Pontificia Universidad Católica de Chile
Facultad de Física

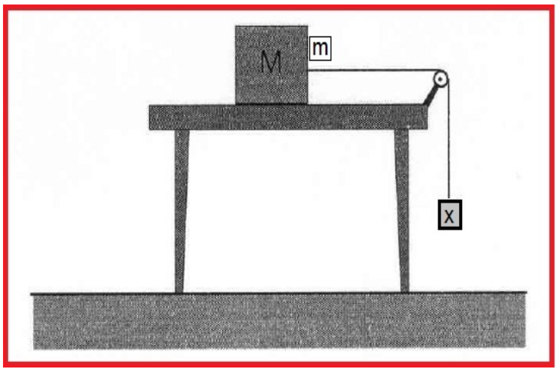
FIS1532 Estática y Dinámica

Guía de Ejercicios Dinámica

Felipe Soto Arévalo

1. Ejercicios Resueltos

Problema 1. Sobre la superficie horizontal de una mesa se encuentra un bloque de masa M. Una cuerda une a este bloque con otro bloque de masa x (ver figura). Un tercer bloque de masa n se mantiene en la pared lateral del bloque de masa M. Despreciando la masad e la polea y el roce entre M y la mesa y designando por μ el coeficiente de roce estático entre los cuerpos M y m:



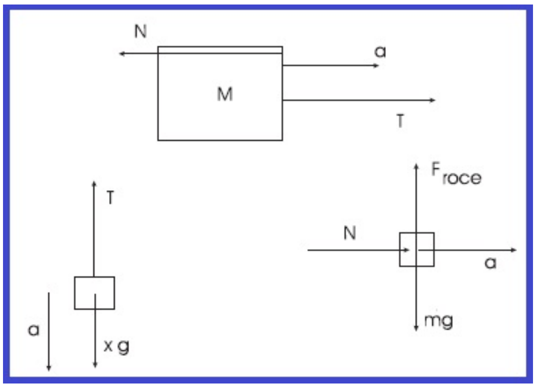
a) Muestre que, para que m se mantenga en el costado de M sin caer, es necesario tener $\mu > 1$ y $x > x_{min}$ y calcule el valor de x_{min}.

b) Calcule la tensión de la cuerda.

Solución.

a) Notemos que si m no cae, entonces m y M tendrán la misma aceleración hacia la derecha, que denotaremos por a. Pero además por la situación que se entrega, x tendrá la misma aceleración a hacia abajo.

Ahora veamos la forma en que resultan los $D.C.L.$ y luego planteemos las ecuaciones de movimiento:



De donde, como se adelantó, planteamos:

$$\begin{aligned} Ma &= T - N && (1)\\ ma &= N && (2)\\ F_r - mg &= 0 && (3)\\ xa &= xg - T && (4) \end{aligned}$$

Pero sabemos que la fuerza de roce cumple:

$$F_r \leq \mu N \tag{5}$$

Entonces de (1.2), (1.3) y (1.5):

$$\mu a \geq g \tag{6}$$

Y de (1.1)+(1.2)+(1.4):

$$a = \frac{xg}{M+m+x} \tag{7}$$

Con esto último en (1.6):

$$\mu x \geq M+m+x \tag{8}$$

Por un lado y como se nos pedía es claro que:

$$\mu x \geq M+m+x > x \Rightarrow \mu > 1 \tag{9}$$

Y por otra parte reescribimos (1.8) y obtenemos lo otro que se nos pedía:

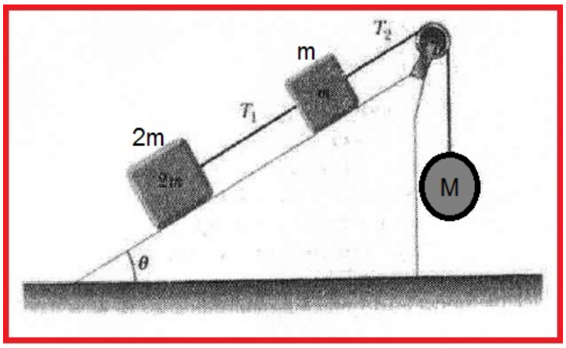
$$(\mu-1)x \;\geq\; M+m \tag{10}$$

$$x \;\geq\; \frac{M+m}{\mu-1} = x_{min} \tag{11}$$

b) La tensión se obtiene directamente reemplazando (1.7) en (1.4):

$$T = \frac{x(M+m)g}{M+m+x} \tag{12}$$

Problema 2. Considere los tres objetos conectados que se muestran en la figura. Si el plano inclinado no tiene fricción, y el sistema está en equilibrio, encuentre (en términos de m, g y θ):

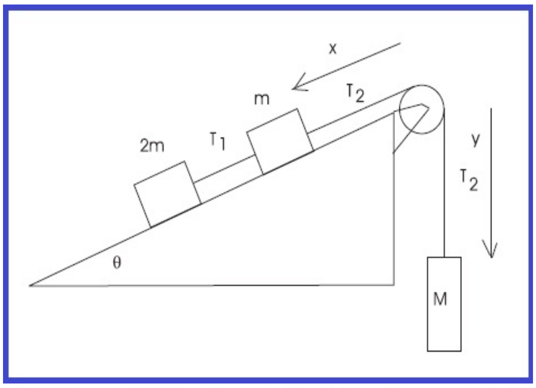


a) La masa M y las tensiones T_1 y T_2.

Si el valor de M duplica al encontrado en la parte (a), encuentre:

b) La aceleración de cada objeto y las tensiones T_1 y T_2.

Solución.
Es importante hacer un *D.C.L.* para comprender la situación dinámica del problema:



a) **Equilibrio estático:** Si el sistema de tres masas de la figura se encuentra en equilibrio, imponiendo que la suma de las fuerzas sobre cada uno de los cuerpos en forma independiente sea cero obtenemos

$$T_2 = Mg,$$

$$T_2 - T_1 = mg\text{sen}\theta,$$

y

$$T_1 = 2mg\text{sen}\theta.$$

Resolviendo las tres ecuaciones anteriores para M, T_1 y T_2 respectivamente, encontramos

$$T_1 = 2mg\text{sen}\theta,$$

$$T_2 = 3mg\text{sen}\theta,$$

$$M = 3m\text{sen}\theta$$

b) Situación Dinámica: Llamemos $M' = 2M$ a la nueva masa del bloque que se desplaza a lo largo de la vertical, y elijamos x e y como se indica en la figura. Entonces, las ecuaciones de movimiento de los tres bloques están dadas por

$$M'g - T_2 = M'\ddot{y},$$

$$T_1 + mg\text{sen}\theta - T_2 = m\ddot{x},$$

y

$$2mg\text{sen}\theta - T_1 = 2m\ddot{x}.$$

Además, como las cuerdas son ideales, $x + y = \ell$, de modo que $\ddot{x} + \ddot{y} = 0$. Resolviendo las ecuaciones anteriores, encontramos que

$$\ddot{x} = \frac{3mg\text{sen}\theta - M'}{M' + 3m} = -g\frac{\text{sen}\theta}{1 + 2\text{sen}\theta} = -\ddot{y},$$

en tanto que

$$T_1 = 4mg\text{sen}\theta\frac{1 + \text{sen}\theta}{1 + 2\text{sen}\theta},$$

y

$$T_2 = 3mg\text{sen}\theta\frac{1 + \text{sen}\theta}{1 + 2\text{sen}\theta},$$

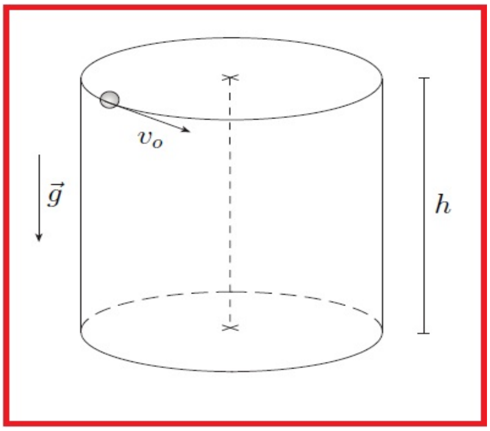
2. Ejercicios Propuestos

Problema 3. Una partícula P de masa m se lanza por el interior de un recipiente cilíndrico con eje vertical, radio R y altura h. El roce de P con la pared cilíndrica es despreciable; domina el roce viscoso $\overrightarrow{F_{rv}} = -c\vec{v}$ de P con el fluido que llena el recipiente. La partícula es lanzada en contacto con la superficie cilíndrica, con velocidad horizontal de magnitud v_0. Determine:

a) La velocidad vertical v_z como función del tiempo y la función $z(t)$.

b) La velocidad angular de P como función del tiempo.

c) Valor que debe tener el coeficiente c para que P alcance justo a dar una sola vuelta, suponiendo que el recipiente es infinitamente alto ($h \to \infty$).



Problema 4. En la figura, el bloque B esta descendiendo con una velocidad de $1{,}5 m/s$. Determinar la velocidad V_a y la distancia a Δd_A que se ha movido el bloque A al cabo de $t = 0{,}3 s$.