciones de equilibrio restantes a otras dos partes para despejar sucesivamente las demás incógnitas.

Bastidor completo

$$\circlearrowleft +\Sigma M_A = 0; \quad -20\text{ lb }(3\text{ pies}) + C_x(3.5\text{ pies}) = 0 \quad C_x = 17.1\text{ lb}$$

$$\xrightarrow{+} \Sigma F_x = 0; \quad A_x - 17.1\text{ lb} = 0 \quad A_x = 17.1\text{ lb}$$

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \quad A_y - 20\text{ lb} = 0 \quad A_y = 20\text{ lb}$$

Elemento AB

$$\xrightarrow{+} \Sigma F_x = 0; \quad 17.1\text{ lb} - B_x = 0 \quad B_x = 17.1\text{ lb} \quad \textit{Resp.}$$

$$\circlearrowleft +\Sigma M_B = 0; \quad -20\text{ lb }(6\text{ pies}) + N_D(3\text{ pies}) = 0 \quad N_D = 40\text{ lb}$$

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \quad 20\text{ lb} - 40\text{ lb} + B_y = 0 \quad B_y = 20\text{ lb} \quad \textit{Resp.}$$

Disco

$$\xrightarrow{+} \Sigma F_x = 0; \quad D_x = 0$$

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \quad 40\text{ lb} - 20\text{ lb} - D_y = 0 \quad D_y = 20\text{ lb} \quad \textit{Resp.}$$

EJEMPLO 6.18

Determine la tensión en los cables y la fuerza **P** requerida para soportar la fuerza de 600 N al usar el sistema de poleas sin fricción que se muestra en la figura 6-30*a*.

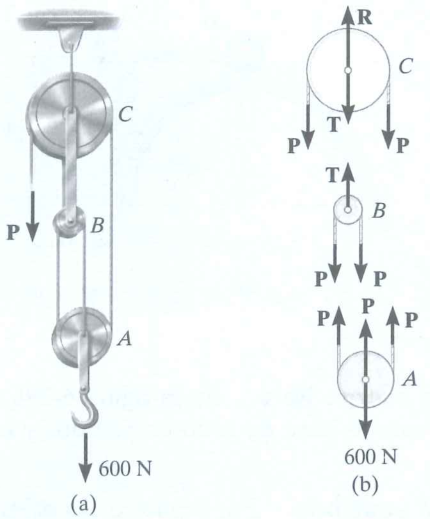


Fig. 6-30

SOLUCIÓN

Diagrama de cuerpo libre. En la figura 6-30*b* se muestra un diagrama de cuerpo libre de cada polea *incluido* su pasador y una porción del cable en contacto. Como el cable es *continuo* tiene una *tensión constante* P que actúa en toda su longitud. El eslabón de conexión entre las poleas B y C es un elemento de dos fuerzas, y por tanto, tiene una tensión T desconocida que actúa sobre él. Observe que el *principio de acción igual, pero de reacción opuesta* debe cumplirse cuidadosamente para las fuerzas **P** y **T** cuando se trazan los diagramas de cuerpo libre *por separado*.

Ecuaciones de equilibrio. Las tres incógnitas se obtienen de la manera siguiente:

Polea A

$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \qquad 3P - 600\text{ N} = 0 \qquad P = 200\text{ N}$ ***Resp.***

Polea B

$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \qquad T - 2P = 0 \qquad T = 400\text{ N}$ ***Resp.***

Polea C

$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \qquad R - 2P - T = 0 \qquad R = 800\text{ N}$ ***Resp.***

EJEMPLO 6.19

Los dos tablones de la figura 6-31*a* están conectados entre sí mediante el cable BC y un espaciador liso DE. Determine las reacciones en los soportes lisos A y F; además, encuentre la fuerza desarrollada en el cable y en el espaciador.

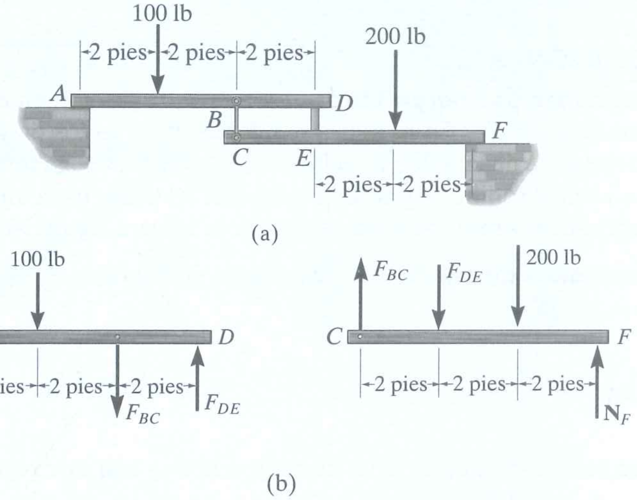


Fig. 6-31

SOLUCIÓN

Diagramas de cuerpo libre. En la figura 6-31*b* se muestra el diagrama de cuerpo libre de cada tablón. Es importante aplicar la tercera ley de Newton a las fuerzas de interacción como se muestra.

Ecuaciones de equilibrio. Para el tablón AD,

$$\circlearrowleft + \Sigma M_A = 0; \quad F_{DE}(6\text{ pies}) - F_{BC}(4\text{ pies}) - 100\text{ lb }(2\text{ pies}) = 0$$

Para el tablón CF,

$$\circlearrowleft + \Sigma M_F = 0; \quad F_{DE}(4\text{ pies}) - F_{BC}(6\text{ pies}) + 200\text{ lb }(2\text{ pies}) = 0$$

Al resolver simultáneamente,

$F_{DE} = 140\text{ lb} \quad F_{BC} = 160\text{ lb}$ ***Resp.***

Con estos resultados para el tablón AD,

$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \quad N_A + 140\text{ lb} - 160\text{ lb} - 100\text{ lb} = 0$

$N_A = 120\text{ lb}$ ***Resp.***

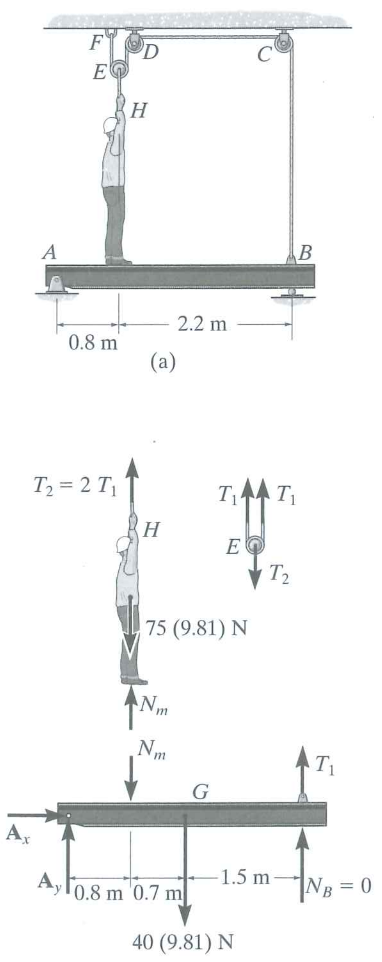
Y para el tablón CF,

$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \quad N_F + 160\text{ lb} - 140\text{ lb} - 200\text{ lb} = 0$

$N_F = 180\text{ lb}$ ***Resp.***

6

EJEMPLO 6.20



(a) (b) (c)

Fig. 6-32

El hombre de 75 kg que se muestra en la figura 6-32*a* intenta levantar una viga uniforme desde el soporte de rodillo en B. Determine la tensión desarrollada en el cable unido a B y la reacción normal del hombre sobre la viga cuando esto está a punto de ocurrir.

SOLUCIÓN

Diagramas de cuerpo libre. La fuerza de tensión en el cable se denotará con T_1. En la figura 6-32*b* se muestran los diagramas de cuerpo libre de la polea E, el hombre y la viga. La viga no tiene contacto con el rodillo B, por lo que $N_B = 0$. Al trazar cada uno de estos diagramas, es muy importante aplicar la tercera ley de Newton.

Ecuaciones de equilibrio. Mediante el diagrama de cuerpo libre de la polea E,

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \qquad 2T_1 - T_2 = 0 \quad \text{o} \quad T_2 = 2T_1 \qquad (1)$$

Con referencia al diagrama de cuerpo libre y con este resultado,

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \qquad N_m + 2T_1 - 75(9.81)\text{ N} = 0 \qquad (2)$$

Con la suma de momentos con respecto al punto A sobre la viga,

$$\circlearrowleft + \Sigma M_A = 0; \; T_1(3\text{ m}) - N_m(0.8\text{ m}) - [40(9.81)\text{ N}](1.5\text{ m}) = 0 \quad (3)$$

Al resolver simultáneamente las ecuaciones 2 y 3 para T_1 y N_m, y después con la ecuación (1) para T_2, obtenemos

$$T_1 = 256\text{ N} \qquad N_m = 224\text{ N} \qquad T_2 = 512\text{ N} \qquad \textit{Resp.}$$

SOLUCIÓN II

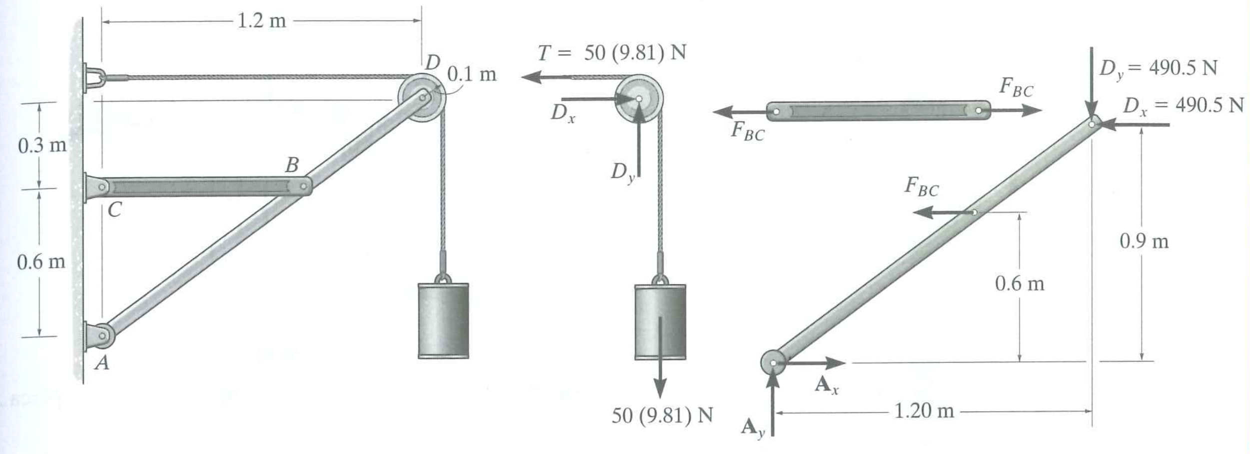
Puede obtenerse una solución directa para T_1 si se consideran la viga, el hombre y la polea E como un *solo sistema*. En la figura 6-32*c* se muestra el diagrama de cuerpo libre. Así,

$$\circlearrowleft + \Sigma M_A = 0; \; 2T_1(0.8\text{ m}) - [75(9.81)\text{ N}](0.8\text{ m})$$
$$- [40(9.81)\text{ N}](1.5\text{ m}) + T_1(3\text{ m}) = 0$$
$$T_1 = 256\text{ N} \qquad \textit{Resp.}$$

Con este resultado pueden usarse las ecuaciones 1 y 2 para encontrar N_m y T_2.

EJEMPLO 6.21

El bastidor de la figura 6-33*a* soporta el cilindro de 50 kg. Determine las componentes horizontal y vertical de la reacción en A y la fuerza en C.



(a) (b)

Fig. 6-33

SOLUCIÓN

Diagramas de cuerpo libre. En la figura 6-33*b* se muestra el diagrama de cuerpo libre de la polea D, junto con el cilindro y una porción de la cuerda (un sistema). El elemento BC es un elemento de dos fuerzas, como lo indica su diagrama de cuerpo libre. También se muestra el diagrama de cuerpo libre del elemento ABD.

Ecuaciones de equilibrio. Comenzaremos por analizar el equilibrio de la polea. La ecuación de equilibrio de momentos se satisface de manera automática con $T = 50(9.81)$ N por lo que

$$\xrightarrow{+} \Sigma F_x = 0; \qquad D_x - 50(9.81)\text{ N} = 0 \quad D_x = 490.5\text{ N}$$
$$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \qquad D_y - 50(9.81)\text{ N} = 0 \quad D_y = 490.5\text{ N} \qquad \textit{Resp.}$$

Con estos resultados, F_{BC} puede determinarse al sumar momentos con respecto al punto A del elemento ABD.

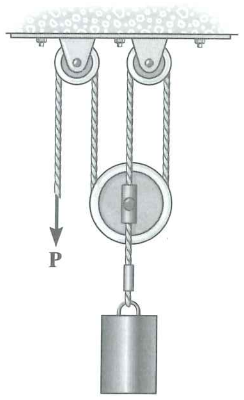
$$\circlearrowleft + \Sigma M_A = 0; \; F_{BC}\,(0.6\text{ m}) + 490.5\text{ N}(0.9\text{ m}) - 490.5\text{ N}(1.20\text{ m}) = 0$$
$$F_{BC} = 245.25\text{ N} \qquad \textit{Resp.}$$

Ahora, A_x y A_y pueden determinarse mediante la sumatoria de fuerzas.

$$\xrightarrow{+} \Sigma F_x = 0; \; A_x - 245.25\text{ N} - 490.5\text{ N} = 0 \quad A_x = 736\text{ N} \qquad \textit{Resp.}$$
$$+\uparrow \Sigma F_y = 0; \qquad A_y - 490.5\text{ N} = 0 \quad A_y = 490.5\text{ N} \qquad \textit{Resp.}$$

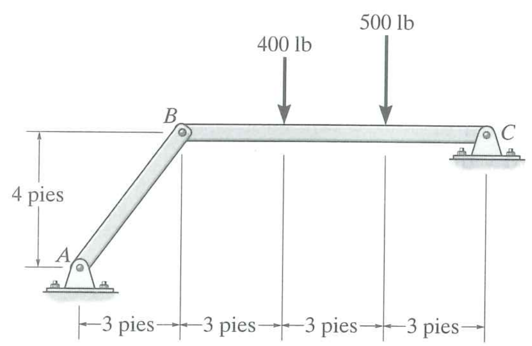
PROBLEMAS FUNDAMENTALES

F6-13. Determine la fuerza P necesaria para mantener en equilibrio el peso de 60 lb.



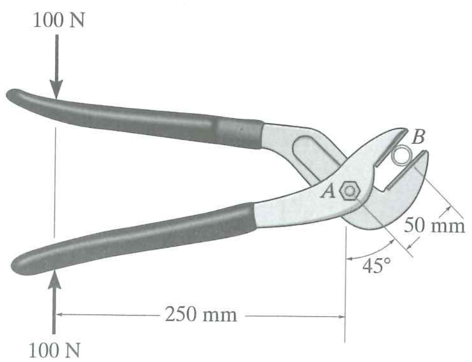
F6-13

F6-14. Determine las componentes horizontal y vertical de la reacción en el pasador C.



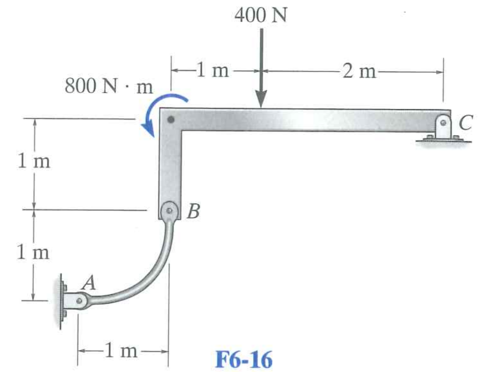
F6-14

F6-15. Si una fuerza de 100 N se aplica a los mangos de las pinzas, determine la fuerza de apriete ejercida sobre el tubo liso B y la magnitud de la fuerza resultante en el pasador A.



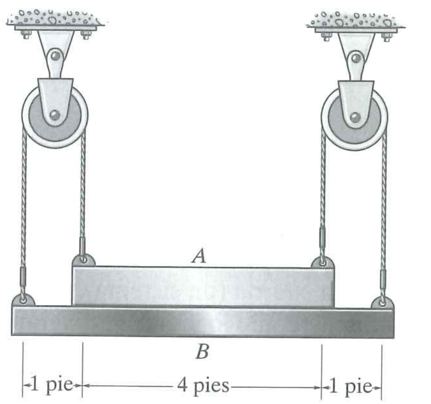
F6-15

F6-16. Determine las componentes horizontal y vertical de reacción en el pasador C.



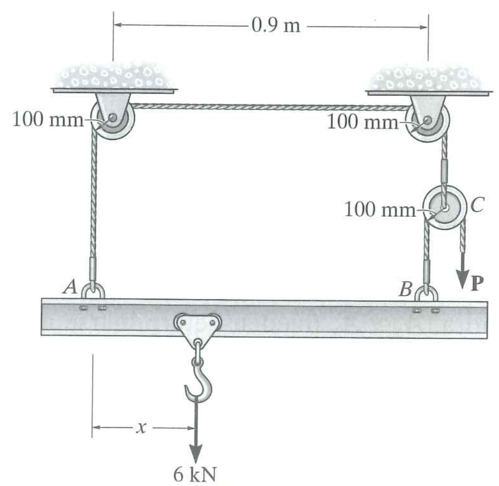
F6-16

F6-17. Determine la fuerza normal que ejerce la placa A de 100 lb sobre la placa B de 30 lb.



F6-17

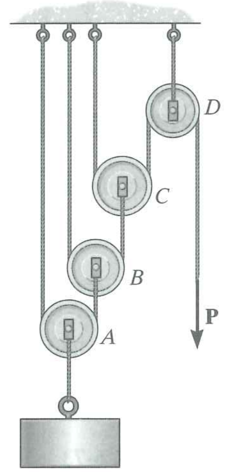
F6-18. Determine la fuerza P necesaria para elevar la carga. También determine la colocación x del gancho que sea adecuada para lograr el equilibrio. Ignore el peso de la viga.



F6-18

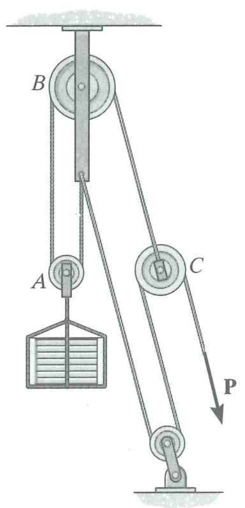
PROBLEMAS

6-67. Determine la fuerza **P** requerida para mantener en equilibrio el peso de 100 lb.



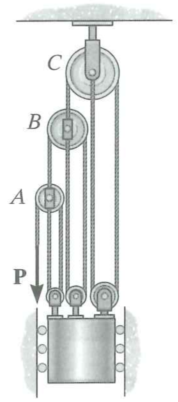
Prob. 6-67

***6-68.** Determine la fuerza **P** requerida para mantener en equilibrio la caja de 150 kg.



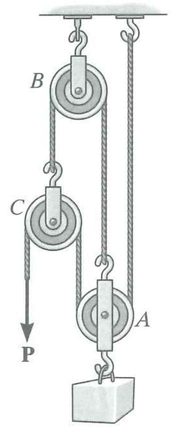
Prob. 6-68

•6-69. Determine la fuerza **P** requerida para mantener en equilibrio la masa de 50 kg.



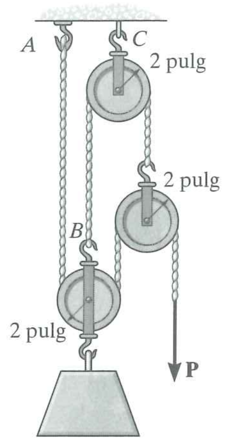
Prob. 6-69

6-70. Determine la fuerza **P** requerida para mantener en equilibrio el bloque de 20 lb.



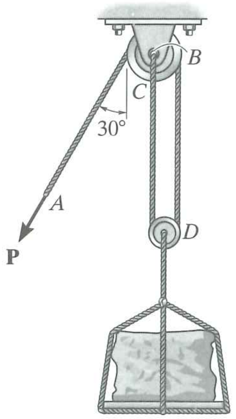
Prob. 6-70

6-71. Determine la fuerza **P** necesaria para soportar el peso de 100 lb. Cada polea tiene un peso de 10 lb. Además, ¿cuáles son las reacciones en la cuerda en A y en B?



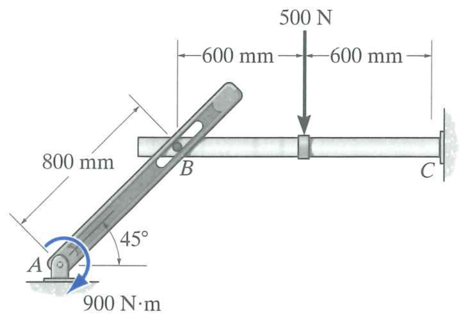
Prob. 6-71

*6-72. El cable y las poleas se usan para elevar la piedra de 600 lb. Determine la fuerza que debe ejercerse sobre el cable en A y la magnitud correspondiente de la fuerza resultante que ejerce la polea en C sobre el pasador B cuando los cables están en la posición mostrada.



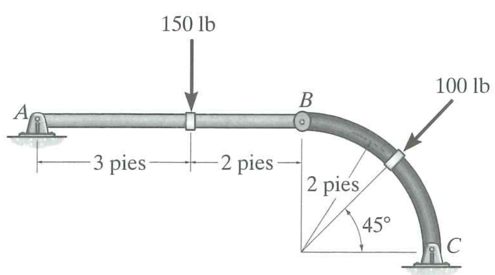
Prob. 6-72

•**6-73.** Si la clavija en B es lisa, determine las componentes de la reacción en el pasador A y el soporte fijo C.



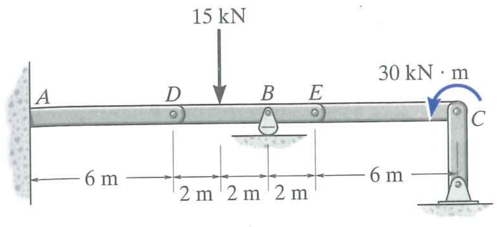
Prob. 6-73

6-74. Determine las componentes horizontal y vertical de las reacciones en los pasadores A y C.



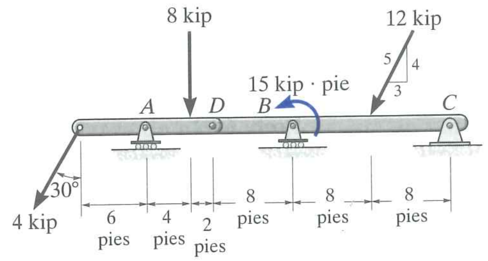
Prob. 6-74

6-75. La viga compuesta está fija en A y soportada mediante soportes mecedora en B y C. Se tienen articulaciones (pasadores) en D y E. Determine las componentes de las reacciones en los soportes.



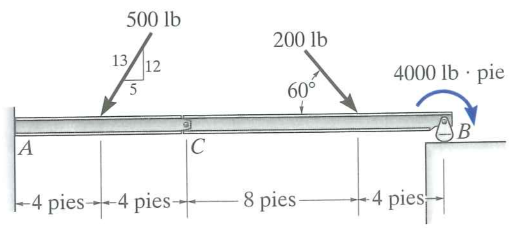
Prob. 6-75

*6-76. La viga compuesta está soportada mediante un pasador en C y por rodillos en A y B. Hay una articulación (pasador) en D. Determine las componentes de reacción en los soportes. Pase por alto el espesor de la viga.



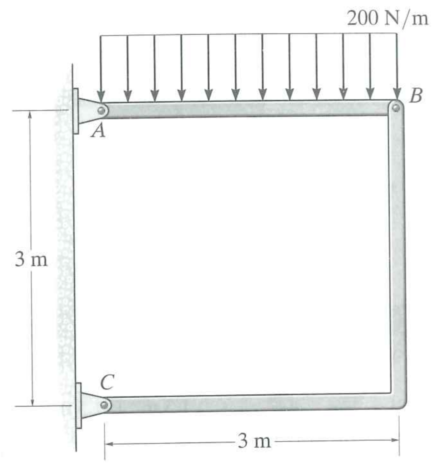
Prob. 6-76

•**6-77.** La viga compuesta está soportada mediante un rodillo en B y se encuentra fija a la pared en A. Si está articulada (con pasador) en C, determine las componentes de reacción en los soportes. No tome en cuenta el espesor de la viga.



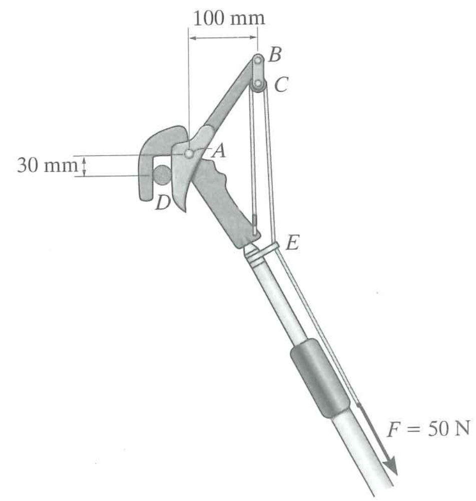
Prob. 6-77

6-78. Determine las componentes horizontal y vertical de la reacción en los pasadores A y C del bastidor de dos elementos.



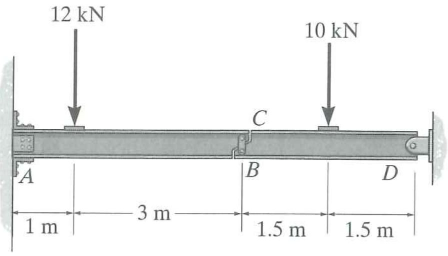
Prob. 6-78

6-79. Si una fuerza de $F = 50$ N actúa sobre la cuerda, determine la fuerza de corte sobre la rama de árbol lisa que se encuentra en D y las componentes de fuerza horizontal y vertical que actúan sobre el pasador A. La cuerda pasa a través de una pequeña polea en C y un anillo liso en E.



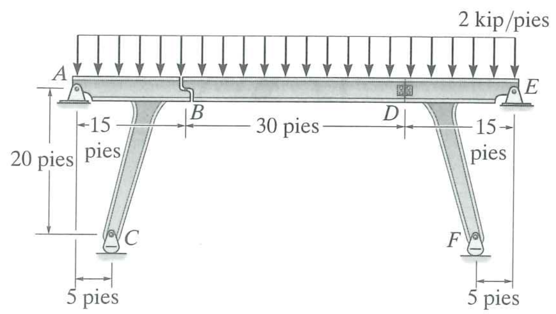
Prob. 6-79

*6-80. Dos vigas están conectadas entre sí mediante el eslabón corto BC. Determine las componentes de reacción en el soporte fijo A y en el pasador D.



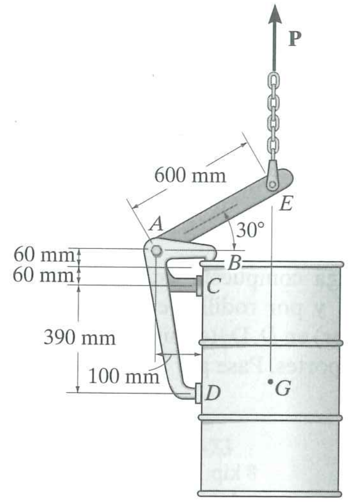
Prob. 6-80

6-81. El bastidor de puente consiste en tres segmentos que pueden considerarse articulados en A, D y E, soportados por rodillos en C y F, y apoyados sobre un rodillo en . Determine las componentes horizontal y vertical de la reacción en todos estos soportes debida a las cargas que se muestran.



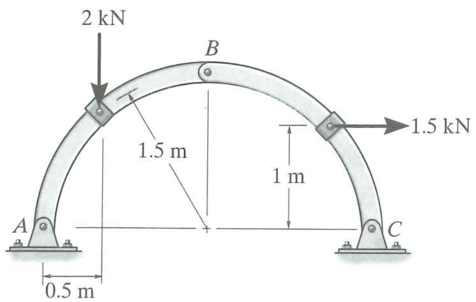
Prob. 6-81

6-82. Si el tambor de 300 kg tiene un centro de masa en el punto G, determine las componentes horizontal y vertical de la fuerza que actúa en el pasador A y las reacciones sobre las almohadillas lisas C y D. La sujeción en B sobre el elemento D_{AB} resiste las componentes horizontal y vertical de la fuerza en el borde del tambor.



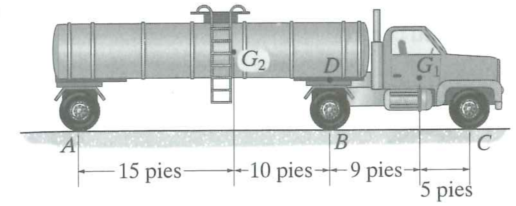
Prob. 6-82

6-83. Determine las componentes horizontal y vertical de reacción que ejercen los pasadores A y C sobre el arco de dos elementos.



Prob. 6-83

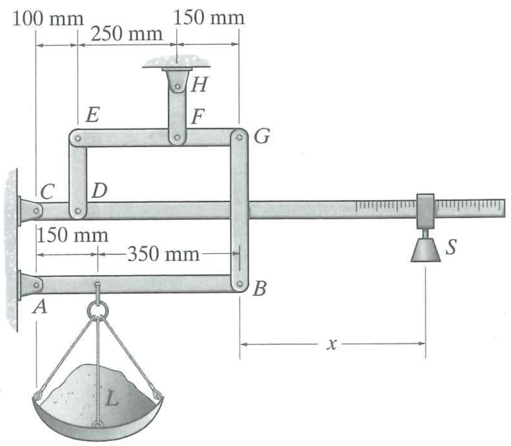
*6-84. El camión y el tanque tienen pesos de 8000 lb y 20 000 lb respectivamente. Sus centros de gravedad respectivos se ubican en los puntos G_1 y G_2. Si el camión está en reposo, determine las reacciones en las dos ruedas localizadas en A, en B y en C. El tanque está conectado al camión en el tornamesa D, el cual actúa como un pasador.



Prob. 6-84

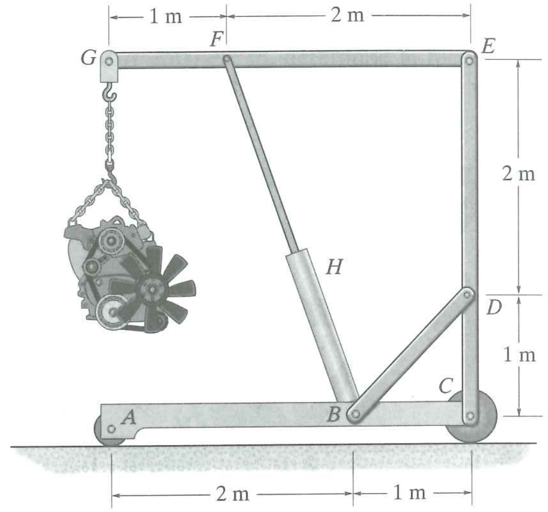
•6-85. La balanza de plataforma consiste en una combinación de palancas de tercera y primera clase de manera que la carga sobre una palanca se convierte en el esfuerzo que mueve la siguiente palanca. A través de este arreglo, un peso pequeño puede equilibrar un objeto grande. Si $x = 450$ mm, determine la masa requerida del contrapeso S para balancear una carga L de 90 kg.

6-86. La balanza de plataforma consiste en una combinación de palancas de tercera y primera clase de manera que la carga sobre una palanca se convierte en el esfuerzo que mueve la siguiente palanca. A través de este arreglo, un peso pequeño puede equilibrar un objeto grande. Si $x = 450$ mm y la masa del contrapeso S es de 2 kg, determine la masa de la carga L requerida para mantener el equilibrio.



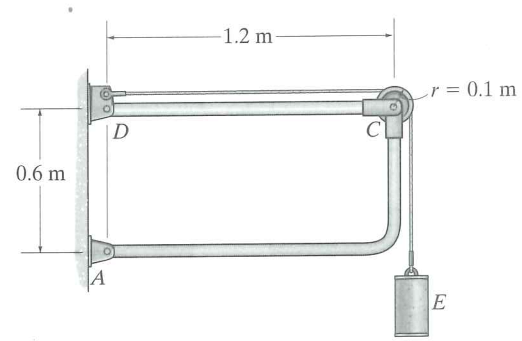
Probs. 6-85/86

6-87. El montacargas soporta el motor de 125 kg. Determine la fuerza que genera la carga en el elemento DB y en el elemento FB, el cual contiene el cilindro hidráulico H.



Prob. 6-87

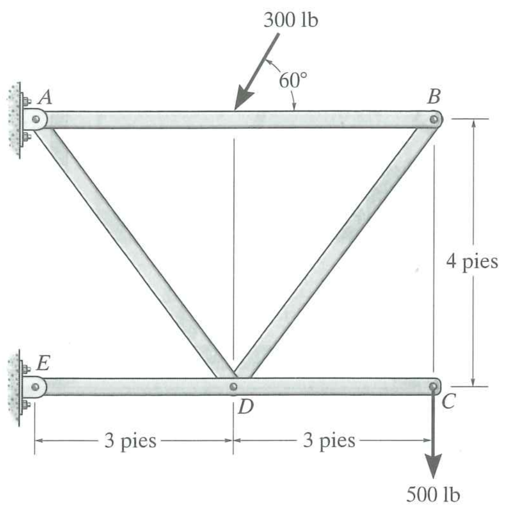
*6-88. El bastidor se usa para soportar el cilindro E de 100 kg. Determine las componentes horizontal y vertical de las reacciones en A y en D.



Prob. 6-88

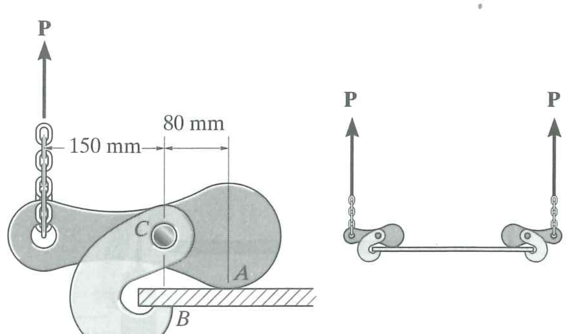
6-89. Determine las componentes horizontal y vertical e reacción que ejercen los pasadores sobre el elemento B del bastidor.

-90. Determine las componentes horizontal y vertical e reacción que ejercen los pasadores sobre el elemento DC del bastidor.



Probs. 6-89/90

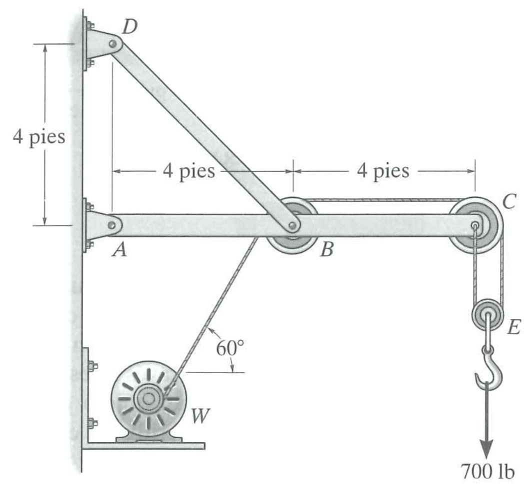
-91. Los ganchos de sujeción se utilizan para elevar la laca lisa uniforme de 500 kg. Determine la fuerza comresiva resultante que ejerce el gancho sobre la placa en A en B, y la reacción del pasador en C.



Prob. 6-91

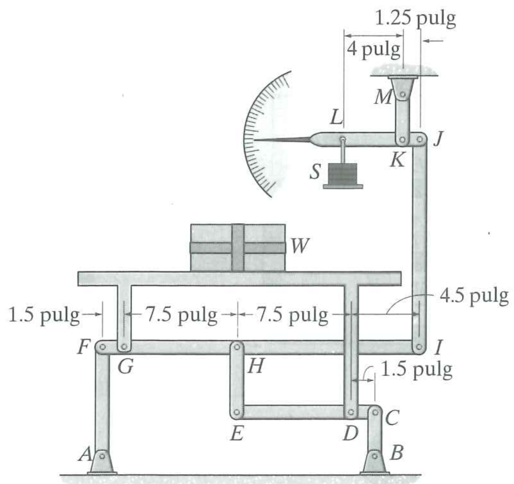
*__6-92.__ La grúa de pared soporta una carga de 700 lb. Determine las componentes de reacción horizontal y vertical en los pasadores A y D. Además, ¿cuál es la fuerza sobre el cable en el cabrestrante W?

•**6-93.** La grúa de pared soporta una carga de 700 lb. Determine las componentes de reacción horizontal y vertical en los pasadores A y D. Además, ¿cuál es la fuerza sobre el cable en el cabrestrante W? El pescante ABC tiene un peso de 100 lb y el elemento BD tiene un peso de 40 lb. Cada elemento es uniforme y tiene un centro de gravedad en su centro.



Probs. 6-92/93

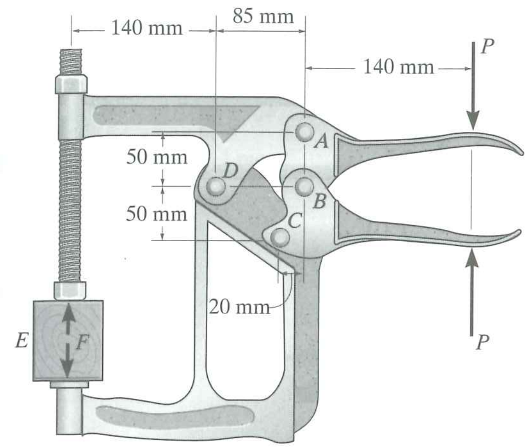
6-94. La balanza que actúa mediante palancas consiste en una serie de palancas compuestas. Si sobre la plataforma se coloca una carga de peso $W = 150$ lb, determine el peso requerido del contrapeso S para equilibrar la carga. ¿Es necesario colocar la carga sobre la plataforma de manera simétrica? Explique.



Prob. 6-94

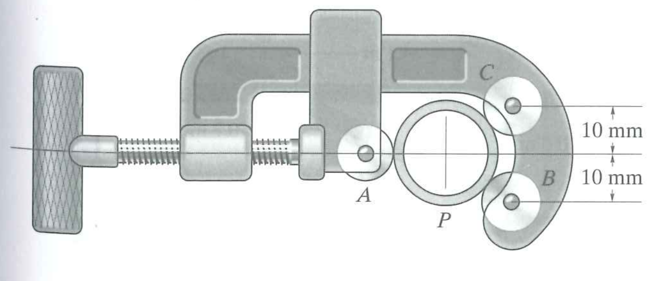
6-95. Si $P = 75$ N, determine la fuerza F que ejerce la tenaza de fijación sobre el bloque de madera.

*__6-96.__ Si el bloque de madera ejerce una fuerza de $F = 600$ N sobre la tenaza de fijación, determine la fuerza P aplicada al mango.



Probs. 6-95/96

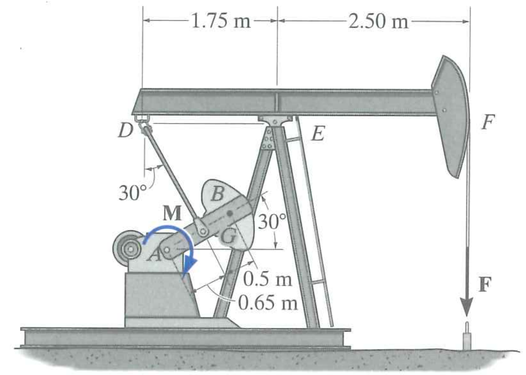
•**6-97.** La cortadora de tubos está afianzada alrededor del tubo P. Si la rueda situada en A ejerce una fuerza normal de $F_A = 80$ N sobre el tubo, determine las fuerzas normales de las ruedas B y C sobre el tubo. Las tres ruedas tienen cada una un radio de 7 mm y el tubo tiene un radio exterior de 10 mm.



Prob. 6-97

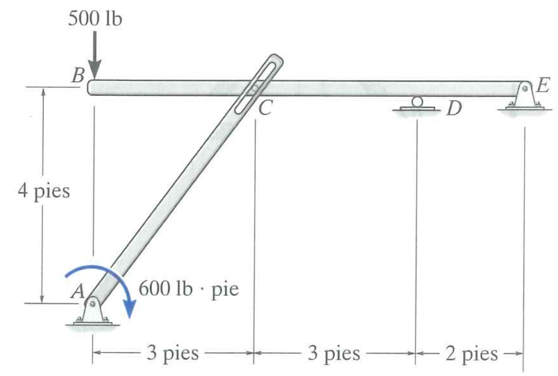
6-98. Un contrapeso de 300 kg, con centro de masa en G, está montado sobre la biela de manivela AB de la unidad para bombear petróleo. Si se debe desarrollar una fuerza de $F = 5$ kN en el cable fijo unido al extremo de la viga móvil DEF, determine el par de torsión M que debe suministrar el motor.

6-99. Un contrapeso de 300 kg, con centro de masa en G, está montado sobre la biela de manivela AB de la unidad para bombear petróleo. Si el motor suministra un par de torsión de $M = 2500$ N · m, determine la fuerza **F** desarrollada en el cable fijo unido al extremo de la viga móvil DEF.



Probs. 6-98/99

*__6-100.__ La estructura de dos elementos está conectada en C mediante un pasador, el cual está fijo a BDE y pasa a través de la ranura lisa en el elemento AC. Determine las componentes horizontal y vertical de la reacción en los soportes.

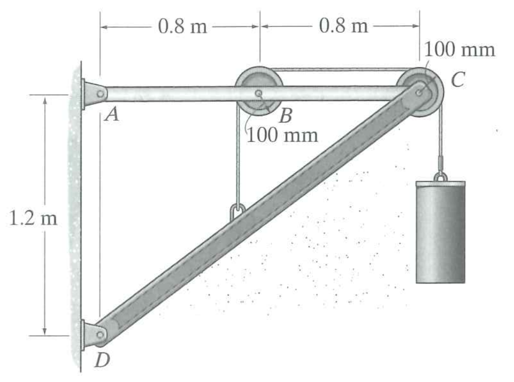


Prob. 6-100

6

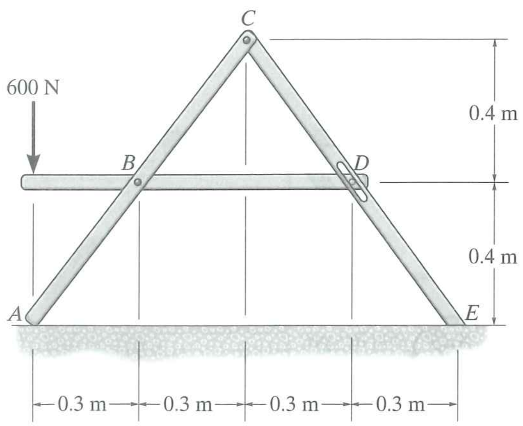
•**6-101.** El bastidor se usa para soportar el cilindro de 50 kg. Determine las componentes horizontal y vertical de la reacción en A y en D.

6-102. El bastidor se usa para soportar el cilindro de 50 kg. Determine la fuerza del pasador en C y sobre el elemento ABC y sobre el elemento CD.



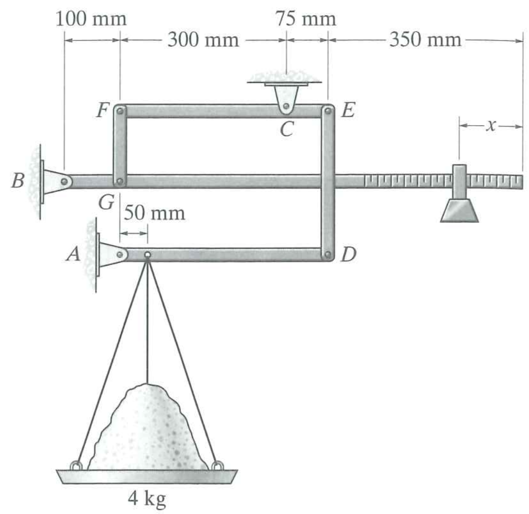
Probs. 6-101/102

6-103. Determine las reacciones en el soporte fijo E y en el soporte liso A. El pasador, unido al elemento BD, pasa a través de una ranura suave en D.



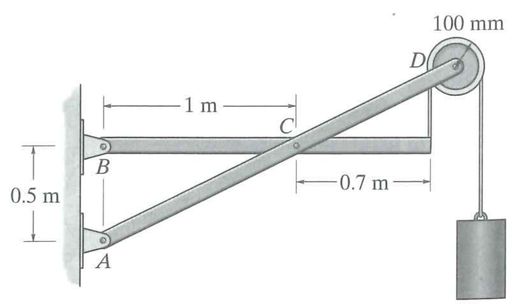
Prob. 6-103

*__6-104.__ Se muestra el arreglo compuesto de la balanza de platillo. Si la masa colocada sobre el platillo es de 4 kg, determine las componentes horizontal y vertical en los pasadores A, B y C y la distancia x de la masa de 25 g para mantener la balanza en equilibrio.



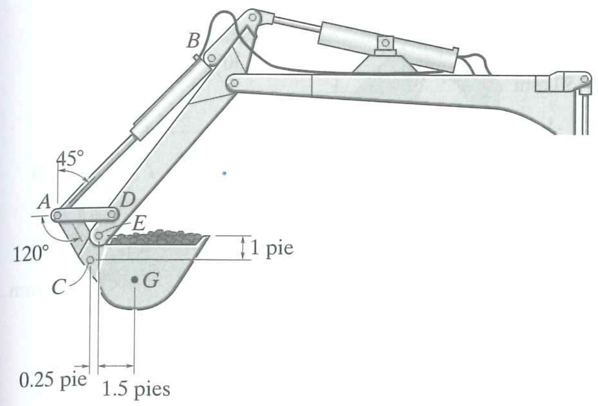
Prob. 6-104

•**6-105.** Determine las componentes de fuerza horizontal y vertical que ejercen los pasadores en A, B y C sobre el bastidor. El cilindro tiene una masa de 80 kg.



Prob. 6-105

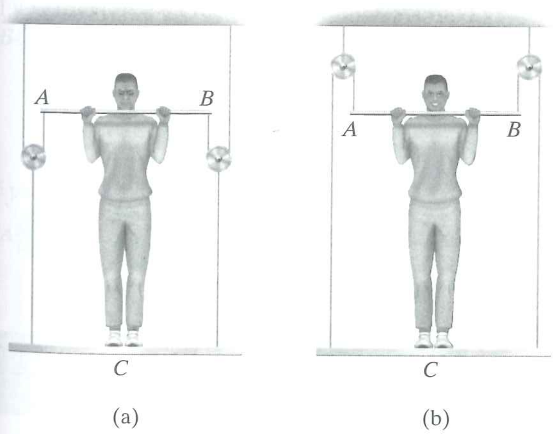
6-106. El cucharón de la retroexcavadora y su contenido tienen un peso de 1200 lb y centro de gravedad en G. Determine las fuerzas del cilindro hidráulico AB y en los eslabones AC y AD para mantener la carga en la posición mostrada. El cucharón se conecta mediante un pasador ubicado en E.



Prob. 6-106

6-107. Un hombre con peso de 175 lb intenta levantarse mediante uno de los dos métodos mostrados. Determine la fuerza total que debe ejercer sobre la barra AB en cada caso y la reacción normal que ejerce sobre la plataforma en C. Ignore el peso de la plataforma.

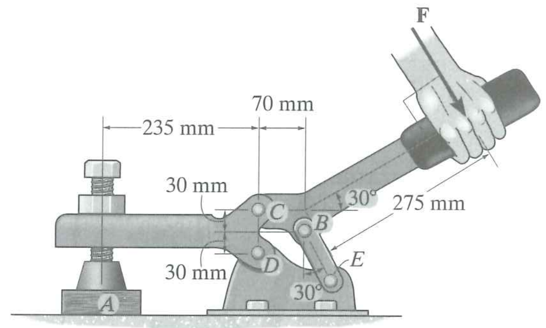
*__6-108.__ Un hombre con peso de 175 lb intenta levantarse mediante uno de los dos métodos mostrados. Determine la fuerza total que debe ejercer sobre la barra AB en cada caso y la reacción normal que ejerce sobre la plataforma en C. La plataforma tiene un peso de 30 lb.



Probs. 6-107/108

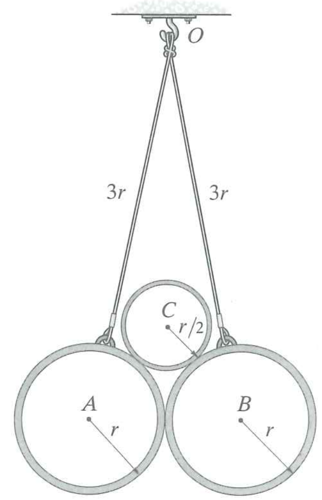
•**6-109.** Si se requiere una fuerza de apriete de 300 N en A, determine el tamaño de la fuerza **F** que debe aplicarse al mango de la tenaza de sujeción.

6-110. Si se aplica una fuerza de $F = 350$ N al mango de la tenaza de sujeción, determine la fuerza de apriete resultante en A.



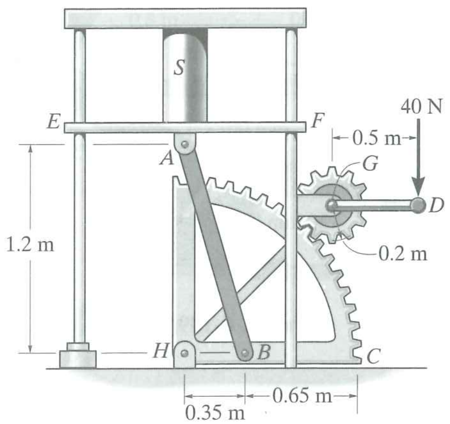
Probs. 6-109/110

6-111. Dos tubos lisos A y B, ambos con el mismo peso W, están suspendidos de un punto común O por medio de cuerdas de igual longitud. Un tercer tubo, C, está colocado entre A y B. Determine el peso máximo de C sin que se perturbe el equilibrio.



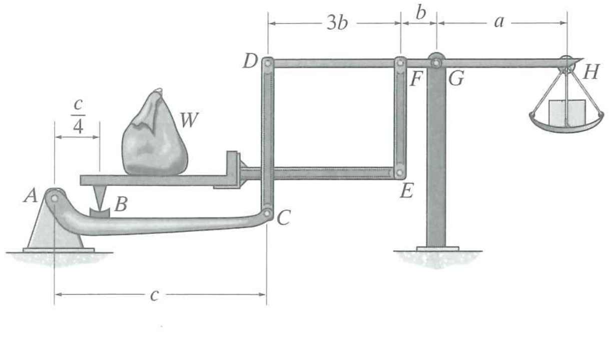
Prob. 6-111

***6-112.** La manivela de la prensa de sector está fija al engrane G, el cual a su vez está trabado con el engrane de sector C. Observe que AB está articulado en sus extremos al engrane C y al lado inferior de la mesa EF, la cual puede moverse verticalmente debido a las guías lisas en E y en F. Si los engranes sólo ejercen fuerzas tangenciales entre sí, determine la fuerza de compresión desarrollada sobre el cilindro S cuando se aplica una fuerza vertical de 40 N a la manivela de la prensa.



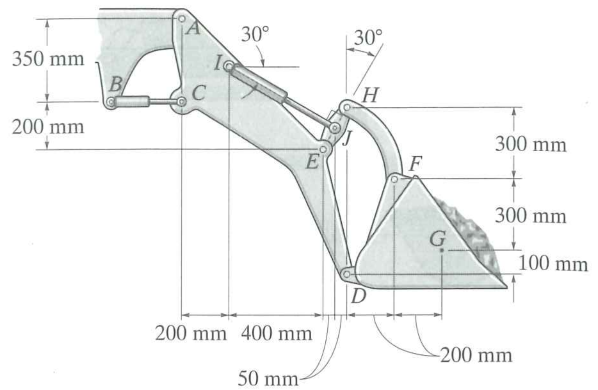
Prob. 6-112

•6-113. Muestre que el peso W_1 del contrapeso ubicado en H requerido para el equilibrio es $W_1 = (b/a)W$, y por tanto es independiente de la colocación de la carga W sobre la plataforma.



Prob. 6-113

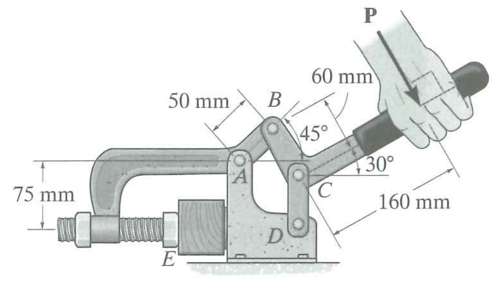
6-114. La pala de la excavadora contiene una carga de tierra de 500 kg, con un centro de masa en G. Calcule las fuerzas desarrolladas en los cilindros hidráulicos IJ y BC debido a esta carga.



Prob. 6-114

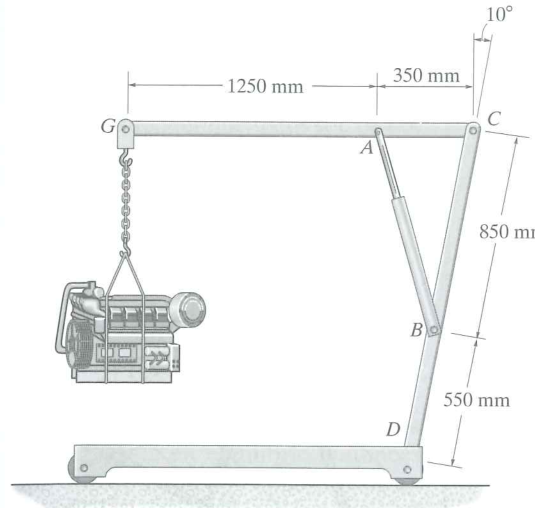
6-115. Si se aplica una fuerza de $P = 100$ N sobre el mango de la tenaza de fijación, determine la fuerza N_E de apriete horizontal que ejerce la tenaza sobre el bloque liso de madera ubicado en E.

***6-116.** Si la fuerza de apriete horizontal que ejerce la tenaza de fijación sobre el bloque liso de madera ubicado en E es $N_E = 200$ N, determine la fuerza **P** aplicada sobre el mango de la tenaza.



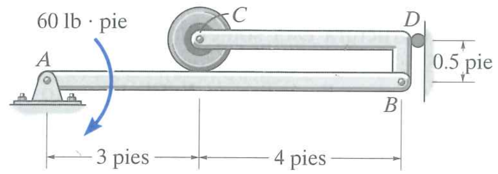
Probs. 6-115/116

•6-117. El montacargas se usa para soportar el motor de 200 kg. Determine la fuerza que actúa en el cilindro hidráulico AB, las componentes de fuerza horizontal y vertical en el pasador C, y las reacciones en el soporte fijo D.



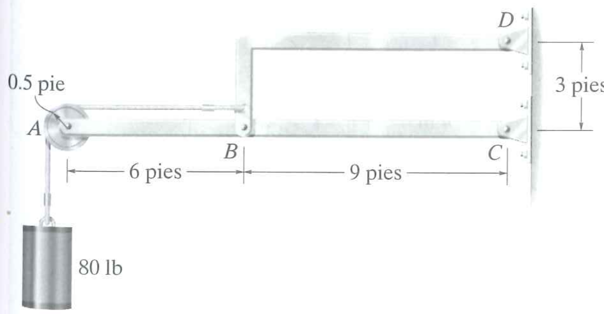
Prob. 6-117

6-118. Determine la fuerza que ejerce el rodillo liso C sobre el elemento AB. También, ¿cuáles son las componentes de reacción horizontal y vertical en el pasador A? Ignore el peso del bastidor y del rodillo.



Prob. 6-118

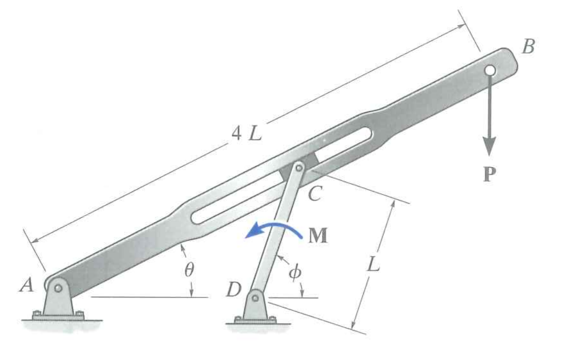
6-119. Determine las componentes de fuerza horizontal y vertical que ejercen los pasadores sobre el elemento ABC.



Prob. 6-119

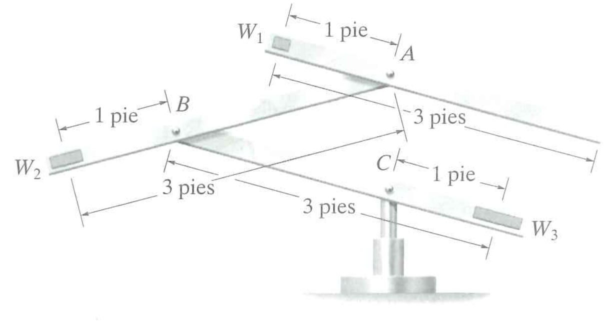
***6-120.** Determine el momento de par **M** que debe aplicarse al elemento DC para lograr el equilibrio del mecanismo de retorno rápido. Exprese el resultado en términos de los ángulos ϕ y θ, la dimensión L y la *fuerza vertical* **P** aplicada. El bloque en C está confinado para deslizarse dentro de la ranura del elemento AB.

•6-121. Determine el momento de par **M** que debe aplicarse al elemento DC para lograr el equilibrio del mecanismo de retorno rápido. Exprese el resultado en términos de los ángulos ϕ y θ, la dimensión L y la fuerza **P** aplicada, la cual debe cambiarse en la figura para que esté dirigida horizontalmente hacia la derecha. El bloque en C está confinado para deslizarse dentro de la ranura del elemento AB.



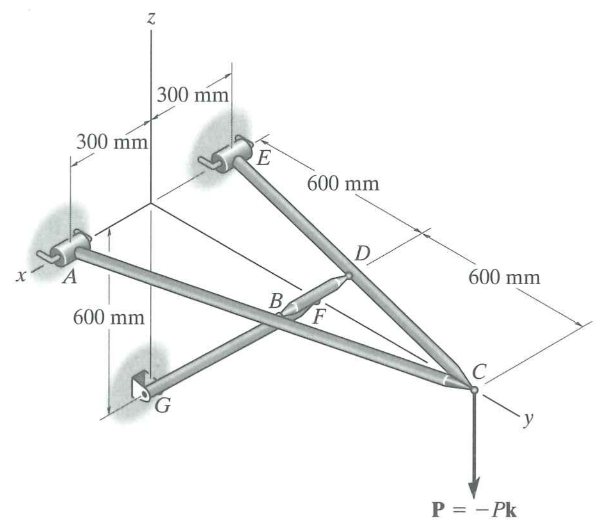
Probs. 6-120/121

6-122. La escultura cinética requiere que cada una de las tres vigas articuladas esté en perfecto equilibrio en cualquier momento durante su lento movimiento. Si cada elemento tiene un peso uniforme de 2 lb/pie y una longitud de 3 pies, determine los contrapesos necesarios W_1, W_2 y W_3 que deben agregarse a los extremos de cada elemento para mantener el sistema en equilibrio en cualquier posición. Ignore el tamaño de los contrapesos.



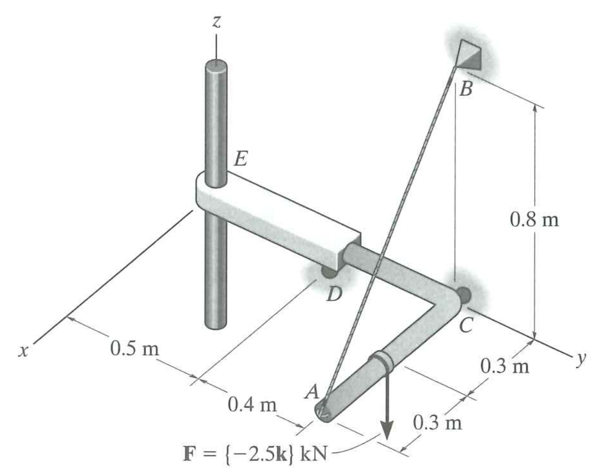
Prob. 6-122

6-123. El bastidor en forma de "A" de cuatro miembros está soportado en A y E por collares lisos y en G mediante un pasador. Todas las otras uniones son rótulas esféricas. Si el pasador ubicado en G fallara cuando la fuerza resultante ahí sea de 800 N, determine la fuerza P vertical máxima que pueda soportar el bastidor. Además, ¿cuáles son las componentes de fuerza x, y, z, que el elemento BD ejerce sobre los elementos EDC y ABC? Los collarines localizados en A y E y el pasador colocado en G sólo ejercen componentes de fuerza sobre el bastidor.



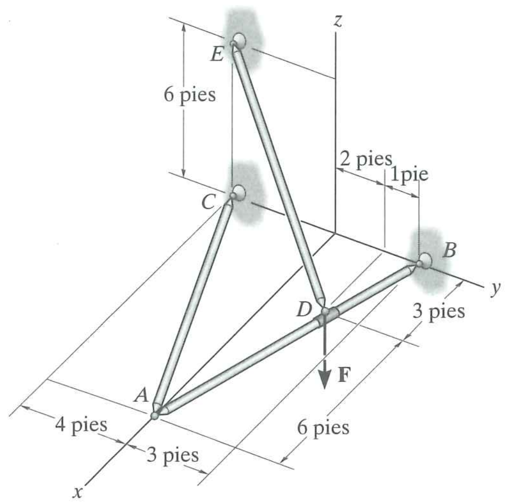
Prob. 6-123

*__6-124.__ La estructura está sometida a la carga mostrada. El elemento AD está soportado por un cable AB y un rodillo en C, y entra en un orificio circular liso en D. El elemento ED está soportado por un rodillo en D y un poste que entra en un orificio circular liso con reborde en E. Determine las componentes x, y, z de la reacción en E y la tensión en el cable AB.



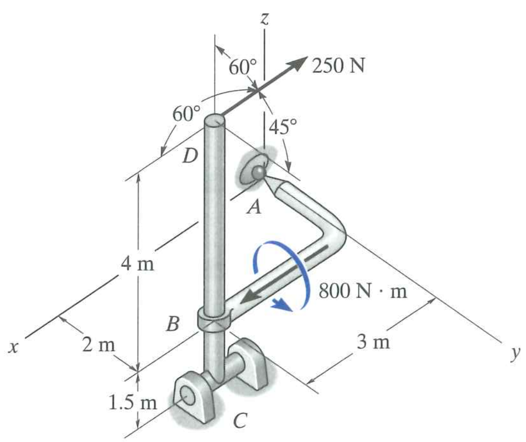
Prob. 6-124

•**6-125.** El bastidor de tres elementos está conectado en sus extremos por medio de rótulas esféricas. Determine las componentes de reacción x, y, z en B y la tensión en el elemento ED. La fuerza que actúa en D es $\mathbf{F} = \{135\mathbf{i} + 200\mathbf{j} - 180\mathbf{k}\}$ lb.



Prob. 6-125

6-126. La estructura está sometida a las cargas que se muestran. El elemento AB está soportado por una rótula esférica en A y un collarín liso en B. El elemento CD está soportado por un pasador en C. Determine las componentes x, y, z de las reacciones en A y en C.

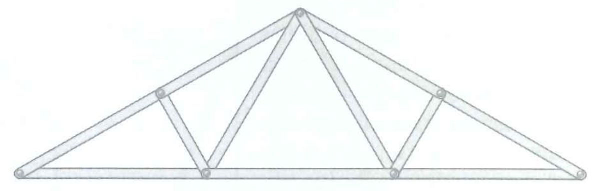


Prob. 6-126

REPASO DEL CAPÍTULO

Armadura simple

Una armadura simple consiste en elementos triangulares conectados entre sí mediante nodos de pasador. Las fuerzas dentro de sus elementos pueden determinarse al suponer que todos son de dos fuerzas, conectados concurrentemente en cada nodo. Los elementos están en tensión o en compresión, o no soportan ninguna fuerza.

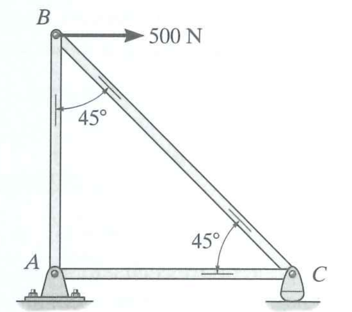


Armadura de techo

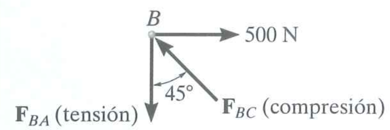
Método de nodos

El método de nodos establece que si una armadura está en equilibrio, entonces cada uno de sus nodos también está en equilibrio. Para una armadura plana, el sistema de fuerzas concurrentes en cada nodo debe satisfacer el equilibrio de fuerzas.

$$\Sigma F_x = 0$$
$$\Sigma F_y = 0$$



Para obtener una solución numérica para las fuerzas en los elementos, seleccione un nodo que tenga un diagrama de cuerpo libre con cuando mucho dos fuerzas desconocidas y una fuerza conocida. (Esto puede requerir encontrar primero las reacciones en los soportes).



Una vez determinada una fuerza del elemento, use su valor y aplíquelo a un nodo adyacente.

Recuerde que las fuerzas que *jalan* el nodo *están en tensión*, y aquellas que lo *empujan* están en *compresión*.

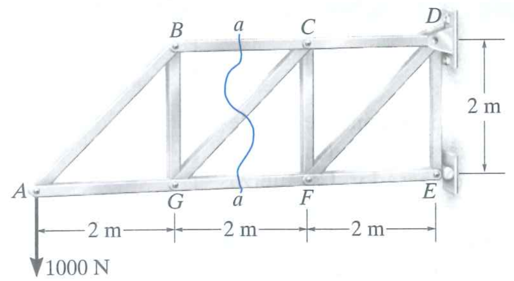
Para evitar una solución simultánea de dos ecuaciones, establezca uno de los ejes coordenados a lo largo de la línea de acción de una de las fuerzas desconocidas y sume fuerzas en una dirección perpendicular a este eje. Esto permitirá obtener una solución directa para la otra incógnita.

El análisis se puede simplificar más aún, al identificar primero todos los elementos de fuerza cero.

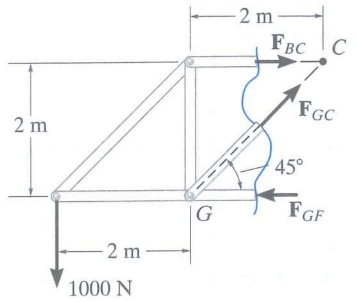
6

Método de secciones

El método de secciones establece que si una armadura está en equilibrio, entonces cada una de sus secciones también está en equilibrio. Pase una sección a través del elemento cuya fuerza debe ser determinada. Después trace el diagrama de cuerpo libre de la parte seccionada que tenga el menor número de fuerzas sobre ella.



Los elementos seccionados sometidos a un *jalón* están en *tensión* y aquellos sometidos a un *empujón* están en *compresión*.



Se dispone de tres ecuaciones de equilibrio para determinar las incógnitas.

$$\Sigma F_x = 0$$
$$\Sigma F_y = 0$$
$$\Sigma M_O = 0$$

Si es posible, sume las fuerzas en una dirección que sea perpendicular a dos de las tres fuerzas desconocidas. Esto dará una solución directa para la tercera fuerza.

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0$$
$$-1000\text{ N} + F_{GC}\operatorname{sen} 45° = 0$$
$$F_{GC} = 1.41\text{ kN (T)}$$

Sume momentos con respecto a un punto donde las líneas de acción de dos de las tres fuerzas desconocidas se intersequen, de manera que la tercera fuerza desconocida pueda determinarse en forma directa.

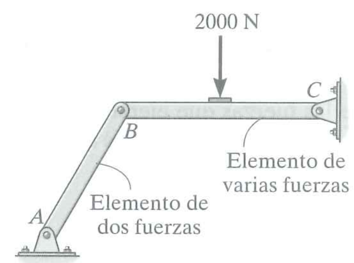
$$\circlearrowleft +\Sigma M_C = 0$$
$$1000\text{ N}(4\text{ m}) - F_{GF}\,(2\text{ m}) = 0$$
$$F_{GF} = 2\text{ kN (C)}$$

Armadura espacial

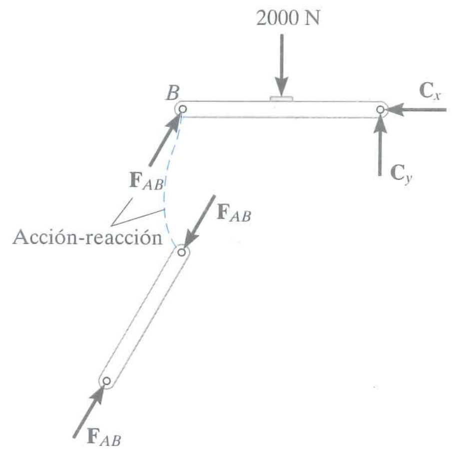
Una armadura espacial es una estructura tridimensional construida a partir de elementos tetraédricos, y se analiza con los mismos métodos que para las armaduras planas. Se supone que las uniones son conexiones de rótula esférica.

Bastidores y máquinas

Los bastidores y máquinas son estructuras que contienen uno o más elementos de varias fuerzas, es decir, elementos que tienen tres o más fuerzas o pares que actúan sobre ellos. Los bastidores están diseñados para soportar cargas, y las máquinas transmiten y modifican el efecto de las fuerzas.



Las fuerzas que actúan en las uniones de un bastidor o de una máquina pueden determinarse al trazar los diagramas de cuerpo libre de cada uno de sus elementos o partes. El principio de acción-reacción debe cumplirse cuidadosamente al trazar esas fuerzas sobre cada elemento o pasador adyacente. Para un sistema coplanar de fuerzas, hay tres ecuaciones de equilibrio disponibles para cada elemento.

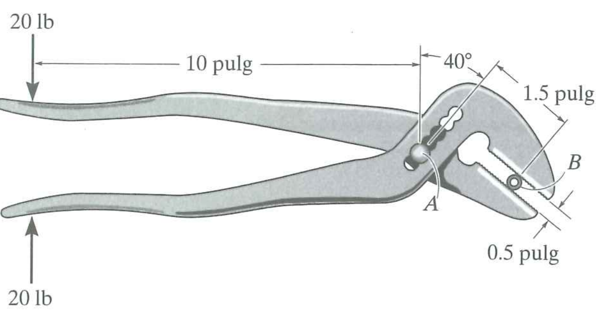


Para simplificar el análisis, asegúrese de reconocer todos los elementos de dos fuerzas. Éstos tienen fuerzas colineales iguales pero opuestas en sus extremos.

6

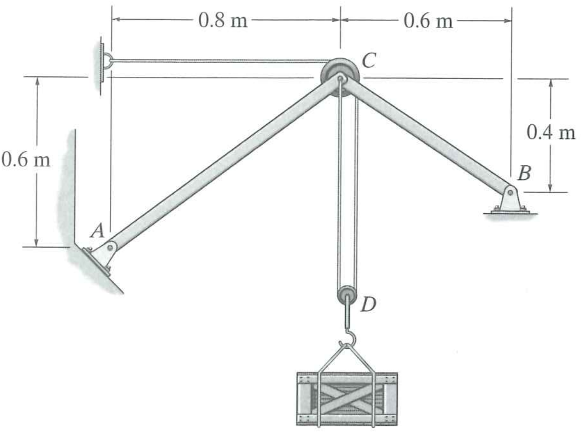
PROBLEMAS DE REPASO

-127. Determine la fuerza de apriete ejercida sobre el ubo liso en B si se aplica una fuerza de 20 lb a los mangos de las pinzas. Las pinzas están articuladas en A.



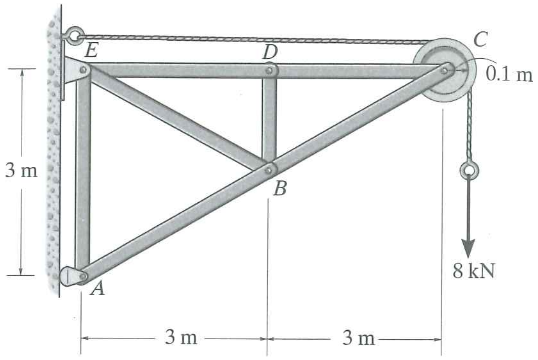
Prob. 6-127

6-128. Determine las fuerzas que ejercen los pasadores ubicados en A y B sobre el bastidor de dos elementos que sostiene a la caja de 100 kg.



Prob. 6-128

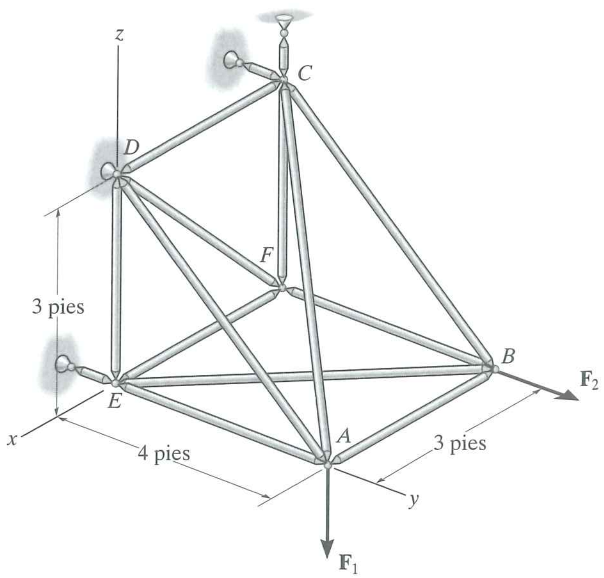
•6-129. Determine la fuerza en cada elemento de la armadura y establezca si los elementos están en tensión o en compresión.



Prob. 6-129

6-130. La armadura espacial está soportada por una unión de rótula esférica en D y eslabones cortos en C y E. Determine la fuerza en cada elemento y establezca si los elementos están en tensión o en compresión. Considere $\mathbf{F}_1 = \{-500\mathbf{k}\}$ lb y $\mathbf{F}_2 = \{400\mathbf{j}\}$ lb.

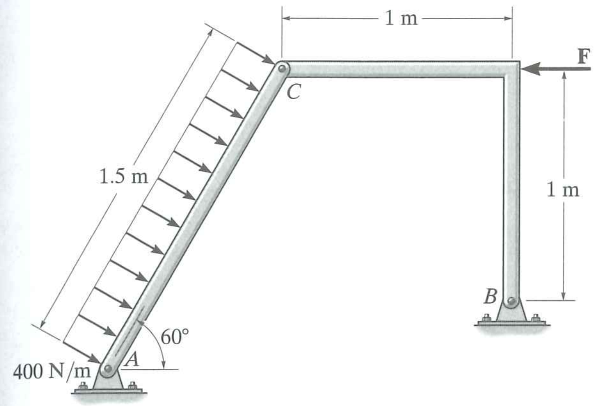
6-131. La armadura espacial está soportada por una unión de rótula esférica en D y eslabones cortos en C y E. Determine la fuerza en cada elemento y establezca si los elementos están en tensión o en compresión. Considere $\mathbf{F}_1 = \{200\mathbf{i} + 300\mathbf{j} - 500\mathbf{k}\}$ lb y $\mathbf{F}_2 = \{400\mathbf{j}\}$ lb.



Probs. 6-130/131

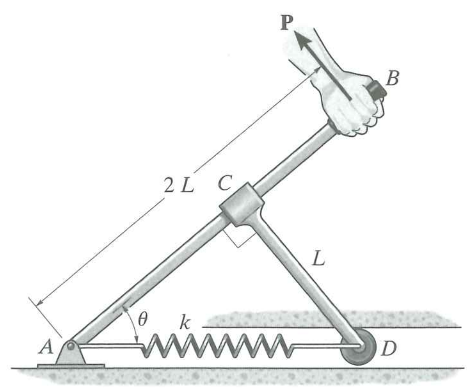
***6-132.** Determine las componentes horizontal y vertical de la reacción que ejercen los pasadores A y B sobre el bastidor de dos elementos. Considere $F = 0$.

***6-133.** Determine las componentes horizontal y vertical de la reacción que ejercen los pasadores A y B sobre el bastidor de dos elementos. Considere $F = 500$ N.



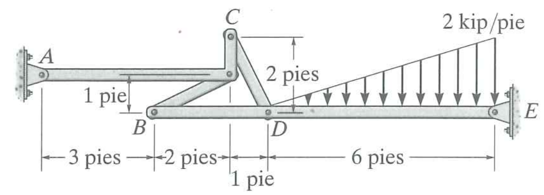
Probs. 6-132/133

6-134. El mecanismo de dos barras consiste en un brazo de palanca AB y un eslabón liso CD, el cual tiene un collarín fijo en su extremo C y un rodillo en el otro extremo D. Determine la fuerza **P** necesaria para mantener la palanca en la posición θ. El resorte tiene rigidez k y su longitud no estirada es de $2L$. El rodillo entra en contacto con la porción superior o inferior de la guía horizontal.



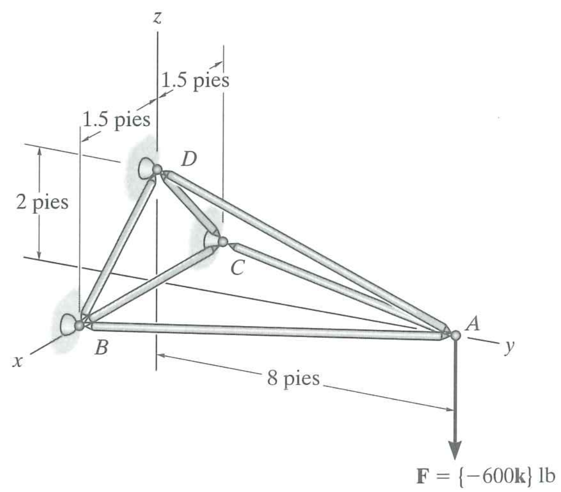
Prob. 6-134

6-135. Determine las componentes horizontal y vertical de la reacción en los soportes de pasador A y E del ensamble de vigas compuestas.

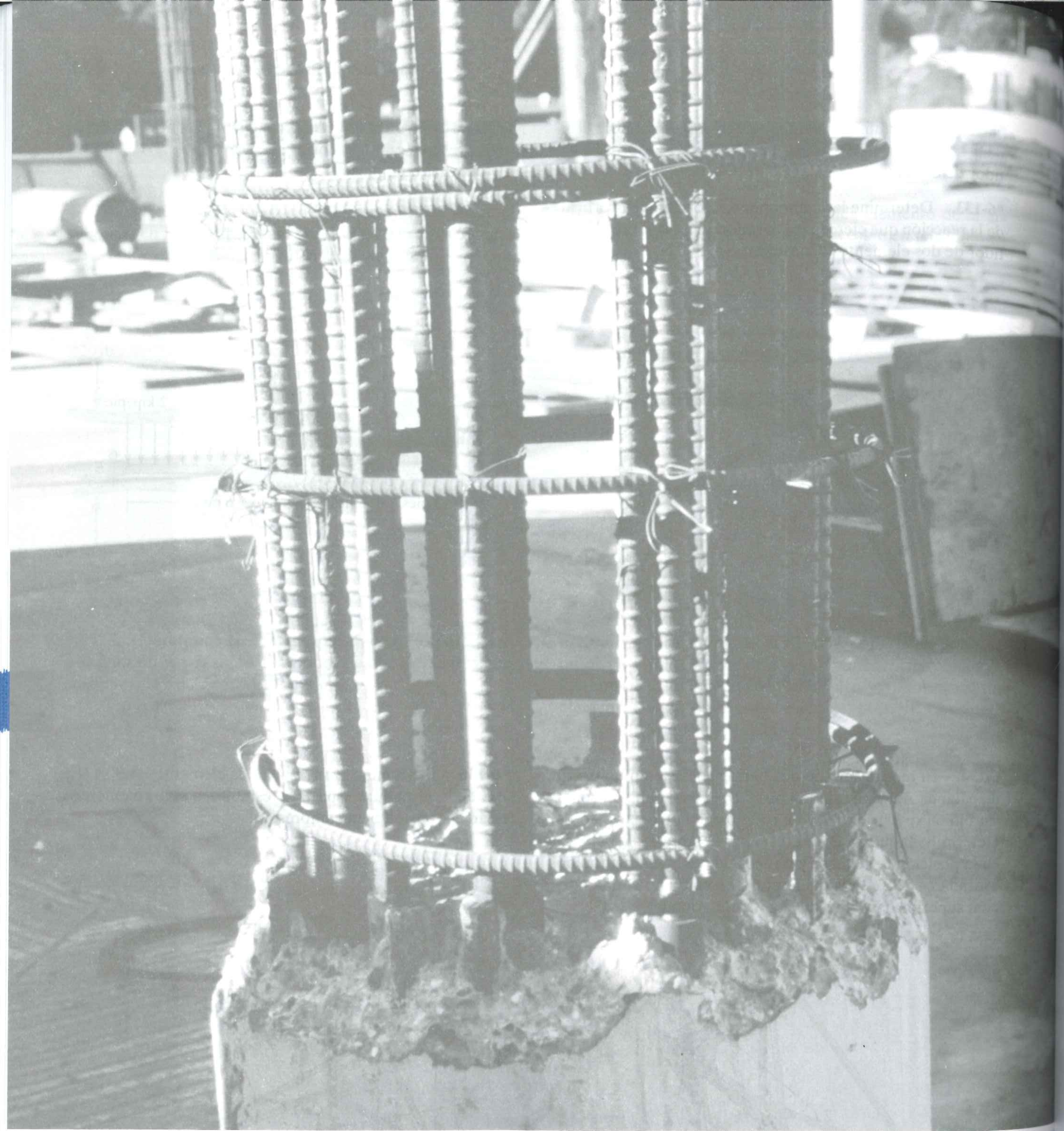


Prob. 6-135

***6-136.** Determine la fuerza en los elementos AB, AD y AC de la armadura espacial y establezca si los elementos están en tensión o en compresión.



Prob. 6-136



Estas varillas reforzadas se encajonarán en concreto a fin de crear una columna de construcción. Las cargas internas desarrolladas dentro del material resisten la carga externa que se colocará sobre la columna.