Facultad de Física, P. Universidad Católica de Chile

**FIZ–2510: Métodos Matemáticos de la Física I**

Curso: R. Benguria, Semestre Primavera 2000

**Tarea # 3**

Fecha de Entrega: Jueves 7 de Septiembre, 2000

**Problema 11:**

a) Demuestre que

$$\Re\left[(1+i)^{\mathrm{Log}(1+i)}\right] = 2^{(1/4)\mathrm{Log}2}\exp(-\pi^2/16)\cos(\frac{1}{4}\pi\mathrm{Log}2).$$

b) Encuentre todos los valores de $\mathrm{arcsen}(i)$.

**Problema 12:**

Haga un bosquejo de la imagen del círculo $w = e^{2it} - 1$, $0 \le t < 2\pi$ bajo la acción de la función $z = w^2$ en la superficie de Riemann. Imagine que Ud. está mirando la superficie de Riemann desde arriba y utilice líneas punteadas para mostrar la imagen en la hoja inferior y líneas llenas en la hoja superior.

**Problema 13:**

Describa las regiones fundamentales y las superficies de Riemann paralas funciones $w = z$, $w = z^2$, $w = z^{1/4}$, $w = z^{3/2}$, $w = \log(1-z)$, $w^2 = \log z$.

**Problema 14:** *Curvas de Nivel.*

Sea $f(z) = u(x,y) + iv(x,y)$ una función analítica. Demuestre que las curvas $u(x,y) = c$ y $v(x,y) = k$ son ortogonales entre sí (es decir en los puntos en que dichas curvas se cortan, las respectivas tangentes en el punto de intersección son ortogonales). Luego encuentre las curvas $u =$ constante y $v =$ constante para la función

$$f(z) = \frac{z+4}{z-4}$$

y compruebe que constituyen familias de círculos ortogonales.

**Problema 15:**

Encuentre el valor de las intregrales:

a)

$$\int_{1}^{i} (z-1)\, dz$$

sobre la línea recta que va de 1 a $i$,

b)

$$\int_{0}^{1+i} (z-1)\, dz$$

sobre la parábola $y = x^2$.

c)

$$\int_{C} (z^2+1)\, dz$$

sobre el perímetro del cuadrado con vértices $z = 0$, $z = 1$, $z = (1+i)$, $z = i$, recorrido en ese orden.

**Referencias:**

**1.** Louis L. Pennisi, *Elements of Complex Variables*, Holt, Rinehart and Winston, NY, 1963, Capítulos 3 y 4.

**2.** Norman Levinson y Raymond M. Redheffer, *Complex Variables*, Holden Day, Inc., San Francisco, 1970; Capítulo 2. (Disponible en Biblioteca de Matemáticas: 515.93, L655c).