

Facultad de Física, P. Universidad Católica de Chile

FIZ-2510: Métodos Matemáticos de la Física I

Curso: R. Benguria, Semestre Primavera 2000

I # 3

Jueves 16 de Noviembre, 2000

Tiempo: 1 h. 40 m.

Problema 1: Utilice el Teorema de los Residuos y el Valor Principal de Cauchy para demostrar que

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos \pi x}{(4x^2 - 1)} dx = -\frac{\pi}{2}.$$

Indicación: Conviene evaluar primero

$$\text{VP} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{i\pi x}}{(4x^2 - 1)} dx = -\frac{\pi}{2}.$$

Problema 2: Encuentre el número de raíces de la ecuación

$$11z^4 - 20z^3 + 6z^2 + 20z - 1 = 0,$$

que están en el semiplano derecho.

Indicación: Utilice la transformación conforme $z = (1 + w)/(1 - w)$ para mapear el semiplano derecho en el interior del círculo unitario. Luego utilice el Teorema de Rouché.

Problema 3: Encuentre un mapeo conforme que lleve al conjunto

$$A \equiv \{z \in \mathbb{C} \mid |z| < 1, \Re(z) > 0\}$$

sobre el conjunto

$$B \equiv \{z \in \mathbb{C} \mid |z| < 1\}$$

Indicación: Lleve primero al conjunto A al primer cuadrante, luego lleve el primer cuadrante al semiplano superior y finalmente el semiplano superior al conjunto B .