Facultad de Física, P. Universidad Católica de Chile

FIZ-2510: Métodos Matemáticos de la Física I

Curso: R. Benguria, Semestre Primavera 2000

Tarea # 8

Fecha de Entrega: Jueves 12 de Octubre, 2000

Problema 37:

Evalúe las tres integrales siguientes:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2 dx}{(1+x^2)^2},$$
$$\int_0^{\infty} \frac{x^{\alpha-1}}{1+x} dx, \quad 0 < \alpha < 1,$$
$$\int_0^{2\pi} \frac{\text{sen}^2 x dx}{5+3 \cos x}.$$

Problema 38:

Suponga que f es una función racional de la forma P/Q en que el grado de Q es a lo menos 2 mas que el grado de P . Demuestre que la suma de los residuos de f es cero.

Problema 39:

a) Muestre que $\int_{C_R} e^{iz^2} dz \rightarrow 0$ si $R \rightarrow \infty$, en que C_R es el arco de círculo $z = Re^{i\theta}$ con $0 \leq \theta \leq \pi/4$.

b) Evalúe las integrales $\int_0^{\infty} \cos x^2 dx$ y $\int_0^{\infty} \text{sen} x^2 dx$. Nota: la convergencia de ambas integrales se puede demostrar por ejemplo haciendo la substitución $u = x^2$ y aplicando el Test de Dirichlet. Aquí no se pide que lo verifique.

Problema 40:

Calcule

$$\int_0^{\infty} \frac{\text{sen}^2 x}{x^2} dx.$$

Indicación: Integre la función $(e^{2iz} - 1 - 2iz)/z^2$ alrededor de un semicírculo grande apropiado.

Problema 41: Calcule, usando el segundo método visto en clases, la integral

$$\int_0^{\infty} \frac{dx}{1+x^n}.$$